

# 4 Các phép đo với giác kế

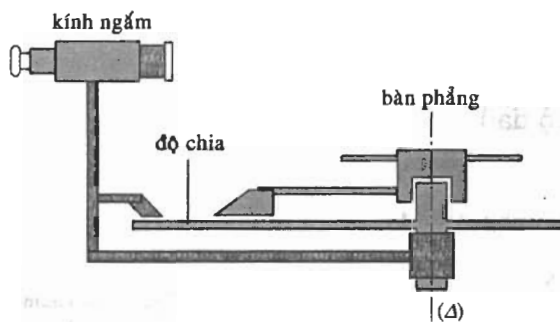
Các thí nghiệm dưới đây lặp lại những thí nghiệm ở mục §2 nhưng lần này ta dùng một thiết bị chính xác, đó là: giác kế.

## 4.1. Mô tả giác kế

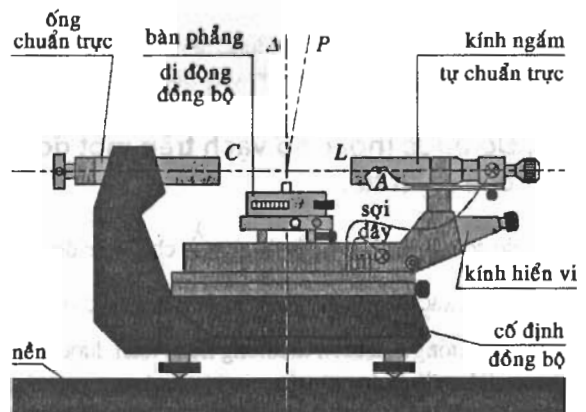
Giác kế cho phép tiến hành các phép đo góc. Nó gồm có 4 bộ phận (h.25 a và b).

- một đĩa kim loại  $D$  đặt cố định nằm ngang, trên mép đĩa có khắc độ để đo góc.
- một bàn phẳng có thể quay quanh một trục  $\Delta$  đi qua tâm của đĩa  $D$ ; bàn có 3 vít để điều chỉnh sự định hướng của nó so với trục  $\Delta$ .
- một kính ngắm (thường là loại kính ngắm có dây chữ thập được chiếu sáng: kính ngắm tự chuẩn trực) có thể di chuyển quanh trục  $\Delta$  và một vít cho phép định hướng mặt phẳng chứa  $\Delta$ ;
- một ống chuẩn trực cố định, nghĩa là gắn chặt với đĩa  $D$ .

Các vị trí góc của kính ngắm (thông thường cũng là của bàn phẳng) có thể được định vị. Đơn vị độ chia trên đĩa  $D$  thường là nửa độ (từ  $0^\circ$  cho đến  $359^\circ$ ); một du xích  $\frac{1}{30}$  cho phép đọc tới một phút góc. Cũng có thể có những du xích chính xác hơn.



Hình 25a. Giác kế cổ điển.



Hình 25b. Giác kế chính xác.

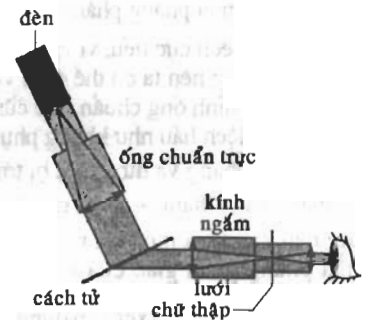
Theo thiết kế, tất cả các quang trục của kính ngắm và của ống chuẩn trực đều cắt trục  $\Delta$ .

Các hệ chỉnh bằng vít vi cấp cho phép tinh chỉnh vị trí của kính ngắm và của bàn phẳng sau khi đã được di chuyển nhanh bằng tay.

## 4.2. Điều chỉnh

Theo những nghiên cứu giác kế ở phần trên, ta sẽ thu được một quang phổ rõ nét nếu như ống chuẩn trực cho ảnh của khe vào ở vô cực. Tùy theo loại giác kế, ống chuẩn trực đã được chỉnh vô cực từ trước hoặc cần phải được điều chỉnh mỗi khi sử dụng.

Các vạch của cách tử đặt trên bàn phẳng của giác kế cần phải song song với khe vào. Tùy theo loại giác kế, bàn phẳng đã được điều chỉnh từ trước hoặc có thể điều chỉnh được khi sử dụng. Kính ngắm cần phải được điều chỉnh để thấy rõ nét và đồng thời ảnh ở vô cực (ảnh của khe đối với một bức xạ đơn sắc trong một bậc phổ cho trước) và dây chữ thập cho phép định vị chính xác vạch phổ (h.26).



Hình 26. Giác kế (nhìn từ trên xuống).

Trên thực tế, trình tự điều chỉnh như sau:

- Điều chỉnh thị kính của kính ngắm sao cho nhìn thấy ảnh rõ nét của dây chữ thập. Nếu nhiều người cùng sử dụng thiết bị thì đây chính là phép điều chỉnh duy nhất cần phải tiến hành mỗi khi thay đổi người quan sát.

a) Nếu ống chuẩn trực chưa được điều chỉnh từ trước thì cần phải:

- điều chỉnh vật kính của kính ngắm ở vô cực. Nếu ta không có một kính ngắm tự chuẩn trực thì phép điều chỉnh này được tiến hành bằng cách ngắm vào một vật ở rất xa: vật ngắm này cần phải được thấy rõ nét đồng thời với dây chữ thập nằm ở tiêu diện ảnh của vật kính kính ngắm;
- điều chỉnh ống chuẩn trực. Nếu điều chỉnh tốt thì ảnh của khe vào qua ống chuẩn trực và kính ngắm cần phải được tạo ra trên tiêu diện ảnh của vật kính. Do đó, qua thị kính cần phải thấy đồng thời rõ nét cả ảnh của khe vào lẫn ảnh của dây chữ thập.

b) Nếu ống chuẩn trực đã được điều chỉnh tại vô cực từ trước thì cần phải điều chỉnh vật kính của kính ngắm để thấy qua thị kính đồng thời rõ nét cả ảnh của khe vào lẫn ảnh của dây chữ thập;

- Đặt cách tử lên trên bàn phẳng và nếu cần thiết, phải điều chỉnh bàn phẳng cho thật sự nằm ngang để giống thẳng các vạch cách tử với khe vào và với trục quay của bàn phẳng. Ta có thể tiến hành theo cách như sau: giới hạn độ cao của khe vào (bằng một lưỡi dao cạo chẳng hạn) để trên thực tế chỉ thấy là nguồn có ảnh được tạo ra trên đường nằm ngang của dây chữ thập. Sự điều chỉnh là đúng nếu như tất cả các ảnh của điểm nguồn đều có thể được quan sát trên đường nằm ngang này.

Sự điều chỉnh này chỉ có thể được tiến hành đúng đắn nếu như số vạch trên một đơn vị độ dài của cách tử không quá lớn (100 vạch trên mm).

### 4.3. Đo bước (hoặc số vạch trên một đơn vị độ dài) của cách tử

Hệ thức cơ bản  $\sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{a}$  cho phép đo được  $a$  nếu như có thể đo

được chính xác  $\theta_p$  và  $\theta_i$ . Thực ra điều này là không thể được:

- sự định hướng của cách tử không hoàn toàn được xác định.
- vì sự điều chỉnh ống chuẩn trực không hoàn toàn chính xác nên có một sự phân tán nhất định các giá trị của  $\theta_i$  và do đó của cả  $\theta_p$ .

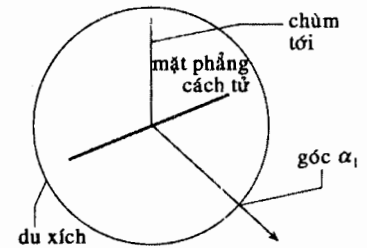
Trái lại, ta có thể đo góc lệch cực tiểu rất chính xác.

Bằng cách quay bàn phẳng, ta đặt cách tử ở vị trí góc lệch cực tiểu đối với một vạch nào đó tại một bậc phổ cho trước. Ta điều chỉnh cho ảnh của vạch này trùng với ảnh của dây chữ thập và ghi lại vị trí góc  $\alpha_1$  của kính ngắm (h.27a), để "kiểm soát" phép đo nên kiểm tra xem mặt phẳng của cách tử có gần đúng là mặt phẳng phân giác của tia tới và tia nhiễu xạ hay không.

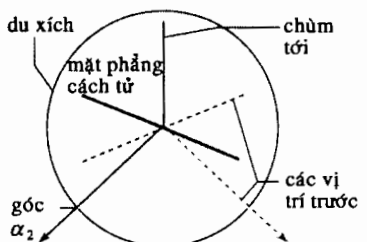
Ở vị trí góc lệch cực tiểu, vì vị trí của vạch phổ phụ thuộc khá ít vào góc quay của bàn phẳng nên ta có thể định vị nó rất chính xác. Hơn nữa, những sai sót trong điều chỉnh ống chuẩn trực cũng bị hạn chế đến mức tối thiểu bởi vì ở vị trí này góc lệch hầu như không phụ thuộc vào góc tới.

Quay bàn phẳng và đưa thiết bị tới vị trí góc lệch cực tiểu đối xứng (nghĩa là thay đổi  $p$  thành  $-p$ ) và ghi lại vị trí  $\alpha_2$  (h.27b); để "kiểm soát" phép đo, nên kiểm tra một lần nữa xem mặt phẳng của cách tử có gần đúng là mặt phẳng phân giác của tia tới và tia nhiễu xạ hay không. Ta sẽ được:

$$D_m = \frac{1}{2} |\alpha_1 - \alpha_2| \quad (\text{xem áp dụng 4}).$$



Hình 27a. Vị trí thứ nhất: đọc giá trị  $\alpha_1$ .



Hình 27b. Vị trí thứ hai: đọc giá trị  $\alpha_2$ .

# 1 Nhiễu xạ của một sóng phẳng qua các khe hẹp

## 1.1. Nhiễu xạ của chùm tia laser qua một khe

Chúng ta làm lại thí nghiệm đã mô tả ở chương 1. Một chùm tia laser được xem như là một sóng phẳng, đơn sắc tới đập vào màn chắn có một khe độ rộng  $a$  biến đổi được (h.1). Trên màn ảnh đặt cách đó vài mét, ta quan sát thấy vết laser vốn gần như là một điểm khi không có “vật cản”, nay bị trải ra theo phương vuông góc với khe khi cho khe hẹp dần lại. Hơn nữa, độ rọi trên màn không còn đều như trước nữa; hai bên vết sáng trung tâm có các vết thứ cấp nhỏ hơn và kém sáng hơn (h.2).

Các phép đo cho thấy rằng  $d$  (khoảng cách giữa khe và mặt phẳng quan sát),  $l$  (độ rộng của vết sáng trung tâm) và  $\lambda$  (bước sóng) thỏa mãn hệ thức:

$$l \approx \frac{2\pi d}{\lambda}, \text{ tương ứng với độ bán rộng góc của vết sáng trung tâm là } \alpha \approx \frac{\lambda}{a}.$$

Nếu định luật truyền thẳng của ánh sáng được nghiệm đúng thì vết sáng sẽ phải ngày càng hẹp lại theo phương vuông góc với khe: ý định thu nhỏ chùm tia dẫn đến một kết quả ngược lại. Trái lại, theo phương dọc theo khe, người ta không thấy một sự mở rộng chùm sáng nào cả.

## 1.2. Nhiễu xạ và cơ học lượng tử

Cỡ độ rộng vết nhiễu xạ có thể được suy ra từ một định luật cơ bản của cơ học lượng tử: nguyên lý bất định HEISENBERG. Nguyên lý này phát biểu rằng không thể đo được đồng thời vị trí và động lượng của một hạt với một độ chính xác tuyệt đối. Nếu như biết toạ độ của vị trí  $x$  với một độ bất định  $\Delta x$  thì chỉ có thể biết được thành phần  $p_x$  của động lượng với một độ bất định  $\Delta p_x$

sao cho  $\Delta p_x \Delta x \approx h$ ,  $h$  là hằng số PLANK.

Nguyên lý này đã được nhắc tới ở năm thứ nhất trong cơ học (xem H-Prepa Cơ học I, năm thứ nhất, chương 1) và trong hóa học khi nói về cấu trúc nguyên tử.

Như vậy, cho chùm tia đi qua một khe có độ rộng  $a$  có nghĩa là đo được hoành độ của vị trí các photon với một độ bất định  $\Delta x$  bằng  $a$ .

Sau “phép đo” này, chỉ có thể biết được thành phần  $p_x$  với một độ bất định

vào cỡ  $\frac{h}{a}$  vì động lượng của một photon là  $p = \frac{h\nu}{c}$  nên độ mở rộng góc của

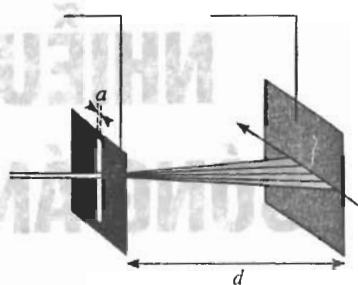
chùm tia phải là (h.3):

$$\Delta \theta \approx \frac{\Delta p_x}{p} \approx \frac{c}{\nu a} \text{ hay } \Delta \theta \approx \frac{\lambda}{a}.$$

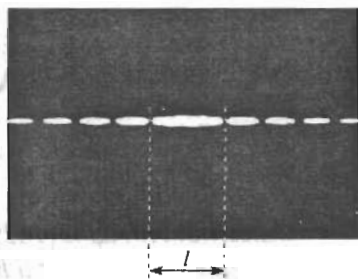
Các định luật quang hình học không còn được tôn trọng tại một vật cản chắn một phần chùm sáng. Hiện tượng này được gọi là hiện tượng nhiễu xạ.

Nói riêng, nếu sóng tới là một sóng phẳng, đơn sắc thì sóng nhiễu xạ qua một khe dài và hẹp là một chùm tia có độ mở rộng góc theo phương vuông góc với khe là  $\Delta \theta \approx \frac{\lambda}{a}$  với  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng, còn  $a$  là độ rộng của khe.

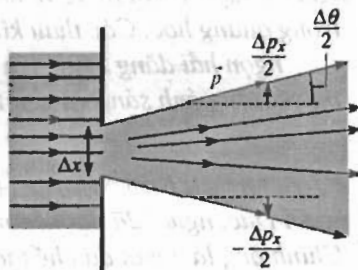
Gần đúng quang hình học vẫn còn sử dụng được nếu như  $a$  rất lớn so với  $\lambda$ .



Hình 1. Nhiễu xạ của chùm tia laser qua một khe hẹp.



Hình 2. Hình nhiễu xạ của chùm tia laser qua một khe.



Hình 3. Nhiễu xạ và hệ thức bất định HEISENBERG:  $\Delta x \Delta p_x \approx h$ .

### 1.3. Nhiễu xạ tại vô cực của sóng phẳng qua một cách tử khe

Chúng ta đã khảo sát giao thoa hai sóng tạo bởi hệ các khe YOUNG. Bằng cách tương tự, chúng ta cũng có thể nghiên cứu sóng ánh sáng nhiễu xạ qua một cách tử gồm  $N$  khe rất hẹp, giống hệt nhau và cách đều nhau.

#### 1.3.1. Bố trí thí nghiệm

Một mặt phẳng không trong suốt, trên đó có  $N$  khe cách đều nhau một khoảng là  $a$ . Trong thực tế, người ta có thể sử dụng một tấm phim dương bản trên đó có  $N$  vạch trong suốt, phân cách nhau bằng những dải không trong suốt. Hệ như vậy được gọi là **cách tử**, được chiếu sáng bằng một sóng phẳng, đơn sắc, bước sóng  $\lambda$  và vectơ sóng  $\vec{k}_i$  tới đập vuông góc với các khe. Người ta kí hiệu  $\theta_i$  là góc giữa pháp tuyến của mặt cách tử với  $\vec{k}_i$ .

Ta quan sát sóng nhiễu xạ qua cách tử ở vô cực hay tương đương là trên một màn đặt ở tiêu diện ảnh của một thấu kính (h.4).

Khi không có cách tử, chúng ta sẽ quan sát thấy một vết sáng nhỏ, gần như là một điểm ở trên màn. Khi có cách tử, chúng ta thấy có thêm nhiều vết sáng cách đều nhau, nằm dọc theo một đường vuông góc với khe và ở tại các vị trí thoả mãn hệ thức:

$$\sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

#### 1.3.2. Mô hình hoá cách tử nhiễu xạ

Các khe làm nhiễu xạ sóng tới. Chúng ta giả sử rằng mỗi khe giống như một dây tóc đèn phát ra một sóng hình trụ kết hợp với sóng tới. Các kí hiệu được chỉ rõ trên hình 5. Trước hết, ta tính pha  $\varphi_m(M)$  của sóng nhiễu xạ bởi khe thứ  $m$  tại điểm  $M$  trên mặt phẳng quan sát:

$$\varphi_m(M) = \varphi_i(P_m) + \varphi_{P_m \rightarrow M},$$

$\varphi_i(P_m)$  là pha của sóng tới tại khe thứ  $m$ .

Vì sóng tới là sóng phẳng nên:

$$\varphi_i(P_m) - \varphi_i(P_0) = -\vec{k}_i \cdot \overrightarrow{P_0 P_m} = -m \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta_i.$$

Điểm  $M$  của màn sẽ tương ứng với một phương  $\theta$  trong không gian vật của thấu kính.

Nhưng theo định lí MALUS, các quang lộ  $(P_m M)$  và  $(H M)$  là như nhau. Do đó:

$$(P_m M) - (P_0 M) = (P_0 H) \text{ và } \varphi_{P_m \rightarrow M} = \varphi_{P_0 \rightarrow M} + m \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta.$$

Cuối cùng,  $N$  sóng giao thoa tại  $M$  sẽ có pha là:

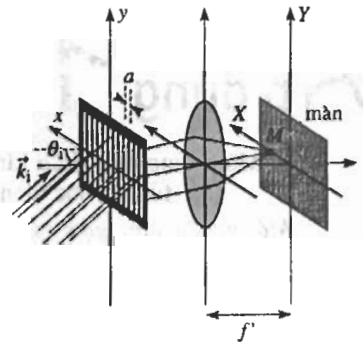
$$\varphi_m(M) = \varphi_0(M) + m \frac{2\pi}{\lambda} a (\sin \theta - \sin \theta_i) = \varphi_0(M) + m \varphi.$$

Nếu  $N$  rất lớn thì tổng của  $N$  hàm sin lệch pha nhau một lượng  $\varphi$  sẽ xấp xỉ bằng 0, trừ trường hợp  $\varphi$  rất gần với một bội số của  $2\pi$  (h.6). Trên màn, ánh sáng được tập trung tại những điểm tương ứng với các phương  $\theta_p$  sao cho:

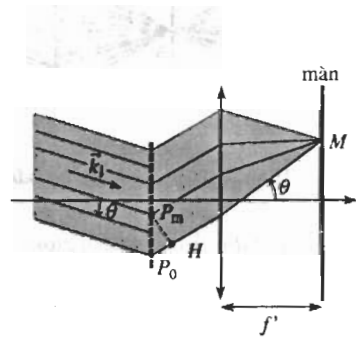
$$\frac{2\pi}{\lambda} a (\sin \theta_p - \sin \theta_i) = p 2\pi, \text{ do đó } \sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{a} \text{ với } p \text{ nguyên.}$$

Như vậy, mô hình được sử dụng là đủ để giải thích sự nhiễu xạ của sóng phẳng qua một cách tử khe.

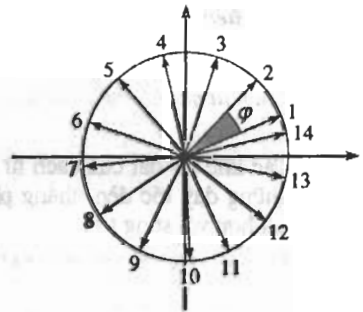
Các phương nhiễu xạ của ánh sáng phụ thuộc vào bước sóng  $\lambda$ . Ánh sáng đa sắc có bao nhiêu thành phần đơn sắc thì ta sẽ thu nhận được bấy nhiêu hệ vết sáng. Vì vậy, các cách tử được sử dụng chủ yếu để phân tách các thành phần đơn sắc của một ánh sáng đa sắc.



Hình 4. Nhiễu xạ ở vô cực qua cách tử khe.



Hình 5. Xác định pha của  $N$  sóng nhiễu xạ.



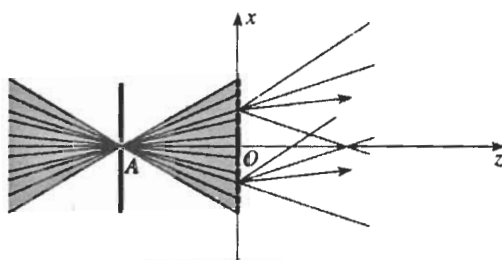
Hình 6. Khi  $N$  rất lớn, tổng các  $e^{iN\varphi}$  tiến tới 0, trừ các giá trị  $\varphi$  xấp xỉ  $2p\pi$  ( $p$  nguyên).

# Áp dụng 1

## Mô phỏng một thấu kính bằng một cách tử có bước biến đổi được

Một nguồn sáng gồm có một khe rất hẹp và rất dài được chiếu sáng bằng ánh sáng đơn sắc, bước sóng  $\lambda$ .

Ánh sáng ra khỏi khe này được chiếu lên một cách tử gồm  $2N + 1$  vạch rất hẹp và rất dài, có cùng độ rộng nhưng cách nhau không đều, tại các vị trí có tọa độ  $x_m$ .  $m$  nằm giữa  $-N$  và  $+N$  ( $N$  là rất lớn) và tâm của khe trung tâm trùng với gốc tọa độ  $O$  (h.7).



Hình 7. Mô phỏng thấu kính bằng một cách tử.

1) Tâm A của khe nguồn nằm trên trục  $(Oz)$  với  $z_A = f$  ( $f < 0$ ).

Tìm điều kiện đối với  $x_m$  để cho trong gần đúng GAUSS ( $\theta \ll 1$  rad), sóng nhiễu xạ tại vô cực qua cách tử này gần như là một sóng phẳng truyền theo trục  $(Oz)$ .

2) Giả sử điều kiện này được thực hiện, khe nguồn luôn luôn định hướng song song với  $(Oy)$ , được định tâm tại một điểm A có tọa độ  $x_A$  và  $z_A$ .

Chứng minh rằng trong mặt phẳng của hình vẽ có một điểm A' tại đó cường độ sáng rất lớn.

Tìm các hệ thức liên hệ giữa  $x_A$ ,  $x_{A'}$  và  $f$ ?

Cách tử này có thể được sử dụng làm gì?

Các khe rất dài của cách tử có thể được xem như những dây tóc đèn thẳng phát ra những sóng trụ kết hợp với sóng tới.

1) Các sóng thứ cấp phát ra từ  $2N + 1$  khe sẽ giao thoa với nhau.

Vì  $N$  rất lớn nên cường độ sáng chỉ có giá trị đáng kể nếu như các sóng này là đồng pha (sai khác một lượng là  $2\pi$ ).

Điều kiện này được thực hiện tại vô cực theo phương  $(Oz)$  nếu như các pha của sóng tới tại các khe sai khác nhau một lượng là  $2\pi$ .

Cách đơn giản nhất để thực hiện điều đó là:

$$AP_m = AO + m\lambda.$$

Trong gần đúng GAUSS:

$$AP_m = -f \left( 1 + \frac{x_m^2}{2f^2} \right),$$

từ đó suy ra điều kiện:

$$x_m = \pm \sqrt{2|f\lambda|} \sqrt{m}.$$

Người ta có thể chứng tỏ rằng các sóng không thể đồng pha trong bất kì một phương nào khác.

Do đó, sóng tổng hợp giao thoa của  $2N + 1$  sóng nhiễu xạ qua các khe tại vô cực sẽ tương đương với một sóng phẳng truyền theo phương  $(Oz)$ .

2) Cường độ sáng chỉ rất lớn nếu như các sóng nhiễu xạ qua các khe đồng pha với nhau. Điều đó được thực hiện tại một điểm A' sao cho:

$$AP_m + P_m A' = AO + OA' + m\lambda.$$

Trong gần đúng GAUSS:

$$\begin{aligned} -z_A \left( 1 + \frac{(x_m - x_A)^2}{2z_A^2} \right) + z_{A'} \left( 1 + \frac{(x_m - x_{A'})^2}{2z_{A'}^2} \right) \\ = -z_A \left( 1 + \frac{x_A^2}{2z_A^2} \right) + z_{A'} \left( 1 + \frac{x_{A'}^2}{2z_{A'}^2} \right) + m\lambda. \end{aligned}$$

Điều kiện này được nghiệm đúng đối với tất cả các giá trị  $m$  nếu:

$$\frac{x_A}{z_A} = \frac{x_{A'}}{z_{A'}} \quad \text{và} \quad \frac{1}{z_A} - \frac{1}{z_{A'}} = \frac{1}{f}.$$

Chúng ta tìm lại được các hệ thức liên hợp của một thấu kính mỏng. Ánh sáng phát ra từ khe định tâm tại A sẽ tập trung trên một đoạn, định tâm tại A'.

Để đơn giản, chúng ta đã khảo sát trường hợp trong đó các tia sáng nằm trong một mặt phẳng tương đương với một thấu kính trụ.

Tương tự, tồn tại những cách tử khe tròn tương đương với một thấu kính cầu mỏng trong điều kiện GAUSS.

## 2 Nguyên lí HUYGENS - FRESNEL

### 2.1 Bài toán nhiễu xạ tổng quát

Các ví dụ nghiên cứu ở §1 chỉ là một trường hợp đặc biệt của hiện tượng nhiễu xạ tổng quát.

Chúng ta khảo sát một sóng tới đơn sắc, có biên độ  $s_i(M, t)$  chiếu vào một vật nào đó (h.8).

Sóng ló hay sóng nhiễu xạ phụ thuộc vào dạng và các tính chất quang học của vật nhiễu xạ.

Để giải bài toán này một cách chặt chẽ, ta phải tìm các nghiệm của phương trình cơ bản của trường điện từ (các phương trình MAXWELL) thoả mãn các điều kiện biên được đặt ra bởi vật nhiễu xạ và sóng tới (h.9).

Cách làm như vậy trên thực tế là rất khó khăn, ngay cả đối với những vật cản đơn giản mà chúng ta có thể tính toán đến tận cùng.

Nhưng rất may, là có một cách giải gần đúng, áp dụng được trong các trường hợp thường gặp.

### 2.2. Các sóng thứ cấp

Các sóng truyền trên mặt nước được quan sát một cách dễ dàng và trong mức độ định tính sẽ cho ta một ví dụ đơn giản về sự truyền sóng.

Nếu bề mặt chất lỏng bị biến dạng một cách cục bộ thì nó có xu hướng quay trở về vị trí cân bằng.

Sự quay trở về vị trí cân bằng này sẽ làm nhiễu loạn các điểm lân cận và những điểm này đến lượt mình sẽ bị lệch ra khỏi vị trí cân bằng. Do đó, chúng ta sẽ tưởng tượng được một sóng tạo ra do một hòn sỏi rơi trên mặt nước. Người ta quan sát được sự lan truyền của các vòng tròn sóng đồng tâm. Vì sự chấn động của mặt nước được truyền dần ra xa nên ta có thể giả sử rằng có thể nhận được một sóng đúng như vậy bằng cách gắn cho tất cả những điểm trên đường tròn bán kính  $r$  một biến dạng bề mặt giống hệt như biến dạng quan sát được.

Tất cả những điểm trên đường tròn này khi đó được xem như là những nguồn thứ cấp phát ra những "sóng con". Sự chồng chất của các sóng con này sẽ tái tạo lại sóng thực (h.10).

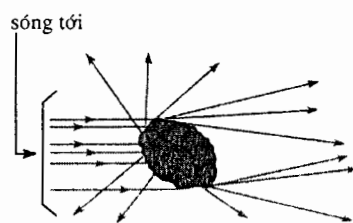
HUYGENS (vào thế kỉ XVII) đã có trực giác này khi đi tìm một mô hình có thể giải thích được các định luật khúc xạ. Tất nhiên vào thời đó, điều này chỉ là một giả thuyết dựa trên suy luận tương tự.

Vào thế kỉ thứ XIX, FRESNEL biết lí thuyết sóng của ánh sáng và sự giao thoa ánh sáng, đã hoàn chỉnh mô hình này để giải thích một cách đúng đắn sự phân bố cường độ sáng trong các hiện tượng nhiễu xạ.

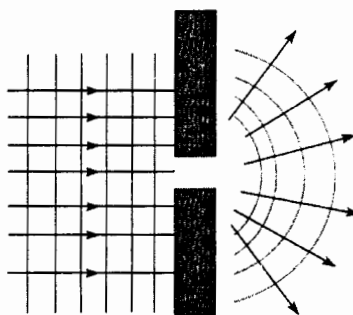
Cuối cùng, lí thuyết sóng điện từ đã cho phép chứng thực được giả thuyết này khi chỉ ra một cách chính xác những phép gần đúng cần thiết.

Chúng ta sẽ không đi sâu vào điểm này vì quá kỹ thuật và tính tế mà chỉ thừa nhận một kết quả được biết dưới tên gọi là nguyên lí HUYGENS - FRESNEL.

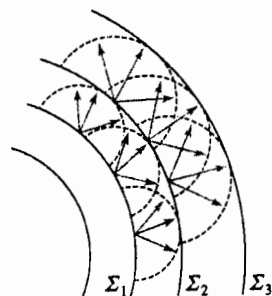
Thực ra, chúng ta đã ngầm sử dụng nguyên lí này trong §1: mỗi khe hẹp đã được xem như một nguồn sơ cấp, sự chồng chất của tất cả các biên độ sóng sơ cấp sẽ cho ta sóng nhiễu xạ.



Hình 8. Nhiễu xạ của sóng ánh sáng trên một mặt bất kì.



Hình 9. Hiện tượng tương tự: nhiễu xạ của sóng nước.



Hình 10. Sóng phát ra qua mặt sóng  $\Sigma$  được xem như kết quả chồng chất của các sóng thứ cấp (hoặc sóng con) phát ra từ tất cả các điểm trên  $\Sigma$ .

### 2.3. Độ trong suốt của một lỗ nhiều xạ

Một miền trong suốt được tạo ra trên một màn phẳng, không trong suốt được gọi là **lỗ nhiều xạ**.

Nếu  $P$  là một điểm trên mặt  $\Sigma$  của lỗ nhiều xạ thì độ trong suốt phức (hay hàm truyền qua)  $\underline{t}(P)$  được định nghĩa bởi công thức:

$$\underline{s}^*(P, t) = \underline{t}(P) \underline{s}_i(P, t).$$

$\underline{s}_i(P, t)$  là biên độ mà sóng tới sẽ có được tại  $P$  khi không có lỗ nhiều xạ.

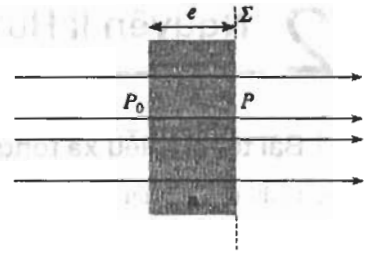
$\underline{s}^*(P, t)$  là biên độ mà ta sẽ quan sát được tại  $P$  khi không có nhiều xạ, nghĩa là theo các định luật của quang hình học.

Nói riêng:

- $\underline{t}(P) = 0$  nếu vật nhiều xạ là không trong suốt tại  $P$ ;
- $\underline{t}(P) = 1$  tại một lỗ thủng.

Chúng ta cũng nhận thấy rằng:

- $\underline{t}(P) = -1$  đối với một gương kim loại lí tưởng;
- $\underline{t}(P) = t_0 \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)e\right)$  với  $t_0 < 1$  đối với bản thủy tinh có độ dày  $e$  (h.11).



Hình 11. Sự truyền sóng thẳng góc qua một bản thủy tinh.

### 2.4. Phát biểu nguyên lí

Nguyên lí HUYGENS - FRESNEL cho rằng sóng ánh sáng nhiều xạ qua một lỗ là kết quả chồng chất của các sóng thứ cấp (hay các sóng nhỏ) phát ra từ tất cả các yếu tố của mặt lỗ (h.12).

Lỗ nhiều xạ được đặc trưng bởi hàm truyền qua  $\underline{t}(P)$  và cùng với nó là một độ dài đặc trưng: đường kính nếu đó là một lỗ tròn, độ rộng nếu đó là một khe và chu kì không gian nếu  $\underline{t}$  là hàm tuần hoàn.

Chúng ta thừa nhận rằng nếu độ dài đặc trưng của lỗ nhiều xạ rất lớn so với bước sóng  $\lambda$  thì một yếu tố diện tích  $dS$  tại lân cận của điểm  $P$  trên mặt  $\Sigma$  sẽ phát ra một sóng có biên độ tại  $M$  là:

$$d\underline{s}_P(M, t) = \underline{f}(P, M) \underline{t}(P) \underline{s}_i(P) e^{i\varphi_{P \rightarrow M}}.$$

- $\varphi_{P \rightarrow M}$  biểu thị độ lệch pha khi sóng truyền từ  $P$  đến  $M$ .
- $\underline{f}(P, M)$  là một hàm biến đổi cực kì chậm so với sự biến đổi của hàm  $e^{i\varphi_{P \rightarrow M}}$ .
- Nếu lỗ nhiều xạ được đặt trong một môi trường đồng chất có chiết suất  $n$  và nếu phương  $PM$  gần với phương của sóng tới và cuối cùng nếu  $PM$  rất lớn so với bước sóng ánh sáng thì sóng thứ cấp phát ra từ  $P$  có cấu trúc của một sóng cầu và:

$$\underline{f}(P, M) \approx \frac{C}{PM} \text{ với } C \text{ là một hằng số phức.}$$

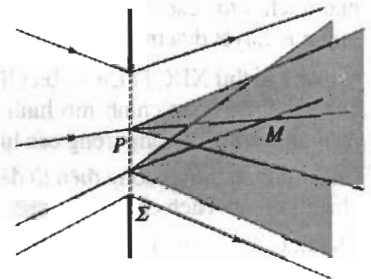
• Hơn nữa, nếu điểm  $M$  tại đó ta quan sát sóng nhiều xạ nằm cách xa lỗ nhiều

xạ thì các biến thiên tỉ đối của  $\frac{1}{PM}$  là nhỏ, có thể bỏ qua và hàm  $\underline{f}(P, M)$

quy về một hằng số phức  $K$  phụ thuộc vào khoảng cách trung bình giữa vật nhiều xạ và mặt phẳng quan sát.

Để chứng minh định tính điều kiện về độ dài đặc trưng, chúng ta xét trường hợp một lỗ hình tròn đường kính  $D$  được tạo ra trên một màn không trong suốt.

- Nếu  $D$  vào cỡ của  $\lambda$  thì cần phải tính đến ảnh hưởng của màn làm bằng bản chất cụ thể của mép lỗ: hình dạng chính xác, vật liệu cách điện hay kim loại, v.v...



Hình 12. Nguyên lí HUYGENS - FRESNEL. Tất cả các điểm của lỗ nhiều xạ  $\Sigma$  phát ra các sóng thứ cấp giao thoa với nhau tại  $M$ .

• Nếu  $D$  lớn thì các ảnh hưởng của mép lỗ trở nên không đáng kể và chỉ cần cho trước  $\underline{t}$  là đủ để xác định sóng nhiễu xạ.

Vì chúng ta sẽ chỉ xét trường hợp nhiễu xạ tại vô cực theo phương gần với pháp tuyến của mặt  $\Sigma$ , nên chỉ cần nhớ nguyên lí HUYGENS - FRESNEL dưới dạng đơn giản hoá của nó.

Sóng nhiễu xạ qua một lỗ  $\Sigma$  đặc trưng bởi một hàm truyền qua  $\underline{t}(P)$  là kết quả chồng chất của các sóng nhỏ thứ cấp phát ra từ tất cả các điểm trên mặt  $\Sigma$ .

Nếu độ dài đặc trưng của  $\underline{t}(P)$  rất lớn so với bước sóng  $\lambda$  thì một yếu tố diện tích  $dS$  tại lân cận của điểm  $P$  trên mặt  $\Sigma$  sẽ phát ra một sóng có biên độ tại điểm  $M$  nằm ở xa và theo một phương gần với pháp tuyến của mặt  $\Sigma$  là:

$$dS_P(M, t) = K \underline{t}(P) \underline{s}_i(P) e^{i\varphi_{P \rightarrow M}},$$

với  $K$  là một hằng số phức riêng cho từng dụng cụ,  $\underline{t}(P)$  là hàm truyền qua của  $\Sigma$ ,  $\underline{s}_i(P)$  là biên độ phức tại  $P$  của sóng tới khi không có vật nhiễu xạ và  $\varphi_{P \rightarrow M}$  là độ lệch pha ứng với sự truyền sóng từ  $P$  đến  $M$ .

## Áp dụng 2

### Thấu kính mỏng

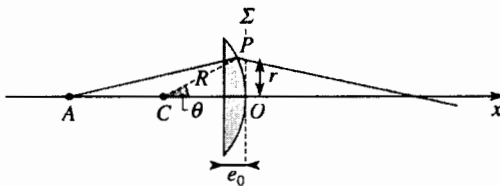
Chúng ta sẽ đi tìm lại những hệ thức liên hợp của một thấu kính mỏng bằng cách xem nó như là một lỗ nhiễu xạ.

Cho xét một thấu kính phẳng lồi, mỏng, có chiết suất  $n$  đặt trong môi trường có chiết suất bằng 1. Lăng kính cầu có bán kính chính khúc là  $R$ .

Mặt ra  $\Sigma$  của hệ, là một mặt phẳng tiếp xúc với lăng kính tại  $O$  và vuông góc với quang trục (h.13). Thấu kính được chiếu sáng bằng một sóng đơn sắc phát ra từ nguồn điểm  $A$  nằm trên quang trục tại tọa độ:

$$z_A < -\frac{R}{n-1}.$$

Tất cả các tính toán cần phải được giới hạn tới bậc 2 đối với  $\frac{r}{R}$  và  $\theta$ .



Hình 13. Thấu kính mỏng được xem như vật nhiễu xạ.

1) Với  $r$  là khoảng cách từ một điểm  $P$  trên  $\Sigma$  tới quang trục, xác định hàm truyền qua phức  $\underline{t}(r)$  (người ta thừa nhận rằng module  $t_0$  của hàm này là đều và xấp xỉ bằng 0,9).

2) Xác định pha của sóng tới có thể có tại  $P$  khi không có thấu kính.

3) Xác định điểm  $A'$  trên quang trục mà tại đó cường độ ánh sáng nhiễu xạ là mạnh. Từ đó suy ra hệ thức liên hợp của thấu kính trong các điều kiện GAUSS.

Độ dày  $e(r)$  của thấu kính đo theo phương song song với quang trục trong gần đúng bậc 2 là:

$$\begin{aligned} e(r) &= R \cos \theta - R + e_0 \approx e_0 - R \theta^2 \\ &= R(\theta_{\max}^2 - \theta^2) = \frac{r_{\max}^2 - r^2}{R}. \end{aligned}$$

Giới hạn ở bậc 2, hiệu quang lộ giữa  $A$  và  $P$  do thấu kính đưa vào là:

$$(AP) - AP = (n-1) \frac{r_{\max}^2 - r^2}{R}.$$



Thật vậy, nếu chúng ta tính đến độ nghiêng của các tia sáng, thì điều đó sẽ đưa vào một số có dạng

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}, \text{ và do đó một số hạng bổ chính}$$

bậc 4.

Độ lệch pha tương ứng sẽ là:

$$\varphi(r) = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{n-1}{R} (r_{\max}^2 - r^2).$$

Hàm truyền qua là:

$$t(r) = t_0 \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n-1}{R} (r_{\max}^2 - r^2)\right).$$

2) Giả sử  $\varphi_0$  là pha của sóng tới tại điểm  $A$ ; pha  $\varphi_i(P)$  của sóng tới sẽ có tại  $P$  khi không có thấu kính sẽ là:

$$\varphi_i(P) = \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} AP \approx \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} z_A \left(1 + \frac{r^2}{z_A^2}\right)$$

(nhớ rằng  $z_A < 0$ ).

3) Pha  $\varphi^*(P)$  của đại lượng phức  $t(P)_{\Sigma_i}(P)$  là:

$$\varphi^*(P) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} z_A - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n-1}{R} r_{\max}^2 + \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{z_A} - \frac{n-1}{R}\right) r^2.$$

Xét một điểm  $A'$  nằm trên quang trục có tọa độ  $z_{A'}$  dương. Độ lệch pha gây ra do sự truyền sóng giữa  $P$  và  $A'$  trong gần đúng bậc 2 là:

$$\varphi_{P \rightarrow A'} = -\frac{2\pi}{\lambda} PA' \approx -\frac{2\pi}{\lambda} z_{A'} \left(1 + \frac{r^2}{z_{A'}^2}\right).$$

Cường độ sáng tại  $A'$  chỉ mạnh nếu như tất cả các sóng thứ cấp phát ra từ mọi điểm  $P$  của  $\Sigma$  đồng pha với nhau, nghĩa là:

$\varphi^*(P) + \varphi_{P \rightarrow A'} = \text{cte}$  (một lượng độc lập với  $r$ ).

Từ đó suy ra:

$$\frac{1}{z_A} - \frac{1}{z_{A'}} = \frac{n-1}{R}.$$

Chúng ta tìm lại được hệ thức liên hợp của các thấu kính mỏng với một biểu thức đúng của độ tụ theo bán kính chính khúc của lưỡng chất cầu.

## 3 Nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng

### 3.1. Bố trí thực nghiệm

Một sóng phẳng có vector sóng  $\vec{k}_i$  chiếu tới một lỗ nhiễu xạ phẳng, có độ trong suốt  $t(P) = t(x, y)$ , nằm vuông góc với trục ( $Oz$ ) và chứa điểm  $O$ . Chúng ta tìm cách xác định sóng nhiễu xạ tại vô cực. Điều đó quy về việc xác định  $s(M, t)$  tại mọi điểm  $M$  trên tiêu diện ảnh của thấu kính  $\mathcal{L}$  có tiêu cự ảnh  $f'$ , được giả sử là hoàn toàn tương điểm và tương phẳng.

Do đó,  $(x, y)$  biểu thị các tọa độ của điểm  $P$  còn  $(X, Y)$  là các tọa độ của điểm quan sát  $M$  (h.14).

Trong không gian vật của thấu kính, mỗi phương truyền theo vector đơn vị  $\vec{u}(M)$  tương ứng với một điểm  $M$  và do đó, với một vector sóng  $\vec{k}(M)$ .

Chúng ta giả sử rằng toàn hệ được đặt trong một môi trường đồng chất có chiết suất bằng 1.

Chú ý:

Khi mặt phẳng quan sát ở vô cực hay tại tiêu diện ảnh của một thấu kính, người ta nói về nhiễu xạ FRAUNHOFER, đối lập với trường hợp quan sát ở một khoảng cách gần, phải nghiên cứu tính tế hơn được gọi là nhiễu xạ FRESNEL.

### 3.2. Biên độ của sóng nhiễu xạ

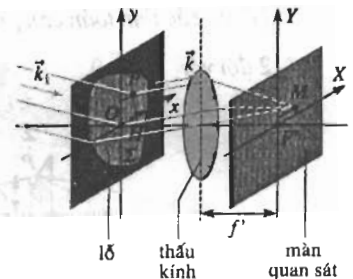
#### 3.2.1. Tính toán pha $\varphi_P(M)$

Giả sử  $\varphi_P(M)$  là pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $P$  trên mặt  $\Sigma$ . Cách tính toán  $\varphi_P(M)$  tương tự như đã làm đối với cách tử ở §1:

$$\varphi_P(M) = \varphi_i(P) + \varphi_{P \rightarrow M}.$$

Nhưng  $\varphi_i(P)$  là pha của sóng tới tại  $P$ :

$$\varphi_i(P) - \varphi_i(O) = -\vec{k}_i \cdot \vec{OP}.$$



Hình 14. Nhiễu xạ ở vô cực của sóng phẳng qua lỗ  $\Sigma$ ; màn quan sát nằm tại tiêu diện ảnh của một thấu kính.

Theo định lí MALUS, các quang lộ (PM) và (HM) là như nhau. Do đó:

$$(PM) - (OM) = (OH) = \vec{u} \cdot \vec{OP} \text{ và } \varphi_{P \rightarrow M} = \varphi_{O \rightarrow M} + \vec{k}(M) \cdot \vec{OP}.$$

Cuối cùng, vì  $\varphi_O(M) = \varphi_i(O) + \varphi_{O \rightarrow M}$  nên:

Tại một điểm  $M$  ở vô cực (hay trên tiêu diện ảnh của một thấu kính) pha của sóng thứ cấp phát ra từ một điểm  $P$  của lỗ nhiễu xạ là một hàm số của vị trí điểm  $P$  và các vectơ sóng  $\vec{k}_i$  của sóng tới và  $\vec{k}(M)$  của sóng ló:

$$\varphi_P(M) = \varphi_0(M) + (\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}.$$

$\varphi_0(M)$  không phụ thuộc vào điểm  $P$  biểu diễn pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $O$  của lỗ.

### 3.2.2. Tính toán biên độ

Cần phải lấy tổng các biên độ của các sóng thứ cấp (kết hợp) phát ra từ tất cả các yếu tố của mặt  $\Sigma$ . Nếu  $s_0$  là biên độ (thực) của sóng tới thì:

$$\begin{aligned} \underline{s}(M, t) &= \iint_{\Sigma} d\underline{s}_P(M, t) \\ &= Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp[i(\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dx dy. \end{aligned}$$

Các thành phần của vectơ  $\vec{k}_i$  và  $\vec{k}(M)$  là:

$$\begin{cases} k_{ix} = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha_i ; & k_{iy} = \frac{2\pi}{\lambda} \beta_i ; & k_{iz} = \frac{2\pi}{\lambda} \gamma_i \\ k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha ; & k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \beta ; & k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \gamma \end{cases} ;$$

Ta được biểu thức biên độ của sóng nhiễu xạ tại vô cực:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy.$$

Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER là hình mà người ta quan sát được tại vô cực hoặc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính.

Sóng có được do nhiễu xạ của một sóng phẳng, đơn sắc qua một lỗ phẳng  $\Sigma$  nằm trong mặt phẳng ( $xOy$ ) tại một điểm  $M$  ở vô cực có biểu thức như sau:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy.$$

$\alpha_i$  và  $\beta_i$  là các thành phần song song với ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) của vectơ đơn vị chỉ phương sóng tới.

$\alpha$  và  $\beta$  là các thành phần song song với ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) của vectơ đơn vị chỉ phương sóng ló ra từ  $\Sigma$  hướng tới  $M$ .

Chúng ta nhận thấy rằng nếu giới hạn ở những phương gần với trục thì:

$$\gamma \approx \gamma_i \approx 1 ; \quad \alpha \approx \frac{X}{f'} ; \quad \beta \approx \frac{Y}{f'}$$

### 3.3. Cường độ

#### 3.3.1. Cường độ tại một điểm

Ta đặt  $I_0 = K^2 s_0^2$ . Cường độ  $I = \underline{s} \cdot \underline{s}$  tại một điểm được tính theo công thức:

$$I(M) = I_0 \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

$$\text{hay } I(M) = I_0 \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \left( \frac{X}{f'} - \alpha_i \right) x + \left( \frac{Y}{f'} - \beta_i \right) y \right) \right] dx dy \right|^2.$$

Cần phải lưu ý rằng hằng số  $K$  và do đó cả  $I_0$  phụ thuộc vào dụng cụ quan sát.

Nếu  $M$  là một điểm trên màn, đặt cách lỗ nhiễu xạ một khoảng  $D$  rất lớn thì

$I_0$  biến thiên như  $\frac{1}{D^2}$ . Nếu  $M$  là một điểm trên tiêu diện ảnh của một thấu

kính thì  $I_0$  phụ thuộc vào khẩu độ, tiêu cự của thấu kính và vào khoảng cách giữa lỗ nhiễu xạ và thấu kính.

Biểu thức  $I(M)$  này không cho phép ta xác định chính xác giá trị quang thông tại  $M$  mà chỉ tính được những biến thiên tương đối của nó từ điểm này đến điểm khác trên mặt phẳng quan sát.

#### 3.3.2. Quang thông và góc đặc

Có thể thuận tiện hơn và tự nhiên hơn nếu như ta định vị một vật ở khoảng cách xa bằng các tọa độ góc của nó.

Mỗi yếu tố diện tích  $dS$  của màn đặt ở khoảng cách  $D$  tương ứng với một góc đặc  $d\Omega$ . Nếu chỉ giới hạn ở những phương gần với pháp tuyến của lỗ và nếu màn quan sát song song với mặt lỗ thì gần đúng tới bậc 2 theo  $\alpha$  và  $\beta$ , ta có thể viết (h.15):

$$dS = D^2 d\Omega = D^2 d\alpha d\beta.$$

Chúng ta tưởng tượng một mặt phẳng  $\Pi$  song song với mặt lỗ nhiễu xạ và nằm cách nó một khoảng  $D$ . Nếu  $\alpha$  và  $\beta$  nhỏ và  $D$  rất lớn so với kích thước lỗ

thì khi để ý đến biên độ của các sóng thứ cấp giảm theo  $\frac{1}{r}$ , cường độ sáng

tại một điểm  $M$  trên  $\Pi$  sẽ là:

$$I(M) = \frac{Cs_0^2}{D^2} \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

với  $C$  là một hằng số.

Theo định nghĩa của cường độ sáng, quang thông (hay công suất bức xạ trung bình) nhận được bởi một yếu tố diện tích  $dS$  nằm ở quanh  $M$  là:

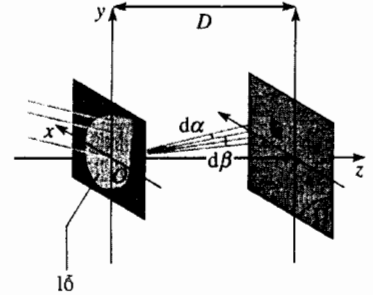
$$d\Phi = K_0 I(M) dS = K_0 I(M) D^2 d\Omega.$$

$K_0$  là hằng số tỉ lệ giữa cường độ và công suất bức xạ trung bình từ một đơn vị diện tích bề mặt (xem chương 1).

Do đó, chúng ta thu được biểu thức của quang thông nhiễu xạ trong một đơn vị góc đặc dưới dạng:

$$\frac{d\Phi}{d\Omega} = K' \frac{\Phi_i}{S} \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

ở đây  $S$  là diện tích của lỗ nhiễu xạ và  $\frac{\Phi_i}{S}$  tỉ lệ với  $s_0^2$  là quang thông bề mặt của sóng tới trên mặt lỗ nhiễu xạ.



**Hình 15.** Quang thông và góc đặc:  $dS$  được nhìn từ lỗ nhiễu xạ dưới một góc đặc  $d\Omega$ :  $d\Omega = d\alpha d\beta = \frac{dS}{D^2}$ .

### 3.4. Mối liên hệ giữa hàm trong suốt và hình nhiễu xạ

Biểu thức của  $I(M)$  hay tương đương với nó là biểu thức của  $\frac{d\Phi}{d\Omega}$  chỉ có thể tính được bằng giải tích trong một vài trường hợp đơn giản. Trong trường hợp tổng quát, chúng ta cần phải tính các tích phân đó bằng số.

Tuy nhiên, ngay cả khi không biết cấu trúc chính xác của hình nhiễu xạ  $I(\alpha, \beta)$  tương ứng với lỗ có độ trong suốt là  $t(x, y)$ , chúng ta cũng có thể phát biểu một vài quy luật chung.

#### 3.4.1. Sự giãn của lỗ nhiễu xạ

Chúng ta hãy tưởng tượng một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt ban đầu  $t(x, y)$  bị giãn rộng ra với một hệ số  $\mu$  theo phương  $(Ox)$ . Sau khi giãn độ trong suốt mới sẽ là:

$$t'(x, y) = t\left(\frac{x}{\mu}, y\right).$$

Hình nhiễu xạ mới được cho bởi công thức:

$$I'(\alpha, \beta) = I_0 \left| \iint_{\Sigma'} t\left(\frac{x}{\mu}, y\right) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

ở đây  $\Sigma'$  kí hiệu lỗ nhiễu xạ đã bị kéo giãn.

Ta đặt  $\alpha' - \alpha_i = \mu(\alpha - \alpha_i)$  và  $x' = \frac{x}{\mu}$ .

$$I'(\alpha, \beta) = \mu^2 I_0 \left| \iint_{\Sigma'} t(x', y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x' + (\beta - \beta_i)y) \right] dx' dy' \right|^2.$$

Các cận tích phân của biến  $x'$  trên  $\Sigma'$  bằng các cận của biến  $x$  trên  $\Sigma$ . Chúng ta tìm lại được một cách chính xác tích phân cho phép tính  $I(\alpha, \beta)$ .

$$\text{Tóm lại } I'(\alpha, \beta) = \mu^2 \frac{I_0}{I_0} I(\alpha', \beta).$$

Sai khác một hệ số tỉ lệ, cường độ nhiễu xạ theo phương  $(\alpha, \beta)$  bằng cường độ nhiễu xạ theo phương  $(\alpha', \beta)$  trước khi kéo giãn lỗ. Hình nhiễu xạ sẽ bị co hẹp lại theo tỉ lệ  $\mu$  dọc theo phương  $(Ox)$ .

Các hình 16 và 17 diễn hình nhiễu xạ qua một lỗ chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tương ứng là  $\Delta x$  và  $\Delta y$ . Trong trường hợp thứ nhất (h.16),  $\Delta x = \Delta y = a$ . Trong trường hợp thứ hai (h.17),  $\Delta x = a$  và  $\Delta y = 3a$ . Hình nhiễu xạ bị co lại theo tỉ lệ 3.

Sự kéo giãn lỗ nhiễu xạ theo một phương cho trước làm cho hình nhiễu xạ FRAUNHOFER bị co hẹp lại với cùng một tỉ lệ và cũng theo phương đó của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER.

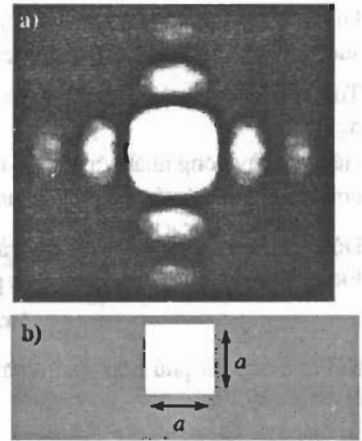
#### 3.4.2. Độ rộng của hình nhiễu xạ

Hàm  $I(M)$  được xác định tại mọi điểm trên màn quan sát.

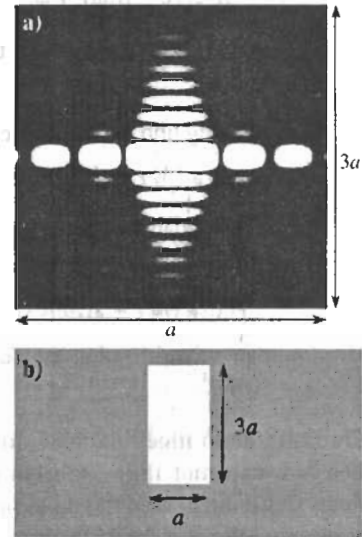
Tuy nhiên, thông thường cường độ sáng chỉ đáng kể trong một miền rất nhỏ xung quanh phương trung tâm  $(\alpha_i, \beta_i)$ . Khi đó, người ta có thể xác định một cách tùy ý độ rộng của hình nhiễu xạ đối với mỗi phương (h.18).

Theo kết quả ở phần trên, nếu ta biến đổi độ rộng  $\Delta x$  của lỗ nhiễu xạ thì độ rộng góc  $\Delta\alpha$  của hình nhiễu xạ cũng bị biến đổi theo sao cho:

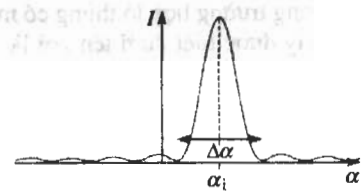
$$\Delta x \Delta\alpha = \text{cte}.$$



Hình 16. a) Nhiễu xạ qua lỗ hình vuông có cạnh a. b) Hệ nhiễu xạ.



Hình 17. a) Sự kéo giãn lỗ nhiễu xạ: nhiễu xạ qua lỗ hình chữ nhật có các cạnh là a và 3a. b) Hệ nhiễu xạ.



Hình 18. Độ rộng góc của hình nhiễu xạ tỉ lệ nghịch với độ rộng  $\Delta x$  của lỗ.

Giá trị của hằng số này rõ ràng phụ thuộc vào dạng chính xác của hàm trong suốt  $I(x, y)$ , cũng như vào quy ước đã dùng để định nghĩa độ rộng.

Tuy nhiên, ta có thể tìm được cỡ độ lớn của nó bằng cách phân tích thứ nguyên.

Hằng số này đồng nhất với một độ dài. Nhưng độ lớn đặc trưng của một sóng đơn sắc chính là bước sóng  $\lambda$  của nó.

**Độ rộng  $\Delta x$  của lỗ nhiễu xạ và độ rộng góc  $\Delta \alpha$  của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER** dọc theo cùng một phương sẽ thoả mãn hệ thức:

$$\Delta x \Delta \alpha \approx \lambda.$$

Kết quả này rất phù hợp với những lí luận lượng tử được trình bày ở đầu chương này.

### 3.4.3. Sự tịnh tiến lỗ nhiễu xạ

Chúng ta xét trường hợp quan sát hình nhiễu xạ trong tiêu diện ảnh của một thấu kính. Lỗ nhiễu xạ bị tịnh tiến, dịch chuyển đưa điểm  $O$  đến  $O'$  và điểm  $P$  đến  $P'$  (h.19).

Biên độ tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ một yếu tố diện tích nằm ở lân cận  $P'$  là:

$$ds_{P'}(M) = K' s_O \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] I(x, y) \exp[i(\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \vec{O}'P'] dS.$$

Nhưng sự tịnh tiến không làm biến đổi các vectơ  $\vec{k}(M)$  và  $\vec{k}_i$ , và  $\vec{OP} = \vec{O}'P'$ .

Do đó, nếu không tính đến sai lệch có thể có giữa các hằng số  $K$  và  $K'$  thì:

$$ds_{P'}(M) = ds_P(M) \exp[i(\varphi_{O'}(M) - \varphi_O(M))].$$

Sau khi lấy tích phân trên bề mặt của lỗ nhiễu xạ, nếu  $\underline{s}(M)$  và  $\underline{s}'(M)$  các biên độ tại  $M$  trước và sau khi tịnh tiến lỗ thì:

$$\underline{s}'(M) = \underline{s}(M) \exp[i(\varphi_{O'}(M) - \varphi_O(M))].$$

Khi tính toán cường độ sáng thì hàm mũ có module bằng 1 sẽ biến mất và  $I'(M) = I(M)$ .

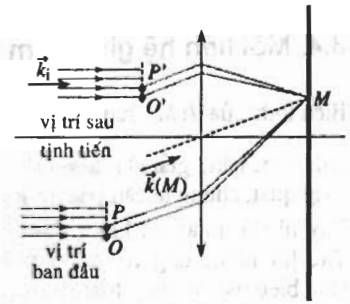
**Khi tịnh tiến lỗ nhiễu xạ, biên độ sóng nhiễu xạ tại một điểm trên tiêu diện ảnh của một thấu kính chỉ bị dịch pha đều. Cường độ của hình nhiễu xạ không bị biến đổi do lỗ tịnh tiến.**

### 3.4.4. Định lí BABINET

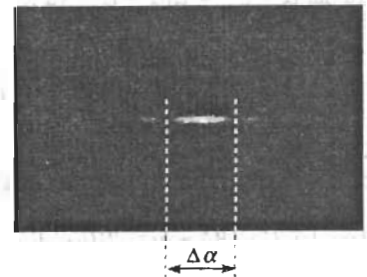
Các hình nhiễu xạ qua một lỗ thủng trên màn không trong suốt và qua một tấm chắn không trong suốt đồng dạng với lỗ là như nhau, chỉ khác ở chỗ trong trường hợp lỗ thủng có một vết sáng tại tâm hình nhiễu xạ. Tính chất này được biết dưới tên gọi là **định lí BABINET** được kiểm chứng một cách dễ dàng.

Chúng ta đặt một khe dài và hẹp (độ rộng vào cỡ 0,1mm) trên đường đi của một chùm tia laser. Hình nhiễu xạ trên một màn đặt cách vài mét được biểu diễn trên hình 20.

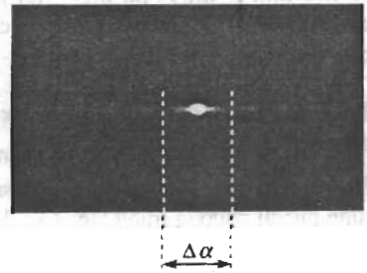
Chúng ta thay thế khe trên bằng một sợi chỉ mảnh kéo thẳng căng, một sợi tóc của một sinh viên chẳng hạn. Hình nhiễu xạ được biểu diễn trên hình 21.



**Hình 19.** Sự tịnh tiến lỗ nhiễu xạ: cường độ hình nhiễu xạ không thay đổi.



**Hình 20.** Hình nhiễu xạ qua một khe hẹp có độ rộng  $d$ :  $\Delta \alpha = 2 \frac{\lambda}{d}$ .



**Hình 21.** Hình nhiễu xạ bởi một sợi tóc có đường kính  $d$ :  $\Delta \alpha = 2 \frac{\lambda}{d}$ .

Như vậy, chúng ta đã có một phương pháp đo đạc, khá chính xác để đo các ống mao dẫn. Độ rộng góc  $\Delta\alpha$  của vết nhiễu xạ trung tâm và đường kính của sợi tóc liên hệ với nhau bằng công thức:

$$\Delta\alpha = 2 \frac{\lambda}{d}.$$

Sự chứng minh định lý này sử dụng tính tuyến tính của hệ thức giữa  $t(x, y)$  và  $s(M)$ .

Chúng ta kí hiệu  $t_1(x, y)$  là độ trong suốt của màn có đục một lỗ thủng và  $t_2(x, y)$  là độ trong suốt của tấm chắn. Hai vật nhiễu xạ được gọi là phụ nhau (h.22) vì:

$$t_1(x, y) + t_2(x, y) = t_0(x, y) \text{ với } t_0(x, y) = 1.$$

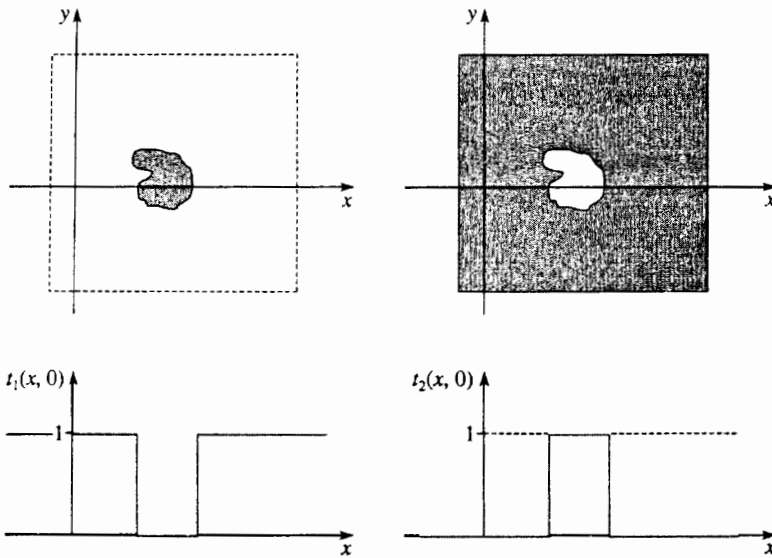
Nếu  $s_1(M)$ ,  $s_2(M)$  và  $s_0(M)$  biểu thị các biên độ tại  $M$  của các sóng nhiễu xạ qua  $t_1(x, y)$ ,  $t_2(x, y)$  và qua một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt bằng đơn vị thì:

$$s_1(M) + s_2(M) = s_0(M).$$

Nhưng một lỗ nhiễu xạ vô cùng rộng và hoàn toàn trong suốt sẽ không nhiễu xạ sóng tới và hình nhiễu xạ sẽ chỉ là một điểm sáng tại  $M_0$  theo phương của sóng tới. Ở ngoài điểm này, biên độ  $s_0(M)$  bằng 0. Do đó:

$$s_1(M, t) = -s_2(M, t) \text{ và } I_1(M) = I_2(M) \text{ nếu } M \neq M_0.$$

Ở ngoài điểm  $M_0$ , các biên độ trên là số đối nhau nên các cường độ tương ứng bằng nhau và do đó định lý đã được chứng minh.



Hình 22. Các vật nhiễu xạ phụ thuộc nhau  $t_1(x) + t_2(x) = 1$ .

### 3.5. Nhiễu xạ trong mặt phẳng của ảnh hình học của nguồn điểm

#### 3.5.1. Sơ đồ hai thấu kính

Một sóng phẳng có thể được tạo ra bằng cách đặt một lỗ nhỏ gần như một điểm được chiếu sáng đơn sắc tại tiêu điểm vật  $S$  của một thấu kính.