

**ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA**  
**KHOA SƯ PHẠM KỸ THUẬT**

----- ୧ ୩ ୧ -----

# **GIÁO TRÌNH**

# **NGUYÊN LÝ MÁY**

**DÙNG CHO SINH VIÊN CHUYÊN NGÀNH CƠ KHÍ CHẾ TẠO MÁY**  
**(LƯU HÀNH NỘI BỘ)**

**BIÊN SOẠN :**  
**LÊ CƯỜNG - BỘ MÔN NGUYÊN LÝ - CHỈ TIẾT MÁY**

**ĐÀ NẴNG 2006**

# CHƯƠNG MỞ ĐẦU

## §1. Khái niệm về máy và cơ cấu

### 1. Máy

Máy là tập hợp các vật thể do con người tạo ra, nhằm mục đích thực hiện và mở rộng các chức năng lao động.

- Căn cứ vào chức năng, có thể chia máy thành các loại:

**a. Máy năng lượng:** dùng để truyền hay biến đổi năng lượng, gồm hai loại:

- + Máy- động cơ: biến đổi các dạng năng lượng khác thành cơ năng, ví dụ động cơ nổ, động cơ điện, tuốcbin...

- + Máy biến đổi cơ năng: biến đổi cơ năng thành các dạng năng lượng khác, ví dụ máy phát điện, máy nén khí...

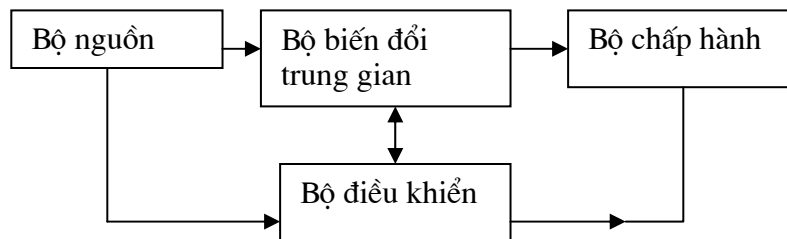
**b. Máy làm việc (máy công tác):** có nhiệm vụ biến đổi hoặc hình dạng, kích thước hay trạng thái của vật thể (gọi là máy công nghệ), hoặc thay đổi vị trí của vật thể (gọi là máy vận chuyển).

Trên thực tế, nhiều khi không thể phân biệt như trên, vì các máy nói chung đều có động cơ dẫn động riêng. Những máy như vậy gọi là *máy tổ hợp*. Ngoài động cơ và bộ phận làm việc, trong máy tổ hợp còn có các thiết bị khác như thiết bị kiểm tra, theo dõi, điều chỉnh... Khi các chức năng điều khiển của con người đối với toàn bộ quá trình làm việc của máy đều được đảm nhận bởi các thiết bị nói trên, máy tổ hợp trở thành *máy tự động*.

**c. Máy truyền và biến đổi thông tin,** ví dụ máy tính điện tử...

**d.** Ngoài các loại máy trên đây, còn nhiều loại máy có chức năng đặc biệt như tim nhân tạo, tay máy, người máy...

- Khi phân tích hoạt động của một máy, có thể xem máy là một hệ thống gồm các bộ phận điển hình, theo sơ đồ khối sau:



- + *Bộ nguồn:* cung cấp năng lượng cho toàn máy.

- + *Bộ chấp hành:* trực tiếp thực hiện nhiệm vụ công nghệ của máy.

- + *Bộ biến đổi trung gian:* thực hiện các biến đổi cần thiết từ bộ nguồn đến bộ chấp hành.

- + *Bộ điều khiển:* thực hiện các thông tin, thu thập các tín tức làm việc của máy và đưa ra các tín hiệu cần thiết để điều khiển máy.

### 2. Cơ cấu

- Trong các bộ phận của máy, tập hợp các vật thể có chuyển động xác định, làm nhiệm vụ truyền hay biến đổi chuyển động gọi là *cơ cấu*.

- Theo đặc điểm các vật thể hợp thành cơ cấu, có thể xếp các cơ cấu thành các lớp:

- + Cơ cấu chỉ gồm các vật rắn tuyệt đối.

- + Cơ cấu có vật thể đàn hồi, ví dụ cơ cấu dùng dây đai, cơ cấu có lò xo, cơ cấu dùng tác dụng của chất khí, chất lỏng, cơ cấu di chuyển nhờ thủy lực.

- + Cơ cấu dùng tác dụng của điện từ.

## §2. Nội dung và phương pháp nghiên cứu của môn học Nguyên lý máy

- Môn học Nguyên lý máy nghiên cứu vấn đề chuyển động và điều khiển chuyển động của cơ cấu và máy. Ba vấn đề chung của các loại cơ cấu và máy mà môn học Nguyên lý máy nghiên cứu là vấn đề về *cấu trúc*, *động học* và *động lực học*.

Ba vấn đề nêu trên được nghiên cứu dưới dạng hai bài toán: bài toán *phân tích* và bài toán *tổng hợp*.

Bài toán *phân tích cấu trúc* nhằm nghiên cứu các nguyên tắc cấu trúc của cơ cấu và khả năng chuyển động của cơ cấu tùy theo cấu trúc của nó.

Bài toán *phân tích động học* nhằm xác định chuyển động của các khâu trong cơ cấu, khi không xét đến ảnh hưởng của các lực mà chỉ căn cứ vào quan hệ hình học của các khâu.

Bài toán *phân tích động lực học* nhằm xác định lực tác động lên cơ cấu và quan hệ giữa các lực này với chuyển động của cơ cấu.

- Bên cạnh các phương pháp của môn học Cơ học lý thuyết, để nghiên cứu các vấn đề động học và động lực học của cơ cấu, người ta sử dụng các phương pháp sau đây:

- + Phương pháp đồ thị (phương pháp vẽ - dựng hình)

- + Phương pháp giải tích

Ngoài ra, các phương pháp thực nghiệm cũng có một ý nghĩa quan trọng trong việc nghiên cứu các bài toán về Nguyên lý máy.



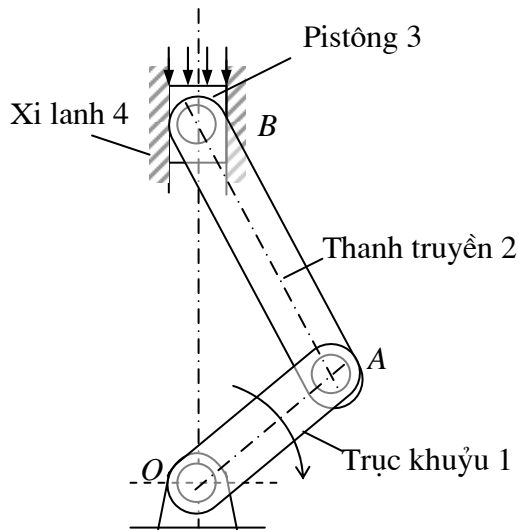
cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

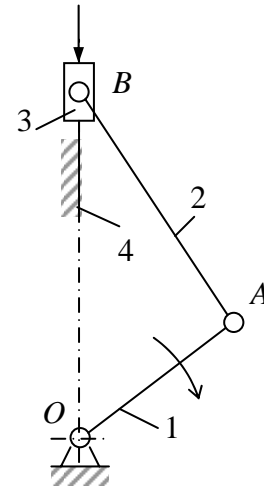
## CẤU TRÚC CƠ CẤU

### §1. Khái niệm và định nghĩa

#### 1) Khâu và chi tiết máy



Hình 1.1

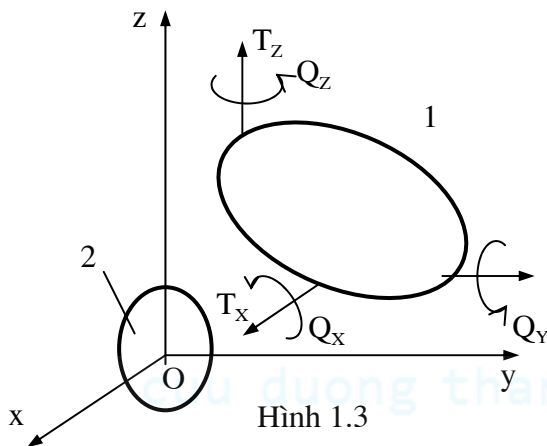


Hình 1.2

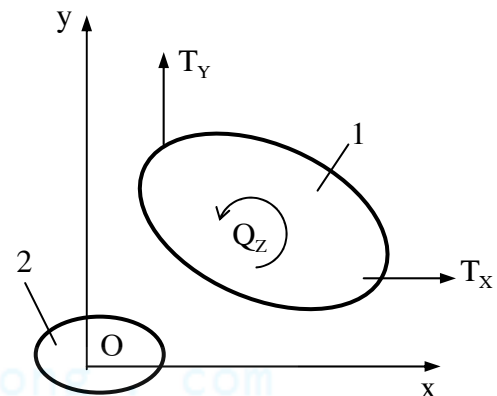
#### • Ví dụ về máy và cơ cấu

Xét động cơ đốt trong kiểu pittông-tay quay được dùng để biến đổi năng lượng của khí cháy bên trong xi lanh (nhiệt năng, hóa năng) thành cơ năng trên trục khuỷu (máy này được gọi là máy năng lượng - hình 1.1).

Động cơ đốt trong bao gồm nhiều cơ cấu. Cơ cấu chính trong máy là cơ cấu tay quay-con trượt OAB (hình 1.2) làm nhiệm vụ biến chuyển tịnh tiến của piston (3) thành chuyển động quay của trục khuỷu (1).



Hình 1.3



Hình 1.4

#### • Khâu và chi tiết máy

+ Máy gồm nhiều bộ phận có chuyển động tương đối đối với nhau. Mỗi bộ phận có chuyển động riêng biệt này của máy được gọi là một khâu.

Khâu có thể là một vật rắn không biến dạng, vật rắn biến dạng hoặc có dạng dây dẻo.

Trong toàn bộ giáo trình này, trừ những trường hợp đặc biệt, ta xem khâu như là một vật rắn không biến dạng (vật rắn tuyệt đối).

+ Khâu có thể là một chi tiết máy độc lập hay do một số chi tiết máy ghép cứng lại với nhau.

Mỗi chi tiết máy là một bộ phận hoàn chỉnh, không thể tháo rời nhỏ hơn được nữa của máy.

• Ví dụ, cơ cấu tay quay con trượt OAB (hình 1.2) có 4 khâu: Trục khuỷu (1), thanh truyền (2), piston (3) và xi lanh (4) gắn liền với vỏ máy. Trong hệ quy chiếu gắn liền với khâu (4) (vỏ máy,

xi lanh), mỗi khâu có chuyển động riêng biệt: Khâu (1) quay xung quanh tâm O, khâu (2) chuyển động *song phẳng*, khâu (3) chuyển động tịnh tiến, khâu (4) cố định.

Trục khuỷu thông thường là một chi tiết máy độc lập. Thanh truyền gồm nhiều chi tiết máy như thân, bạc lót, đầu to, bu lông, đai ốc... ghép cứng lại với nhau.

## 2) Nối động, thành phần khớp động và khớp động

### • *Bậc tự do tương đối giữa hai khâu*

+ Số bậc tự do tương đối giữa hai khâu là số khả năng chuyển động *độc lập* tương đối của khâu này đối với khâu kia (tức là số khả năng chuyển động độc lập của khâu này trong một hệ quy chiếu gắn liền với khâu kia).

+ Khi để rời hai khâu trong không gian, giữa chúng sẽ có 6 bậc tự do tương đối.

Thật vậy, trong hệ tọa độ vuông góc Oxyz gắn liền với khâu (1), khâu (2) có 6 khả năng chuyển động:  $T_x, T_y, T_z$  (chuyển động tịnh tiến dọc theo các trục Ox, Oy, Oz) và  $Q_x, Q_y, Q_z$  (chuyển động quay xung quanh các trục Ox, Oy, Oz). Sáu khả năng này hoàn toàn độc lập với nhau (hình 1.3).

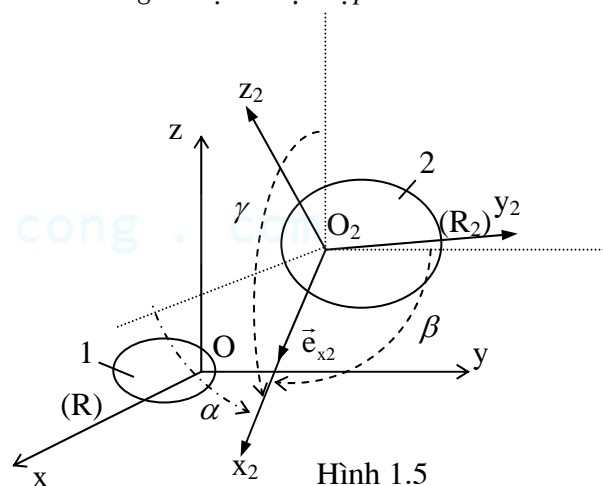
+ Tuy nhiên, khi để rời hai khâu trong mặt phẳng, số bậc tự do tương đối giữa chúng chỉ còn lại là 3: chuyển động quay  $Q_z$  xung quanh trục Oz vuông góc với mặt phẳng chuyển động Oxy của hai khâu và hai chuyển động tịnh tiến  $T_x, T_y$  dọc theo các trục Ox, Oy nằm trong mặt phẳng này (hình 1.4).

+ Số bậc tự do tương đối giữa hai khâu cũng chính là *số thông số vị trí độc lập cần cho* để xác định hoàn toàn vị trí của khâu này trong một hệ quy chiếu gắn liền với khâu kia (hình 1.5).

Thật vậy, để xác định hoàn toàn vị trí của khâu (2) trong hệ quy chiếu R gắn liền với khâu (1), nghĩa là để xác định hoàn toàn vị trí của hệ quy chiếu  $R_2$  gắn liền với khâu (2) so với hệ quy chiếu R, cần biết 6 thông số:

+ Ba tọa độ  $x_{O_2}, y_{O_2}, z_{O_2}$  của gốc  $O_2$  của hệ quy chiếu  $R_2$  trong hệ R.

+ Ba góc chỉ phương  $\alpha, \beta, \gamma$  xác định phương chiều của vectơ đơn vị  $\vec{e}_{x_2}$  của trục  $O_2x_2$  của hệ  $R_2$  trong hệ R.



Hình 1.5

### • *Nối động, thành phần khớp động, khớp động*

+ Để tạo thành cơ cấu, người ta phải tập hợp các khâu lại với nhau bằng cách thực hiện các *phép nối động*.

*Nối động hai khâu* là bắt chúng tiếp xúc với nhau theo một quy cách nhất định trong suốt quá trình chuyển động.

Nối động hai khâu làm hạn chế bớt số bậc tự do tương đối giữa chúng.

+ Chỗ trên mỗi khâu tiếp xúc với khâu được nối động với nó gọi là *thành phần khớp động*.

+ Tập hợp hai thành phần khớp động của hai khâu trong một phép nối động gọi là một *khớp động*.

## 3) Các loại khớp động và lược đồ khớp

### • *Các loại khớp động*

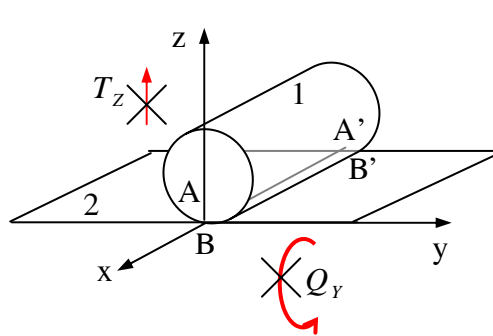
+ Căn cứ vào *số bậc tự do tương đối bị hạn chế đi* khi nối động (còn gọi là *số ràng buộc* của khớp), ta phân khớp động thành các loại: khớp loại 1, loại 2, loại 3, loại 4, loại 5 lần lượt hạn chế 1, 2, 3, 4, 5 bậc tự do tương đối.

Không có khớp loại 6, vì khớp này hạn chế 6 bậc tự do tương đối giữa hai khâu, khi đó hai khâu là *ghép cứng* với nhau. Không có khớp loại 0, vì khi đó hai khâu để rời hoàn toàn trong không gian (liên kết giữa hai khâu lúc này được gọi là *liên kết tự do*).

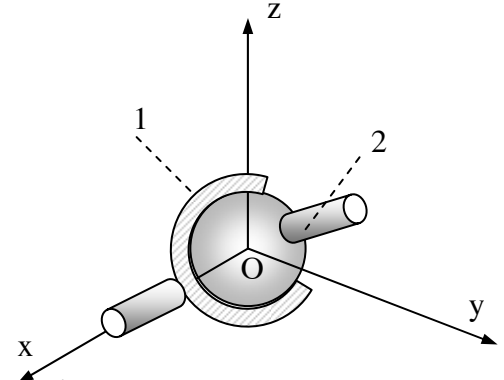
+ Căn cứ vào *đặc điểm tiếp xúc của hai khâu* khi nối động, ta phân khớp động thành các loại: *Khớp cao*: nếu thành phần khớp động là các *điểm* hay các *đường*. *Khớp thấp*: nếu thành phần khớp động là các *mặt*.

### • *Ví dụ về khớp động*

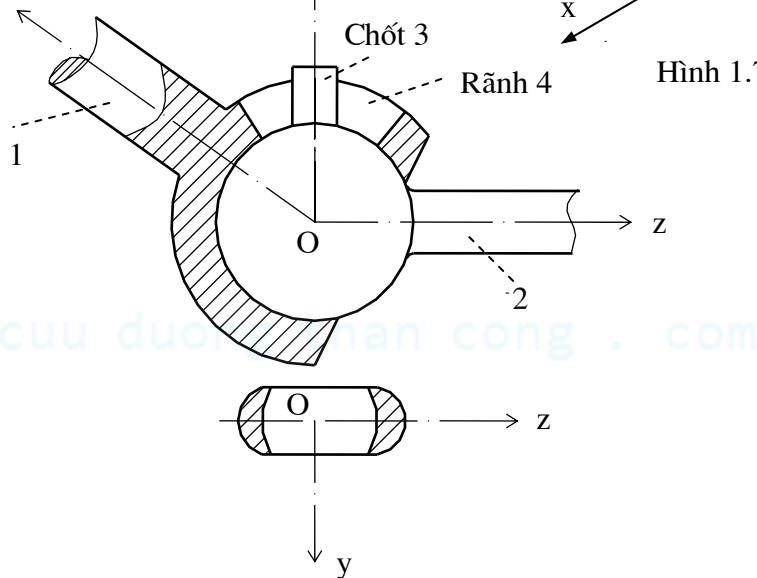
+ **Ví dụ 1:** Cho hình trụ tròn xoay (khâu 1) tiếp xúc với tấm phẳng (khâu 2) theo một đường sinh, ta được một khớp động (hình 1.6). Số bậc tự do tương đối bị hạn chế đi là 2 (hai chuyển động  $Q_Y, T_Z$  không thể xảy ra vì khi đó hình trụ không còn tiếp xúc với tấm phẳng theo đường sinh nữa). Khớp động này là khớp loại 2. Thành phần khớp động trên khâu 1 là đường sinh  $AA'$  của nó hiện đang tiếp xúc với mặt phẳng của khâu 2. Thành phần khớp động trên khâu 2 là đoạn thẳng  $BB'$  hiện trùng với đường sinh  $AA'$ . Thành phần khớp động là các đường nên khớp động này là một khớp cao.



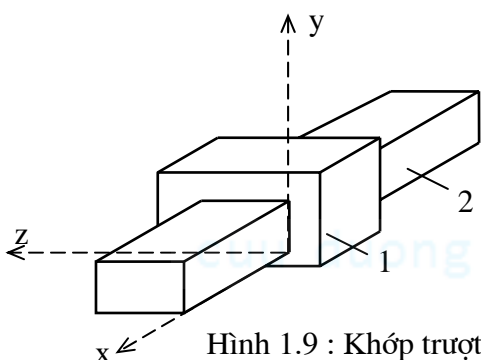
Hình 1.6



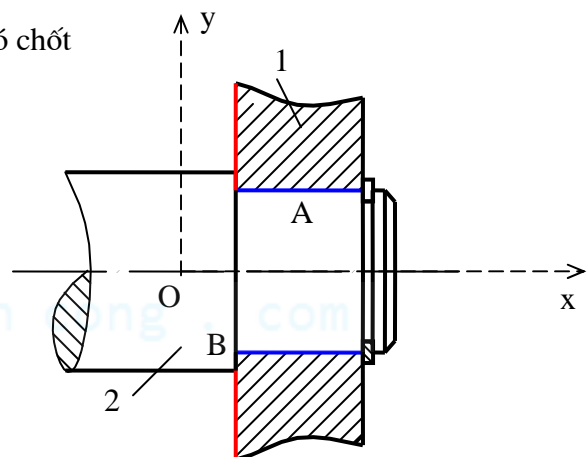
Hình 1.7



Hình 1.8 : Khớp cầu có chốt



Hình 1.9 : Khớp trượt



Hình 1.10 : Khớp quay

+ **Ví dụ 2:** Hai hình cầu tiếp xúc với nhau (hình 1.7) cho ta một khớp động. Số bậc tự do tương đối bị hạn chế đi là 3 (hạn chế ba chuyển động  $T_X, T_Y, T_Z$ ), nên đây là một khớp cầu loại 3. Thành phần khớp động là các mặt cầu, do vậy khớp cầu nói trên là một khớp thấp.

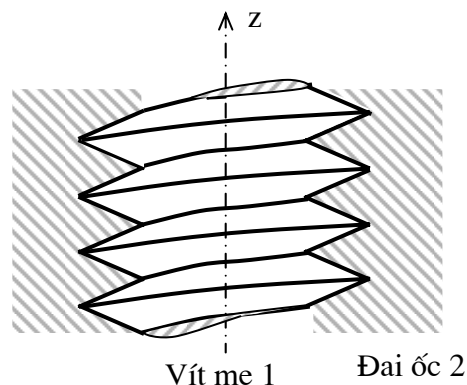
+ **Ví dụ 3:** *Khớp cầu có chốt* (hình 1.8): Khác với khớp cầu loại 3 trên đây, trên khâu 2 của khớp cầu này có gắn thêm chốt 3, trên khâu 1 có xẻ rãnh 4. Khi đó, khâu hai chỉ còn hai khả năng

chuyển động tương đối so với khâu 1: chuyển động quay  $Q_x$  xung quanh trục x và chuyển động quay  $Q_y$  xung quanh trục y. Khớp này hạn chế 4 bậc tự do tương đối, do vậy là khớp loại 4. Thành phần khớp động là các mặt cầu nên đây là một khớp thấp.

+ Ví dụ 4: *Khớp tịnh tiến (khớp trượt – hình 1.9):* số bậc tự do tương đối bị hạn chế đi là 5 (chỉ để lại chuyển động tịnh tiến  $T_x$ ) nên khớp trượt là khớp loại 5. Thành phần khớp động là các mặt phẳng, nên khớp trượt là một khớp thấp.

+ Ví dụ 5: *Khớp quay (khớp bản lề – hình 1.10):* số bậc tự do tương đối bị hạn chế đi là 5 (chỉ để lại chuyển động quay  $Q_x$ ) nên khớp quay là một khớp loại 5. Thành phần khớp động là các mặt trụ tròn xoay A và các phần mặt phẳng B, nên đây là một khớp thấp.

◦ Ví dụ 6: *Khớp vít (ví dụ vít me-đai ốc – hình 1.11):* khâu 1 có hai khả năng chuyển động tương đối so với khâu 2, đó là hai chuyển động  $T_z$  và  $Q_z$ . Tuy nhiên hai khả năng chuyển động này phụ thuộc lẫn nhau (khi giữ vít me cố định và xoay đai ốc một góc nào đó quanh trục Oz thì đai ốc sẽ tịnh tiến một khoảng xác định dọc theo trục Oz). Do vậy khớp vít là khớp loại 5. Thành phần khớp động là các mặt ren vít nên đây là một khớp thấp.



Hình 1.11: Khớp vít

#### • **Lược đồ khớp**

Trên thực tế, kết cấu khâu và khớp rất phức tạp. Để thuận tiện cho việc nghiên cứu các bài toán về cơ cấu, người ta biểu diễn các khớp động khác nhau bằng các lược đồ quy ước.

Lược đồ một số khớp thông dụng:

Khớp cầu (khớp thấp, loại 3)	
Khớp cầu có chốt (Khớp thấp, loại 4)	
Khớp tịnh tiến (khớp thấp, loại 5)	
Khớp bản lề (khớp thấp, loại 5)	
Khớp vít (khớp thấp, loại 5)	
Khớp cao phẳng (khớp bánh răng phẳng, khớp cam phẳng...) (khớp cao, loại 4)	

#### 4) Kích thước động của khâu và lược đồ khâu

+ *Kích thước động của khâu* là các thông số xác định vị trí tương đối giữa các thành phần khớp động trên khâu.

Ví dụ, thanh truyền (2) trong động cơ đốt trong (hình 1.1) được nối với tay quay (1) và với pittông (3) bằng các khớp quay, các thành phần khớp động trên thanh truyền là các mặt trụ trong

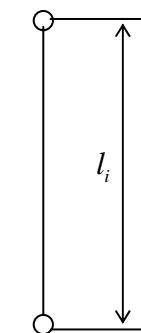
có đường trục song song với nhau. Kích thước động của thanh truyền là khoảng cách  $l_i$  giữa hai đường trục của các khớp quay.

+ Mỗi khâu có thể có một hay nhiều kích thước động.

Ví dụ, khâu 3 trên hình 1.17 được nối động với ba khâu 6, 2 và 4 bằng các khớp quay B, C, E. Khâu 3 có ba kích thước động, đó là khoảng cách trục  $l_{EC}$ ,  $l_{DE}$ ,  $l_{DC}$  giữa các khớp quay.

+ Khâu được biểu diễn bằng các lược đồ gọi là *lược đồ động của khâu*, trên đó thể hiện các kích thước động của nó và lược đồ các khớp động nối nó với các khâu khác.

Ví dụ lược đồ động của khâu thanh truyền (2) trong động cơ đốt trong cho trên hình 1.12.



Hình 1.12

## 5) Chuỗi động và cơ cấu

### • Chuỗi động

+ *Chuỗi động* là tập hợp các khâu được nối với nhau bằng các khớp động.

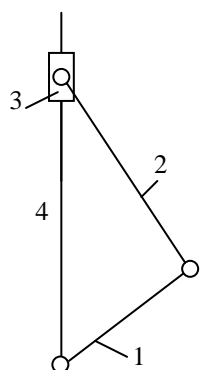
+ Dựa trên cấu trúc chuỗi động, ta phân chuỗi động thành hai loại: chuỗi động hở và chuỗi động kín.

Chuỗi động *hở* là chuỗi động trong đó các khâu chỉ được nối với một khâu khác.

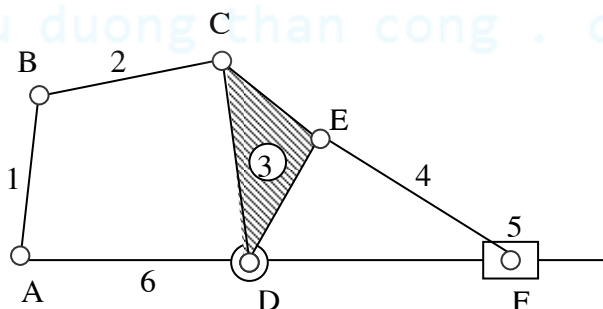
Chuỗi động *kín* là chuỗi động trong đó mỗi khâu được nối ít nhất với hai khâu khác (các khâu tạo thành các chu vi khép kín, mỗi khâu tham gia ít nhất hai khớp động).

+ Dựa trên tính chất chuyển động, ta phân biệt chuỗi động không gian và chuỗi động phẳng.

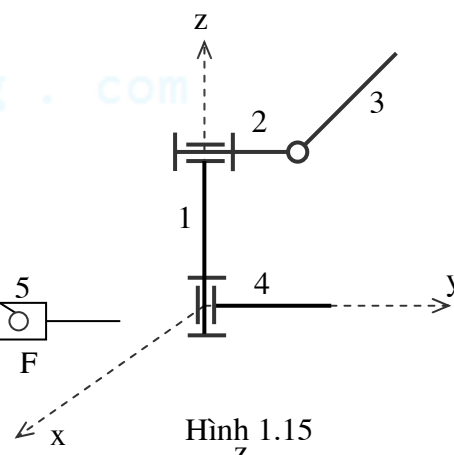
Chuỗi động *không gian* có các khâu chuyển động trên các mặt phẳng không song song với nhau, còn trong chuỗi động *phẳng*, tất cả các khâu chuyển động trên những mặt phẳng song song với nhau.



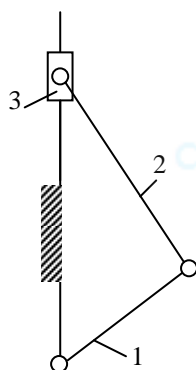
Hình 1.13



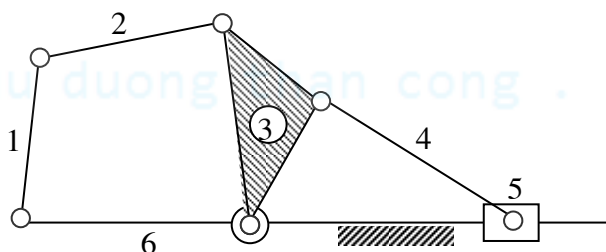
Hình 1.14



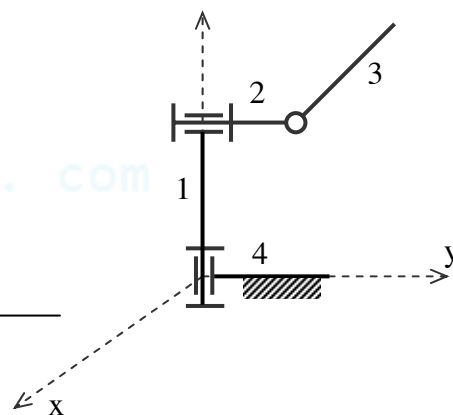
Hình 1.15



Hình 1.16



Hình 1.17



Hình 1.18

+ Ví dụ, chuỗi động trên hình 1.13, có 4 khâu nối nhau bằng 3 khớp quay và 1 khớp trượt, các khớp quay có đường trục song song với nhau và vuông góc với phương trượt của khớp trượt, do đó cả 4 khâu có mặt phẳng chuyển động song song với nhau. Hơn nữa mỗi khâu trong chuỗi



động nối động với 2 khâu khác, nên chuỗi động nói trên là một chuỗi động *phẳng kín*. Tương tự, chuỗi động trên hình 1.14 cũng là chuỗi động phẳng kín.

Chuỗi động trên hình 1.15 gồm 4 khâu, nối nhau bằng 3 khớp quay có đường trục vuông góc với nhau từng đôi một, do đó các khâu chuyển động trong các mặt phẳng không song song với nhau. Mặc khác, khâu 3 và khâu 4 chỉ được nối với một khâu khác nên đây là một chuỗi động không gian hở.

### • Cơ cấu

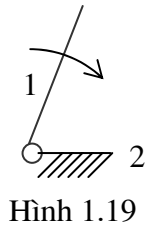
+ Cơ cấu là một chuỗi động, trong đó một khâu được chọn làm hệ quy chiếu (và gọi là *giá*), các khâu còn lại có chuyển động xác định trong hệ quy chiếu này (và gọi là các *khâu động*). Thông thường, coi giá là cố định.

Tương tự như chuỗi động, ta cũng phân biệt cơ cấu *phẳng* và cơ cấu *không gian*.

+ Ví dụ, chọn khâu 4 trong chuỗi động phẳng kín hình 1.13, khâu 6 trong chuỗi động phẳng kín hình 1.14 làm *giá*, ta được các cơ cấu phẳng. Chọn khâu 4 trong chuỗi động không gian hở hình 1.15 làm *giá*, ta có cơ cấu không gian.

Hình 1.16: cơ cấu tay quay con trượt dùng để biến chuyển động quay của khâu 1 thành chuyển động tịnh tiến của khâu 3 và ngược lại. Hình 1.17: cơ cấu 6 khâu phẳng sử dụng trong máy sàng lắc, dùng để biến chuyển động quay của khâu 1 thành chuyển động tịnh tiến qua lại của con trượt 5. Hình 1.18: cơ cấu tay máy ba bậc tự do.

+ Cơ cấu thường được tạo thành từ chuỗi động kín. Cơ cấu được tạo thành từ chuỗi động hở như cơ cấu tay máy (hình 1.18), cơ cấu rôto máy điện (hình 1.19).



Hình 1.19

## §2. Bậc tự do của cơ cấu

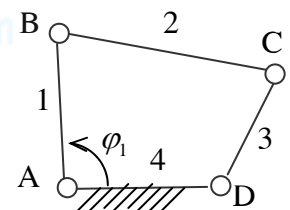
### 1) Khái niệm bậc tự do của cơ cấu

+ Số bậc tự do của cơ cấu là số thông số vị trí độc lập cần cho trước để vị trí của toàn bộ cơ cấu hoàn toàn xác định.

Số bậc tự do của cơ cấu cũng chính bằng số quy luật chuyển động cần cho trước để chuyển động của cơ cấu hoàn toàn xác định.

+ Ví dụ: Xét cơ cấu bốn khâu bản lề ABCD (hình 1.20) gồm giá cố định 4 và ba khâu động 1, 2, 3. Nếu cho trước thông số  $\varphi_1 = (\overline{AD}, \overline{AB})$

để xác định vị trí của khâu 1 so với giá thì vị trí của cơ cấu hoàn toàn xác định. Thật vậy, do kích thước động  $l_{AB}$  đã cho trước nên vị trí điểm B hoàn toàn xác định. Do điểm D và các kích thước  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$  đã cho trước nên vị trí điểm C và do đó vị trí các khâu 2 và 3 hoàn toàn xác định. Nếu cho trước quy luật chuyển động của khâu (1):  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$  thì chuyển động của các khâu 2 và 3 sẽ hoàn toàn xác định. Như vậy cơ cấu bốn khâu bản lề có 1 bậc tự do:  $W = 1$



Hình 1.20

### 2) Công thức tính bậc tự do của cơ cấu

- Xét cơ cấu gồm giá cố định và n khâu động.

Gọi :

$W_0$  : tổng số bậc tự do của các khâu động của cơ cấu khi để rời nhau trong hệ quy chiếu gắn liền với giá.

R : tổng số các ràng buộc do các khớp trong cơ cấu tạo ra.

Khi đó bậc tự do của cơ cấu sẽ bằng:  $W = W_0 - R$

Do mỗi khâu động khi để rời sẽ có 6 bậc tự do nên tổng số bậc tự do của n khâu động:

$$W_0 = 6n$$

Để tính bậc tự do của cơ cấu, cần tính R.

• Đối với các cơ cấu mà *lược đồ không có một đa giác nào cả*, tức là không có khớp nào là khớp đóng kín (ví dụ cơ cấu tay máy hình 1.18), sau khi nối n khâu động lại với nhau và với giá bằng  $p_j$  khớp loại j, tổng số các ràng buộc bằng:  $R = \sum_j j p_j$  (mỗi khớp loại j hạn chế j bậc tự do tương đối, nghĩa là tạo ra j ràng buộc).

Do đó: 
$$W = 6n - \sum_j jp_j \quad (1.1)$$

Ví dụ, với cơ cấu tay máy (hình 1.18):  $n = 3, p_5 = 3$  (ba khớp quay loại 5)  $\Rightarrow W = 3.6 - (3.5) = 3$ .

• Đối với các cơ cấu mà lược đồ là *một hay một số đa giác đóng kín*, hoặc đối với một số cơ cấu có các đặc điểm về hình học, ta phải xét đến các ràng buộc trùng và ràng buộc thừa trong công thức tính bậc tự do. Khi đó:

$$W = 6n - (\sum_j jp_j - R_{trung} - R_{thua}) \quad (1.2)$$

Ngoài ra, trong số các bậc tự do được tính theo công thức (1.2), có thể có những bậc tự do không có ý nghĩa đối với vị trí các khâu động trong cơ cấu, nghĩa là không ảnh hưởng gì đến cấu hình của cơ cấu. Các bậc tự do này gọi là *bậc tự do thừa* và phải loại đi khi tính toán bậc tự do của cơ cấu.

Tóm lại, công thức tổng quát để tính bậc tự do:

$$W = 6n - (\sum_j jp_j - R_{trung} - R_{thua}) - W_{thua} \quad (1.3)$$

Với:  $R_{trung}$ : số ràng buộc trùng;  $R_{thua}$ : số ràng buộc thừa;  $W_{thua}$ : số bậc tự do thừa.

### 3) Công thức tính bậc tự do của cơ cấu phẳng

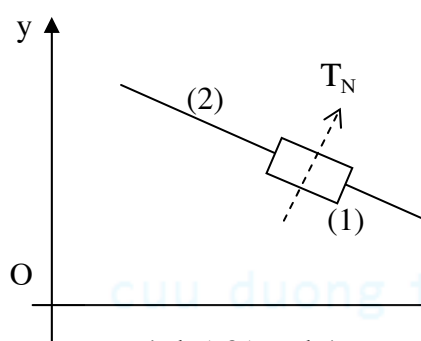
• Với **cơ cấu phẳng**, ngay khi còn để rời nhau trong hệ quy chiếu gắn liền với giá, các khâu được xem như nằm trên cùng một mặt phẳng (hay trên các mặt phẳng song song nhau). Do đó tổng số bậc tự do của  $n$  khâu động:  $W_0 = 3n$

Gọi Oxy là mặt phẳng chuyển động của cơ cấu thì các bậc tự do  $T_z, Q_x, Q_y$  của mỗi khâu đã bị hạn chế.

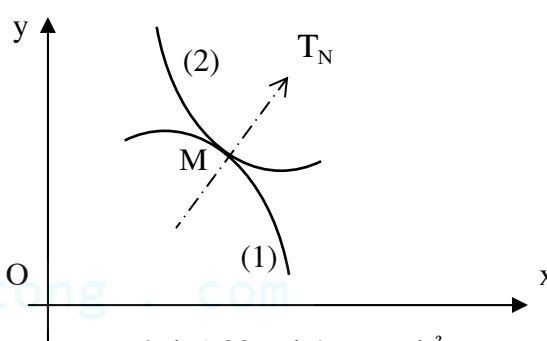
Mỗi khớp quay có trục quay Oz vuông góc với mặt phẳng Oxy chỉ còn hạn chế hai bậc tự do là chuyển động tịnh tiến  $T_x$  và  $T_y$ .

Mỗi khớp trượt có phương trượt nằm trong mặt phẳng Oxy (hình 1.21) chỉ còn hạn chế hai bậc tự do là chuyển động quay  $Q_z$  và chuyển động tịnh tiến  $T_N$  trong mặt phẳng Oxy theo phương vuông góc với phương trượt.

Mỗi khớp cao loại 4 như khớp bánh răng phẳng, khớp cam phẳng (hình 1.22) chỉ còn hạn chế một bậc tự do là chuyển động tịnh tiến  $T_N$  trong mặt phẳng Oxy theo phương pháp tuyến chung của hai thành phần khớp cao.



Hình 1.21: Khớp trượt



Hình 1.22: Khớp cao phẳng

Trong cơ cấu phẳng thường chỉ dùng ba loại khớp trên nên tổng số các ràng buộc do các khớp trong cơ cấu **phẳng** tạo ra:  $R = 2p_5 + p_4$

Như vậy, bậc tự do của cơ cấu: 
$$W = 3n - (2p_5 + p_4) \quad (1.4)$$

Thông thường có thể dùng công thức (1.4) để tính bậc tự do của cơ cấu.

Ví dụ, cơ cấu 4 khâu bản lề phẳng (hình 1.20):  $n = 3; p_5 = 4; p_4 = 0 \Rightarrow W = 3.3 - (2.4 + 0) = 1$

Tuy nhiên, kể đến các ràng buộc trùng, ràng buộc thừa và bậc tự do thừa, công thức tổng quát để tính bậc tự do của cơ cấu **phẳng** như sau:

$$W = 3n - (2p_5 + p_4 - R_{trung} - R_{thua}) - W_{thua} \quad (1.5)$$

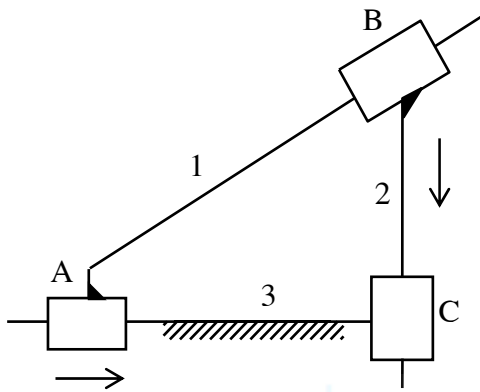
• **Ví dụ về ràng buộc trùng:**

Trong cơ cấu phẳng, ràng buộc trùng chỉ có tại các khớp đóng kín của đa giác gồm 3 khâu nối với nhau bằng 3 khớp trượt.

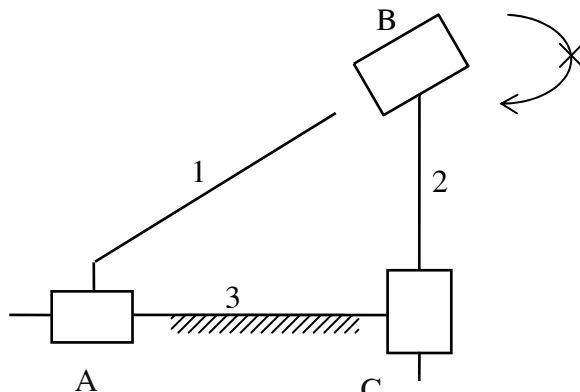
Ví dụ xét cơ cấu trên hình 1.23. Giả sử lấy khớp B làm khớp đóng kín. Khi nối khâu 1, khâu 3 và khâu 2 bằng các khớp A và C, khâu 2 không thể quay tương đối so với khâu 1 quanh trục Oz, tức là có một ràng buộc *gián tiếp*  $Q_Z$  giữa khâu 1 và khâu 2 (hình 1.24). Khi nối *trực tiếp* khâu 1 và khâu 2 bằng khớp đóng kín B, khớp B lại tạo thêm ràng buộc  $Q_Z$ . Như vậy, ở đây có một ràng buộc trùng:  $R_{trung} = 1$ .

Tóm lại, bậc tự do của cơ cấu ( $n = 2, p_5 = 3, p_4 = 0$ ):

$$W = 3n - (2p_5 + p_4 - R_{trung}) = 3.2 - (2.3 - 1) = 1.$$

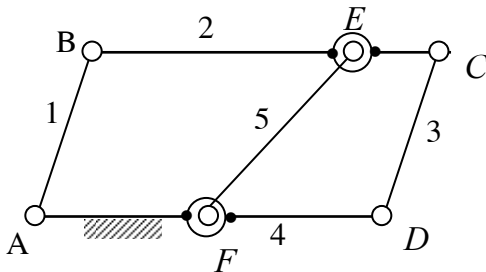


Hình 1.23

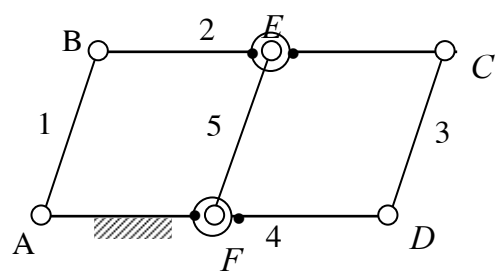


Hình 1.24

• **Ví dụ về ràng buộc thừa:**



Hình 1.25



Hình 1.26

Xét hệ cho trên hình 1.25:  $n = 4, p_5 = 6$ . Bậc tự do của hệ tính theo công thức (1.4):  $W = 3n - (2p_5 + p_4) = 3.4 - (2.6 + 0) = 0$ . Điều này có nghĩa hệ đã cho là một khung tĩnh định.

Tuy nhiên nếu thay đổi cấu trúc hệ như hình 1.26 với kích thước động thỏa mãn điều kiện:  $l_{AB} = l_{CD} = l_{EF}$ ;  $l_{AF} = l_{BE}$ ;  $l_{BC} = l_{AD}$  thì hệ sẽ chuyển động được và thực sự là một cơ cấu, tức là bậc tự do thực của hệ phải lớn hơn 0.

Điều này được giải thích như sau: Khi chưa nối khâu 2 và khâu 4 bằng khâu 5 và hai khớp quay E, F thì hệ là một cơ cấu bốn khâu bản lề phẳng có bậc tự do  $W = 1$ , có lược đồ là một hình bình hành ABCD. Do đặc điểm hình học của cơ cấu, khoảng cách giữa hai điểm E của khâu 2 và điểm F của khâu 4 với  $l_{AF} = l_{BE}$  luôn luôn không đổi khi cơ cấu chuyển động. Thế mà, việc nối điểm E của khâu 2 và điểm F của khâu 4 bằng khâu 5 và hai khớp quay E, F chỉ nhằm mục đích giữ cho hai điểm E và F cách nhau một khoảng không đổi, nên ràng buộc này là thừa. Mặt khác, khi thêm khâu 5 và hai khớp quay E, F vào cơ cấu sẽ tạo thêm cho cơ cấu một bậc tự do bằng ( $n = 1, p_5 = 2$ ):  $W = 3.n - (2p_5 + p_4) = 3.1 - (2.2) = -1$ , tức là tạo ra một ràng buộc. Như vậy số ràng buộc thừa trong trường hợp này sẽ bằng:  $R_{thua} = 1$ .

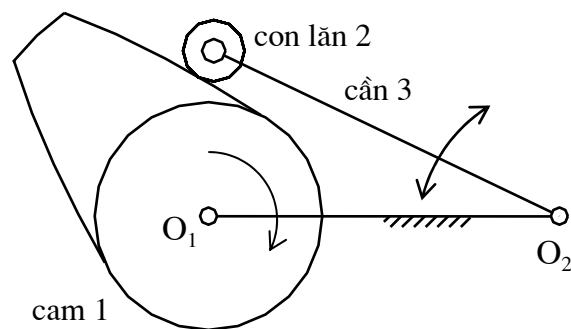
Tóm lại, bậc tự do của cơ cấu:  $W = 3n - (2p_5 + p_4 - R_{thua}) = 3.4 - (2.6 + 0 - 1) = 1$ .

• **Ví dụ về bậc tự do thừa:**

Trong cơ cấu cam cần lắc đáy lăn (dùng để biến chuyển động quay liên tục của cam 1 thành chuyển động lắc qua lại theo một quy luật cho trước của cần 3 - hình 1.27), ta có:  $n = 3$ ,  $p_5 = 3$  (ba khớp quay loại 5);  $p_4 = 1$  (một khớp cam phẳng loại 4). Bậc tự do của hệ tính theo công thức (1.4):  $W = 3.3 - (2.3 + 1) = 2$ .

Tuy nhiên, bậc tự do của cơ cấu:  $W = 1$ , bởi vì khi cho cam quay đều thì chuyển động của cần hoàn toàn xác định. Ở đây có một bậc tự do thừa:  $W_{thua} = 1$ , đó là chuyển động của con lăn xung quanh trục của mình, bởi vì khi cho con lăn quay xung quanh trục này, cấu hình của cơ cấu hoàn toàn không thay đổi.

Tóm lại, bậc tự do của cơ cấu:  $W = 3n - (2p_5 + p_4) - W_{thua} = 3.3 - (2.3 + 1) - 1 = 1$ .



Hình 1.27: Cơ cấu cam cần lắc đáy lăn

#### 4) Khâu dẫn - Khâu bị dẫn - Khâu phát động

• **Khâu dẫn**

Khâu dẫn là khâu có thông số vị trí cho trước (hay nói khác đi, có quy luật chuyển động cho trước).

Ví dụ trong cơ cấu 4 khâu bản lề hình 1.20, khâu dẫn là khâu 1 có quy luật chuyển động  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$  cho trước.

Thông thường, khâu dẫn được chọn là khâu nối với giá bằng khớp quay và chỉ cần một thông số để xác định vị trí của nó. Thế mà, số bậc tự do của cơ cấu là số thông số vị trí cần cho trước để vị trí của cơ cấu hoàn toàn xác định, do đó thông thường cơ cấu có bao nhiêu bậc tự do sẽ cần có bấy nhiêu khâu dẫn.

• **Khâu bị dẫn**

Ngoài giá và khâu dẫn ra, các khâu còn lại được gọi là *khâu bị dẫn*.

Khái niệm khâu dẫn, khâu bị dẫn không có ý nghĩa đối với các cơ cấu rôbốt. Trong các cơ cấu này, không có khâu nào mà chuyển động hoàn toàn phụ thuộc vào chuyển động của một hay một số khâu khác, chuyển động của mỗi khâu được điều khiển bằng một kích hoạt riêng biệt.

• **Khâu phát động**

Khâu phát động là khâu được nối trực tiếp với nguồn năng lượng làm cho máy chuyển động. Ví dụ, với động cơ đốt trong hình 1.1, khâu phát động là pittông. Còn khâu dẫn thường được chọn là khâu có vận tốc góc không đổi hay theo yêu cầu làm việc phải có vận tốc góc không đổi, ở đây chọn trục khuỷu làm khâu dẫn.

Khâu phát động có thể trùng hay không trùng với khâu dẫn, tuy nhiên thông thường người ta chọn khâu dẫn trùng với khâu phát động.

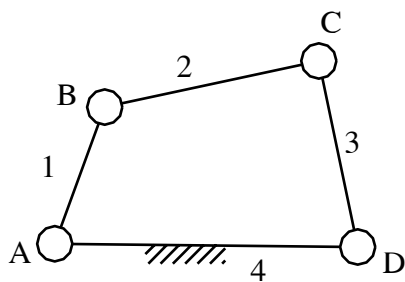
### §3. Xếp hạng cơ cấu phẳng

#### 1) Nhóm Atxua – Hạng của nhóm

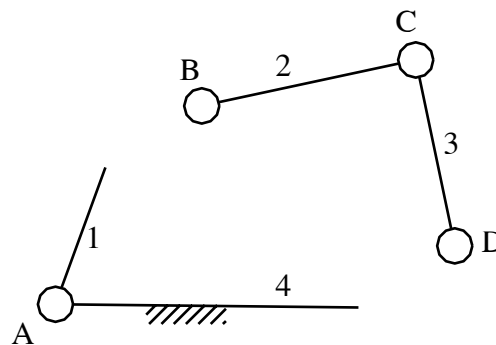
• **Nhóm tĩnh định :**

Xét cơ cấu bốn khâu bản lề ABCD (hình 1.28). Tách khỏi cơ cấu khâu dẫn 1 và giá 4, sẽ còn lại một nhóm gồm hai khâu 2 và 3 nối với nhau bằng khớp quay C (hình 1.29). Ngoài ra trên mỗi khâu còn một thành khớp và được gọi là *khớp chờ*: khớp chờ B và khớp chờ C. Như vậy nhóm còn lại gồm có hai khâu ( $n = 2$ ) và ba khớp quay ( $p_5 = 3$ ), bậc tự do của nhóm:  $W = 3.2 - 2.3 = 0$ . Đây là một nhóm tĩnh định vì khi cho trước vị trí của các khớp chờ thì vị trí của khớp trong C hoàn toàn xác định.

**Nhóm tĩnh định** là nhóm có bậc tự do bằng 0 và không thể tách thành các nhóm nhỏ hơn có bậc tự do bằng 0.



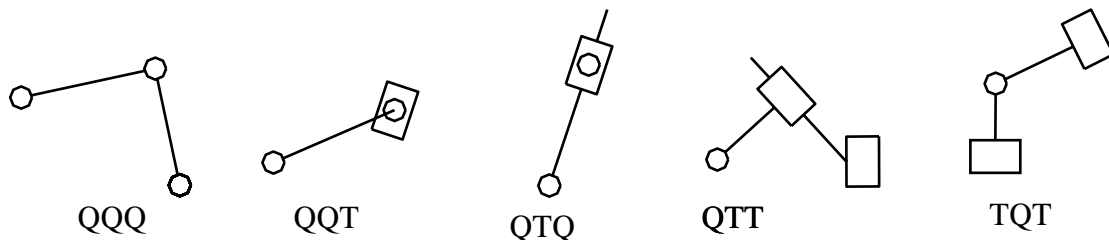
Hình 1.28



Hình 1.29

• **Hạng của nhóm tĩnh định :**

+ Nhóm tĩnh định chỉ có hai khâu và ba khớp được gọi là *nhóm Atxua hạng II*.  
Có năm loại nhóm Atxua hạng II như sau (hình 1.30):



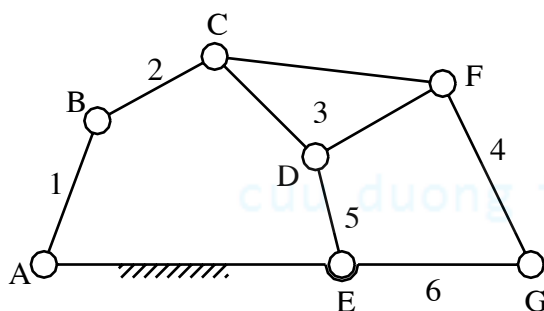
Hình 1.30

Nhóm gồm có hai khâu và ba khớp trượt không phải là một nhóm tĩnh định vì bậc tự do của nhóm bằng 1.

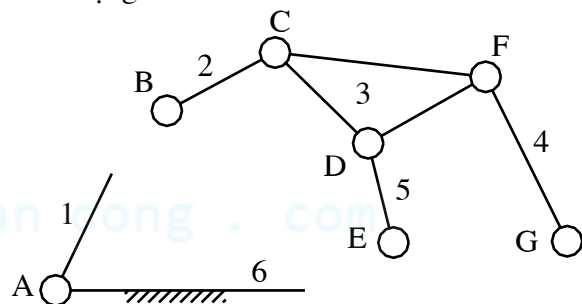
+ *Nhóm Atxua có hạng cao hơn II:*

Nếu các khớp trong của một nhóm tĩnh định tạo thành một đa giác thì hạng của nhóm Atxua được lấy bằng số đỉnh của đa giác, nếu tạo thành nhiều đa giác thì hạng của nhóm lấy bằng số đỉnh của đa giác nhiều đỉnh nhất.

Ví dụ cơ cấu trên hình 1.31 có thể tách thành khâu dẫn 1 nối giá bằng khớp và một nhóm tĩnh định BCDEG (hình 1.32). Các khớp chờ là khớp B, E, G. Các khớp trong là C, D, E. Nhóm này có một đa giác khép kín là CDE có ba đỉnh nên là nhóm hạng III.



Hình 1.31



Hình 1.32

• **Hạng của cơ cấu:**

+ Cơ cấu hạng I là cơ cấu có một khâu động nối với giá bằng khớp quay, ví dụ cơ cấu roto máy điện.

+ Cơ cấu có số khâu động lớn hơn 1 có thể coi là tổ hợp của một hay nhiều cơ cấu hạng I với một số nhóm Atxua. Nếu cơ cấu chỉ có một nhóm Atxua thì hạng của cơ cấu là hạng của nhóm. Nếu cơ cấu có nhiều nhóm Atxua thì hạng của cơ cấu lấy bằng hạng của nhóm Atxua có hạng cao nhất.

Ví dụ cơ cấu trên hình 1.31 là cơ cấu hạng III.

Việc xếp hạng cơ cấu có ý nghĩa thiết thực trong việc nghiên cứu các một số bài tính động học và lực học của cơ cấu.



## BÀI TẬP CHƯƠNG I :

**Bài 1:** Tính bậc tự do của cơ cấu động cơ đốt trong kiểu chữ V (hình 1.33).

**Bài 2:** Tính bậc tự do của cơ cấu vẽ đường thẳng của Lipkin (hình 1.34).

Cho :  $l_{AD} = l_{AE}$ ;  $l_{BD} = l_{DC} = l_{CE} = l_{EB}$ ;  $l_{AF} = l_{FB}$

**Bài 3:** Tính bậc tự do của cơ cấu chuyển động theo quỹ đạo cho trước (hình 1.35).

**Bài 4:** Tính bậc tự do của cơ cấu vẽ đường thẳng (hình 1.36).

Cho  $l_{ED} = l_{FG} = l_{FD}$ ;  $l_{CD} = l_{CF} = 1.96l_{ED}$ ;  $l_{ED} = l_{EG}$

## BÀI GIẢI :

### Bài 1:

Số khâu động:  $n = 5$

Số khớp loại 5 (khớp thấp):  $p_5 = 7$  (5 khớp quay A, B, C, D, E và 2 khớp trượt C,E)

Số khớp loại 4 (khớp cao):  $p_4 = 0$

$$\Rightarrow W = 3n - (2p_5 + p_4) = 3.5 - (2.7 + 1.0) \Rightarrow \boxed{W = 1}$$

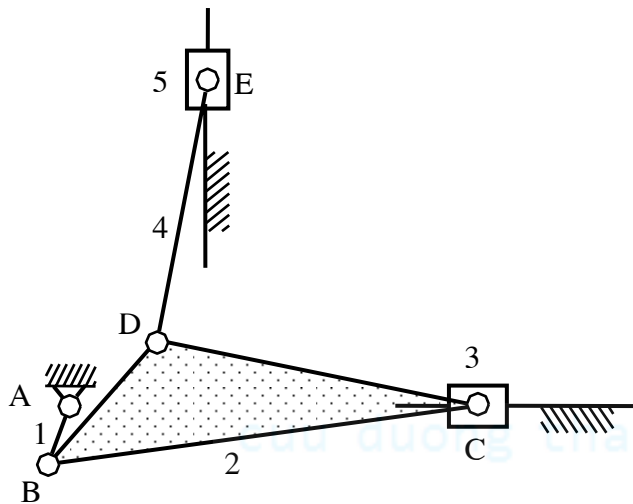
### Bài 2:

Số khâu động:  $n = 7$

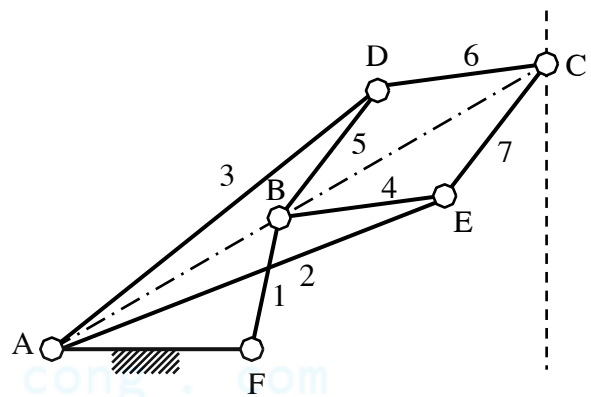
Số khớp loại 5 (khớp thấp):  $p_5 = 10$  (10 khớp quay: tại A có 2 khớp quay vì có 3 khâu nối động với nhau, tại B có 2 khớp quay, tại C có 1 khớp quay, tại D có 2 khớp quay, tại E có 2 khớp quay, tại F có 1 khớp quay).

Số khớp loại 4 (khớp cao):  $p_4 = 0$

$$\Rightarrow W = 3n - (2p_5 + p_4) = 3.7 - (2.10 + 1.0) \Rightarrow \boxed{W = 1}$$



Hình 1.33



Hình 1.34

### Bài 3:

Số khâu động:  $n = 5$

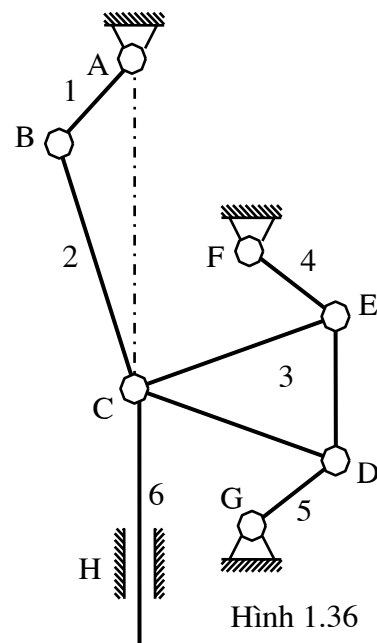
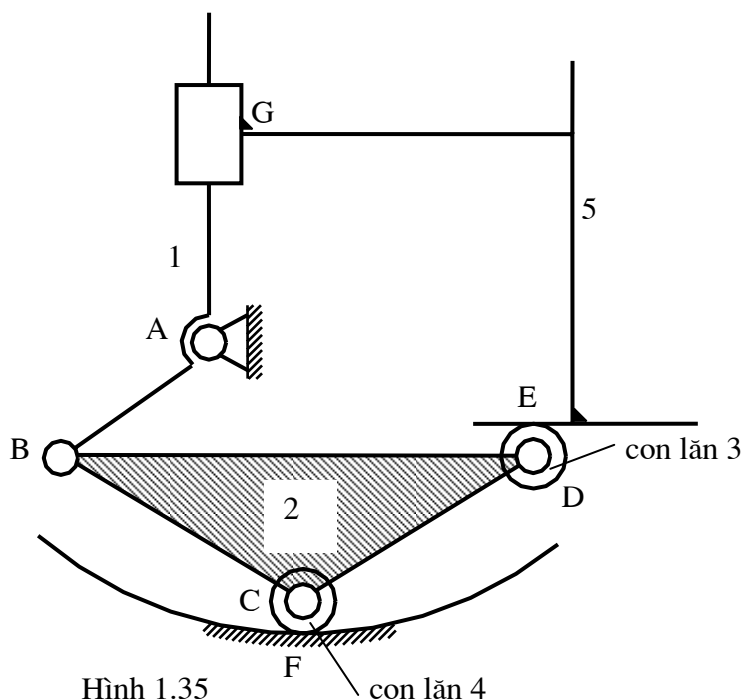
Số khớp loại 5 (khớp thấp):  $p_5 = 5$  (4 khớp quay: A, B, C, D; 1 khớp trượt G)

Số khớp loại 4 (khớp cao):  $p_4 = 2$  (2 khớp cao tại E và F)

$$\Rightarrow W = 3n - (2p_5 + p_4) = 3.5 - (2.5 + 1.2) \Rightarrow W = 3$$

Trong cơ cấu nói trên có 2 bậc tự do thừa:  $W_{thua} = 2$ , đó là chuyển động quay của con lăn 3 và con lăn 4 quanh trục của mình.

Tóm lại, bậc tự do của cơ cấu:  $\boxed{W=1}$



#### **Bài 4:**

Số khâu động:  $n = 6$

Số khớp loại 5 (khớp thấp):  $p_5 = 9$  (1 khớp quay tại A, 1 khớp quay tại B, 2 khớp quay tại C, 1 khớp quay tại D, 1 khớp quay tại E, 1 khớp quay tại F, 1 khớp quay tại G, 1 khớp trượt tại H).

Số khớp loại 4 (khớp cao):  $p_4 = 0$

$$\Rightarrow W = 3n - (2p_5 + p_4) = 3.6 - (2.9 + 1.0) \Rightarrow W = 0$$

Tuy nhiên, do đặc điểm hình học của cơ cấu, nên khi chưa nối điểm C trên khâu 3 với giá bằng khâu 6, khớp quay C và khớp trượt H thì điểm C trên khâu 3 vẫn chuyển động tịnh tiến theo đường thẳng đứng. Việc nối điểm C trên khâu 3 với giá bằng khâu 6, khớp quay C và khớp trượt H cũng chỉ có tác dụng làm cho điểm C trên khâu 3 chuyển động tịnh tiến theo phương thẳng đứng. Do vậy ràng buộc này là ràng buộc thừa. Mặc khác, việc nối điểm C trên khâu 3 với giá bằng khâu 6, khớp quay C và khớp trượt H tạo nên số bậc tự do bằng  $W = 3n - (2p_5 + p_4) = 3.1 - (2.2 + 1.0) = -1$  (với  $n = 1$ ,  $p_5 = 2$ ,  $p_4 = 0$ ), tức là tạo nên 1 ràng buộc

$$\Rightarrow \text{Số ràng buộc thừa: } R_{thua} = 1$$

$$\text{Tóm lại, bậc tự do của cơ cấu: } W = 3n - (2p_5 + p_4 - R_{thua}) = 3.6 - (2.9 + 1.0 - 1) \Rightarrow \boxed{W=1}$$



cuu duong than cong . com



## Chương II :

# PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC CƠ CẤU PHẪNG

- Nội dung bài toán phân tích động học cơ cấu:

*Số liệu cho trước:*

- + Lược đồ động của cơ cấu
- + Khâu dẫn và quy luật chuyển động của khâu dẫn

*Yêu cầu:*

Xác định quy luật chuyển động của cơ cấu

- Bài toán phân tích động học cơ cấu bao gồm ba bài toán :

- + Bài toán vị trí và quỹ đạo
- + Bài toán vận tốc
- + Bài toán gia tốc

• Có nhiều phương pháp khác nhau để giải bài toán phân tích động học cơ cấu. Chương này chủ yếu giới thiệu phương pháp họa đồ (phương pháp vẽ - dựng hình).

## §1. Bài toán vị trí (chuyển vị) và quỹ đạo

- **Số liệu cho trước**

- + Lược đồ động của cơ cấu
- + Khâu dẫn

- **Yêu cầu**

- + Xác định quy luật chuyển vị của các khâu bị dẫn theo góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn:

- Quy luật chuyển vị  $s = s(\varphi)$  nếu khâu bị dẫn chuyển động tịnh tiến
- Quy luật chuyển vị  $\psi = \psi(\varphi)$  nếu khâu bị dẫn chuyển động quay

- + Quỹ đạo của một điểm bất kỳ trên cơ cấu

- **Ví dụ**

➤ *Số liệu cho trước:*

- + Lược đồ động của cơ cấu tay quay- con trượt (hình 2.1)
- + Khâu dẫn là khâu AB

➤ *Yêu cầu:*

- + Xác định quy luật chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của con trượt C
- + Xác định quỹ đạo của điểm D trên thanh truyền BC

➤ *Cách xây dựng đồ thị  $s = s(\varphi)$*

- + Dựng vòng tròn tâm A, bán kính  $l_{AB}$ . Chia vòng tròn (A,  $l_{AB}$ ) thành n phần đều nhau bằng các điểm  $B_1, B_2, \dots, B_n$ .

- + Vòng tròn ( $B_i, l_{BC}$ ) cắt phương trượt Ax của con trượt C tại điểm  $C_i$ .

Chọn vị trí  $C_0$  của con trượt C tương ứng với vị trí  $B_0$  của điểm B làm gốc để xác định s. Chiều dương để xác định s là chiều ngược chiều Ax. Chọn Ax làm gốc để xác định góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn AB. Chiều dương để xác định s là chiều quay của  $\omega_1$ . Khi đó  $s_i = \overline{C_0C_i}$  là chuyển vị

của con trượt C ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{xAB_i}$  của khâu dẫn AB.

- + Với các cặp  $(\varphi_i, s_i)$  khác nhau, ta xây dựng được đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của con trượt C theo góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn AB (hình 2.1).

➤ *Cách xây dựng quỹ đạo của điểm D trên thanh truyền BC*

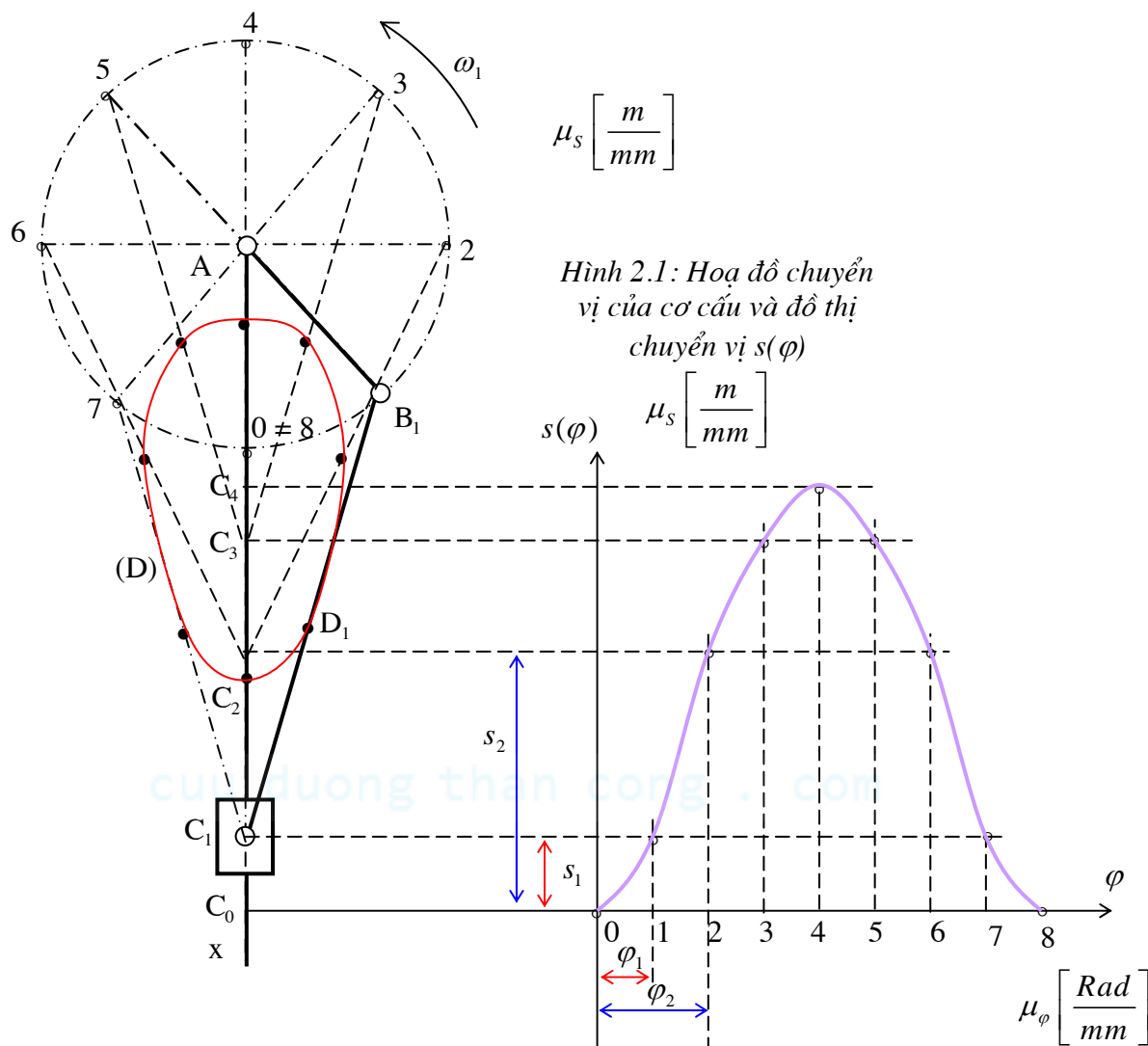
- + Khi dựng các vị trí  $B_iC_i$  của thanh truyền BC, ta dựng các điểm  $D_i$  tương ứng trên  $B_iC_i$ .

- + Nối các điểm  $D_i$  này lại, ta được quỹ đạo (D) của điểm D (hình 2.1).

Đường cong (D), quỹ đạo của một điểm D trên thanh truyền BC được gọi là *đường cong thanh truyền*.



Vì cơ cấu chuyển động có chu kỳ là với chu kỳ bằng  $\Phi = 2\pi$  (sau một vòng quay của khâu dẫn AB, cơ cấu trở về vị trí ban đầu) nên quỹ đạo của điểm D là đường cong kín. Chu kỳ  $\Phi$  được gọi là chu kỳ vị trí hay chu kỳ động học của cơ cấu.



### • Ghi chú:

+ Hình vẽ biểu diễn vị trí tương đối giữa các khâu ứng với các vị trí khác nhau của khâu dẫn AB được gọi là *hoạ đồ chuyển vị* của cơ cấu.

Hình vẽ biểu diễn vị trí tương đối giữa các khâu ứng với một vị trí xác định của khâu dẫn AB được gọi là *hoạ đồ cơ cấu*.

+ Khi dựng hoạ đồ chuyển vị của cơ cấu, ta đã dùng một tỷ xích là  $\mu_l$  xác định như sau:

$$\mu_l = \frac{\text{Giá trị thực của kích thước}}{\text{Kích thước của đoạn biểu diễn}} = \frac{l_{AB}}{AB} \left[ \frac{m}{mm} \right].$$

Tương tự như trên, các trục  $s$  và  $\varphi$  của đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  cũng có tỷ xích lần lượt là

$$\mu_s \left[ \frac{m}{mm} \right] \text{ và } \mu_\varphi \left[ \frac{Rad}{mm} \right].$$

## §2. Bài toán vận tốc

### • Số liệu cho trước

+ Lược đồ động của cơ cấu

+ Khâu dẫn và quy luật vận tốc của khâu dẫn

### • Yêu cầu

Xác định vận tốc của tất cả các khâu của cơ cấu tại một vị trí cho trước.

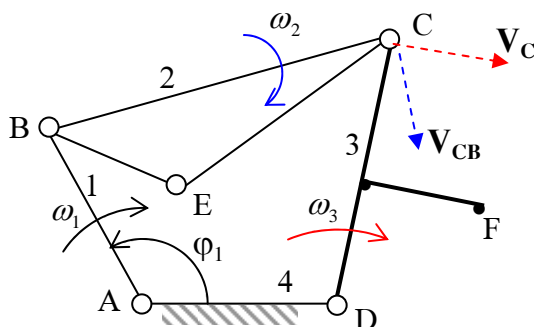
• **Ví dụ 1**

➤ **Số liệu cho trước:**

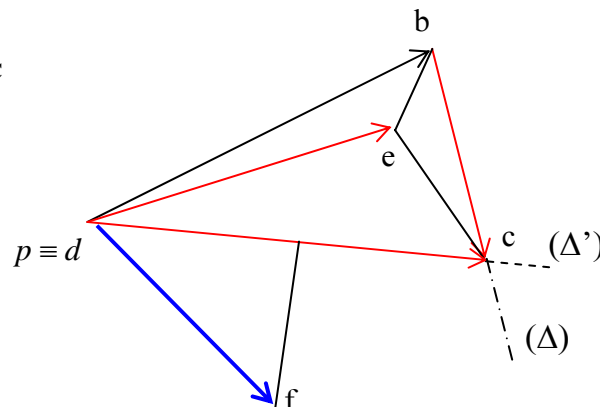
- + Lược đồ động của cơ cấu bốn khâu bản lề ABCD
- + Khâu dẫn AB có vận tốc góc là  $\omega_1$  với  $\omega_1 = \text{hằng số}$

➤ **Yêu cầu:**

Xác định vận tốc của tất cả các khâu của cơ cấu tại vị trí khâu dẫn có vị trí xác định bằng góc  $\varphi_1$  (hình 2.2)



Hình 2.2: Cơ cấu bốn khâu bản lề



Hình 2.3: Đồ họa vận tốc

➤ **Phương pháp giải bài toán vận tốc**

+ Vận tốc của một khâu coi như được xác định nếu biết *hoặc* vận tốc góc của khâu và vận tốc dài của một điểm trên khâu đó, *hoặc* vận tốc dài của hai điểm trên khâu. Do vậy với bài toán đã cho, chỉ cần xác định vận tốc  $\vec{V}_C$  của điểm C trên khâu 2 (hay trên khâu 3).

+ Để giải bài toán vận tốc, ta cần viết phương trình vận tốc.

Hai điểm B và C thuộc cùng một khâu (khâu 2), do đó phương trình vận tốc được viết như sau:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \quad (2.1)$$

Khâu AB quay xung quanh điểm A, do đó vận tốc  $\vec{V}_B$  vuông góc với AB và  $V_B = \omega_1 l_{AB}$ .

$\vec{V}_{CB}$  là vận tốc tương đối của điểm C so với điểm B:  $\vec{V}_{CB} \perp BC$  và  $V_{CB} = \omega_2 l_{BC}$ . Do giá trị của  $\omega_2$  chưa biết nên giá trị của  $\vec{V}_{CB}$  là một ẩn số của bài toán.

Điểm C thuộc khâu 3, khâu 3 quay quanh điểm D, do đó:  $\vec{V}_C \perp DC$  và  $V_C = \omega_3 l_{DC}$ . Do giá trị của  $\omega_3$  chưa biết nên giá trị của  $\vec{V}_C$  là một ẩn số của bài toán.

+ Phương trình (2.1) có hai ẩn số và có thể giải được bằng phương pháp đồ họa như sau:

Chọn một điểm p làm gốc. Từ p vẽ  $\overrightarrow{pb}$  biểu diễn  $\vec{V}_B$ . Qua b, vẽ đường thẳng  $\Delta$  song song với phương của  $\vec{V}_{CB}$ . Trở về gốc p, vẽ đường thẳng  $\Delta'$  song song với phương của  $\vec{V}_C$ . Hai đường  $\Delta$  và  $\Delta'$  giao nhau tại điểm c. Suy ra rằng  $\overrightarrow{pc}$  biểu diễn  $\vec{V}_C$ , vectơ  $\overrightarrow{bc}$  biểu diễn  $\vec{V}_{CB}$  (hình 2.3).

+ Hình vẽ (2.3) gọi là *đồ họa vận tốc* của cơ cấu. Điểm p gọi là *gốc họa đồ*.

Tương tự như khi vẽ đồ họa cơ cấu, đồ họa vận tốc cũng được vẽ với tỷ xích là  $\mu_v$  xác định như sau:

$$\mu_v = \frac{\text{giá trị thực của vận tốc}}{\text{kích thước của đoạn biểu diễn}} = \frac{V_B}{pb} \left[ \frac{m}{mm.s} \right]$$

Đo các đoạn pc và bc trên đồ họa vận tốc, ta có thể xác định giá trị của các vận tốc  $\vec{V}_C$  và  $\vec{V}_{CB}$ :

$$V_C \left[ \frac{m}{s} \right] = \mu_v \left[ \frac{m/s}{mm} \right] \cdot pc [mm]; \quad V_{CB} \left[ \frac{m}{s} \right] = \mu_v \left[ \frac{m/s}{mm} \right] \cdot bc [mm]$$

+ Cách xác định vận tốc góc của khâu 3 và khâu 2

Ta có:  $\omega_3 = \frac{V_C}{l_{CD}}$  và  $\omega_2 = \frac{V_{CB}}{l_{BC}}$

Chiều của  $\omega_3$  và  $\omega_2$  được suy từ chiều của  $\vec{V}_C$  và  $\vec{V}_{CB}$  (hình 2.2).

+ Cách xác định vận tốc  $\vec{V}_E$  của một điểm E trên khâu 2:

Do hai điểm B và E thuộc cùng một khâu (khâu 2), ta có phương trình vận tốc:

$$\vec{V}_E = \vec{V}_B + \vec{V}_{EB} \quad (2.2)$$

$\vec{V}_{EB}$  là vận tốc tương đối của điểm E so với điểm B:  $\vec{V}_{EB} \perp BE$  và  $V_{EB} = \omega_2 l_{BE}$ .

Phương trình (2.2) có hai ẩn số là giá trị và phương của  $\vec{V}_E$  nên có thể giải bằng phương pháp họa đồ như sau: Từ b vẽ  $\vec{be}$  biểu diễn  $\vec{V}_{EB}$ . Suy ra rằng  $\vec{pe}$  biểu diễn  $\vec{V}_E$ .

+ Hai điểm C và E cũng thuộc cùng một khâu (khâu 2), do đó ta có:  $\vec{V}_E = \vec{V}_C + \vec{V}_{EC}$  với  $\vec{V}_{EC}$  là vận tốc tương đối của điểm E so với điểm C. Mặt khác, từ hình 3.3 ta thấy:  $\vec{pe} = \vec{pc} + \vec{ce}$ . Thế mà  $\vec{pc}$  biểu diễn  $\vec{V}_C$ ,  $\vec{pe}$  biểu diễn  $\vec{V}_E$ . Do vậy  $\vec{ce}$  biểu diễn  $\vec{V}_{EC}$ .

### • Nhận xét về họa đồ vận tốc

+ Trên họa đồ vận tốc (hình 2.3) chúng ta thấy rằng:

Các vectơ có gốc tại p, mút tại b, c, e... biểu diễn vận tốc *tuyệt đối* của các điểm tương ứng trên cơ cấu:  $\vec{pb}$  biểu diễn  $\vec{V}_B$ ;  $\vec{pc}$  biểu diễn  $\vec{V}_C$ ;  $\vec{pe}$  biểu diễn  $\vec{V}_E$ ...

Các vectơ không có gốc tại p như  $\vec{bc}$ ,  $\vec{be}$ ,  $\vec{ce}$  biểu diễn vận tốc *tương đối* giữa hai điểm tương ứng trên cơ cấu:  $\vec{bc}$  biểu diễn  $\vec{V}_{CB}$ ;  $\vec{be}$  biểu diễn  $\vec{V}_{EB}$ ;  $\vec{ce}$  biểu diễn  $\vec{V}_{EC}$ ...

+ Định lý đồng dạng thuận:

Hình nối các điểm trên *cùng một khâu* đồng dạng thuận với hình nối mút các vectơ vận tốc *tuyệt đối* của các điểm đó trên họa đồ vận tốc.

Thật vậy, ba điểm B, C, E thuộc cùng khâu 2 (hình 2.2). Mút của các vectơ vận tốc của các điểm B, C, E lần lượt là b, c, e. Vì  $BC \perp bc$  (hay  $\vec{V}_{CB}$ );  $BE \perp be$  (hay  $\vec{V}_{EB}$ );  $CE \perp ce$  (hay  $\vec{V}_{EC}$ ) nên  $\triangle BCE \approx \triangle bce$ . Mặt khác, thứ tự các chữ B, C, E và b, c, e đều đi theo cùng một chiều như nhau: hai tam giác BCE và bce đồng dạng thuận với nhau.

Định lý đồng dạng thuận được áp dụng để xác định vận tốc của một điểm bất kỳ trên một khâu khi đã biết vận tốc hai điểm khác nhau thuộc khâu đó.

Ví dụ xác định vận tốc của điểm F trên khâu 3 (hình 2.2): Do ba điểm C, D, F cùng thuộc khâu 3 và mút của các vectơ vận tốc của các điểm C, D lần lượt là c và  $d \equiv p$  nên khi vẽ tam giác cdf trên họa đồ vận tốc sao cho tam giác cdf đồng dạng thuận với tam giác CDF trên cơ cấu thì  $\vec{pf}$  sẽ biểu diễn vận tốc  $\vec{V}_F$  của điểm F (hình 2.3).

+ Dạng họa đồ vận tốc chỉ phụ thuộc vào vị trí cơ cấu (hay nói khác đi, chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi_1$  của khâu dẫn), do đó các tỷ số:  $\frac{V_{CB}}{\omega_1}$ ,  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ ,  $\frac{V_C}{\omega_1}$ ,  $\frac{\omega_3}{\omega_1}$ ... chỉ phụ thuộc vào vị trí cơ cấu,

nghĩa là:  $\frac{V_{CB}}{\omega_1} = \frac{V_{CB}}{\omega_1}(\varphi_1)$ ;  $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}(\varphi_1)$ ;  $\frac{V_C}{\omega_1} = \frac{V_C}{\omega_1}(\varphi_1)$ ;  $\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1}(\varphi_1)$ ...

### • Ví dụ 2

#### ➤ Số liệu cho trước

+ Lược đồ động của cơ cấu bốn culít (hình 2.4)

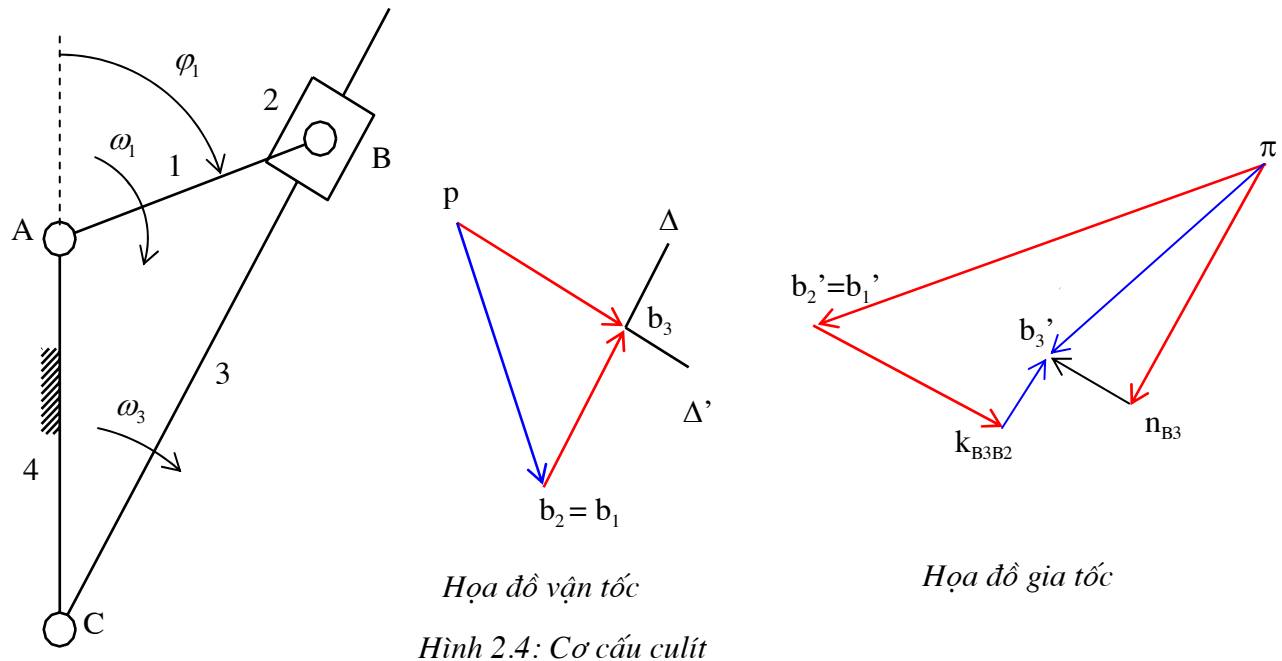
+ Khâu dẫn AB có vận tốc góc là  $\omega_1$  với  $\omega_1 =$  hằng số

#### ➤ Yêu cầu

Xác định vận tốc của tất cả các khâu của cơ cấu tại vị trí (thời điểm) khâu dẫn có vị trí xác định bằng góc  $\varphi_1$ .

### • Giải

+ Do hai khâu 1 và 2 nối nhau bằng khớp quay nên vận tốc điểm  $B_1$  trên khâu 1 và điểm  $B_2$  trên khâu 2 bằng nhau:  $\vec{V}_{B_1} = \vec{V}_{B_2}$ . Do khâu 2 và khâu 3 nối nhau bằng khớp trượt nên  $\omega_2 = \omega_3$ . Do vậy, đối với bài toán này, ta chỉ cần tìm vận tốc  $\vec{V}_{B_3}$  của điểm  $B_3$  trên khâu 3.



Hình 2.4: Cơ cấu culít

+ Hai điểm  $B_3$  và  $B_2$  thuộc hai khâu khác nhau nối nhau bằng khớp trượt, do đó phương trình vận tốc như sau:

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_2} + \vec{V}_{B_3B_2} \quad (2.3)$$

Do  $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1}$  và khâu 1 quay xung quanh điểm A nên  $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1} \perp AB$  và  $V_{B_2} = V_{B_1} = \omega_1 l_{AB}$ .

$\vec{V}_{B_3B_2}$  là vận tốc trượt tương đối của điểm  $B_3$  so với điểm  $B_2$ :  $\vec{V}_{B_3B_2}$  song song với phương trượt của khớp trượt B. Giá trị của  $\vec{V}_{B_3B_2}$  là một ẩn số của bài toán.

Điểm  $B_3$  thuộc khâu 3, khâu 3 quay quanh điểm C, do đó:  $\vec{V}_{B_3} \perp CB$  và  $V_{B_3} = \omega_3 l_{CB}$ . Do giá trị của  $\omega_3$  chưa biết nên giá trị của  $\vec{V}_{B_3}$  là một ẩn số của bài toán.

+ Phương trình (2.3) có hai ẩn số và có thể giải được bằng phương pháp họa đồ như sau:

Chọn một điểm p làm gốc. Từ p vẽ  $\overrightarrow{pb_2}$  biểu diễn  $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1}$ . Qua  $b_2$ , vẽ đường thẳng  $\Delta$  song song với phương của  $\vec{V}_{B_3B_2}$  (tức là song song với BC). Trở về gốc p, vẽ đường thẳng  $\Delta'$  song song với phương của  $\vec{V}_{B_3}$  (tức là vuông góc với BC). Hai đường  $\Delta$  và  $\Delta'$  giao nhau tại điểm  $b_3$ . Suy ra rằng  $\overrightarrow{pb_3}$  biểu diễn  $\vec{V}_{B_3}$ ,  $\overrightarrow{b_2b_3}$  biểu diễn  $\vec{V}_{B_3B_2}$  (hình 3.4).

## §2. Bài toán gia tốc

### • Số liệu cho trước

+ Lược đồ động của cơ cấu

+ Khâu dẫn và quy luật vận tốc, quy luật gia tốc của khâu dẫn

### • Yêu cầu

Xác định gia tốc của tất cả các khâu của cơ cấu tại một vị trí cho trước.

### • Ví dụ 1

➤ Số liệu cho trước:

+ Lược đồ động của cơ cấu bốn khâu bản lề ABCD (hình 2.5).

+ Khâu dẫn AB có vận tốc góc  $\omega_1$  với  $\omega_1 = \text{hằng số}$  (tức là gia tốc góc của khâu 1:  $\varepsilon_1 = 0$ )

➤ **Yêu cầu:**

Xác định gia tốc của tất cả các khâu của cơ cấu tại vị trí khâu dẫn có vị trí xác định bằng góc  $\varphi_1$  (hình 2.5).

➤ **Phương pháp giải bài toán gia tốc**

+ Giả sử bài toán vận tốc đã giải xong.

+ Gia tốc của một khâu coi như được xác định nếu biết *hoặc* gia tốc dài của hai điểm trên khâu đó, *hoặc* vận tốc góc, gia tốc góc của khâu và gia tốc dài của một điểm trên khâu đó. Do vậy, với bài toán đã cho, ta chỉ cần xác định gia tốc  $\vec{a}_C$  của điểm C trên khâu 2 (hay trên khâu 3).

+ Để giải bài toán gia tốc, ta cần viết phương trình gia tốc.

Hai điểm B và C thuộc cùng một khâu (khâu 2), do đó phương trình vận tốc được viết như sau:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}$$

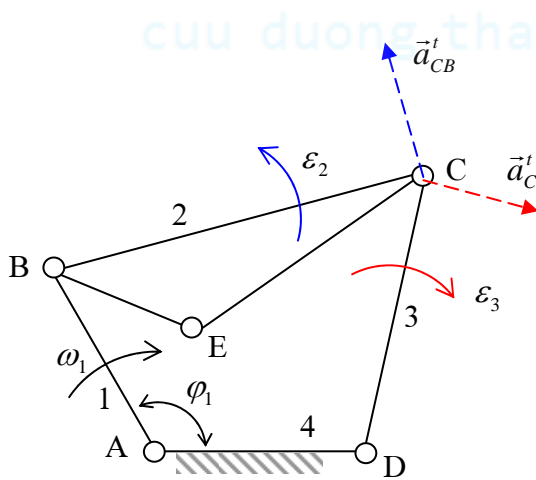
$$\text{Hay: } \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \quad (2.4)$$

Do khâu 1 quay đều xung quanh tâm A nên gia tốc  $\vec{a}_B$  của điểm B hướng từ B về A và  $a_B = \omega_1^2 l_{AB}$ .

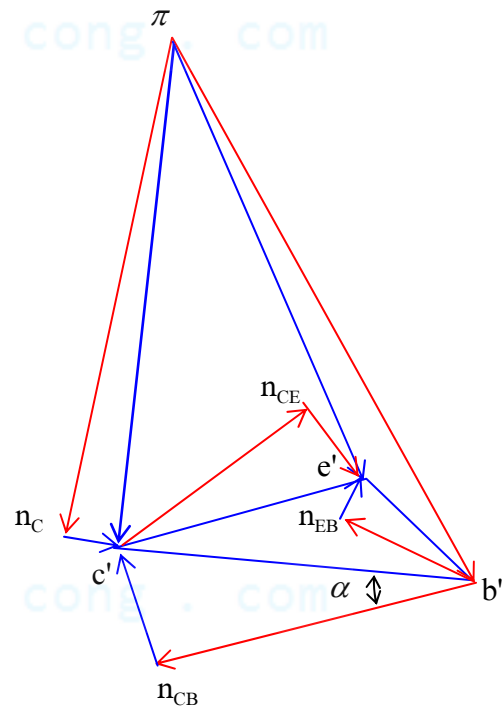
$\vec{a}_{CB}$  là gia tốc tương đối của điểm C so với điểm B.

$\vec{a}_{CB}^n$  là thành phần pháp tuyến của  $\vec{a}_{CB}$ :  $a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{BC} = \frac{V_{CB}^2}{l_{BC}}$  và  $\vec{a}_{CB}^n$  hướng từ C về B.

$\vec{a}_{CB}^t$  là thành phần tiếp tuyến của  $\vec{a}_{CB}$ :  $a_{CB}^t = \varepsilon_2 l_{BC}$  và  $\vec{a}_{CB}^t \perp BC$ .



Hình 2.5 : Cơ cấu bốn khâu bản lề



Hình 2.6 : Họa đồ gia tốc

Mặt khác do khâu 3 quay quanh tâm D nên ta có:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_C^n + \vec{a}_C^t \quad (2.5)$$

Trong đó :

$\vec{a}_C^n$  là thành phần hướng tâm của gia tốc  $\vec{a}_C$  của điểm C:  $\vec{a}_C^n$  hướng từ C về D,  $a_C^n = \omega_3^2 l_{DC} = \frac{V_C^2}{l_{DC}}$

$\vec{a}'_C$  là thành phần tiếp tuyến của gia tốc  $\vec{a}_C$ :  $\vec{a}'_C \perp DC$  và  $a'_C = \varepsilon_3 l_{DC}$ . Do  $\varepsilon_3$  chưa biết nên giá trị của  $\vec{a}'_C$  là một ẩn số của bài toán.

Từ (2.4) và (2.5) suy ra :

$$\vec{a}'_C + \vec{a}''_C = \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}''_{CB} + \vec{a}'_{CB} \quad (2.6)$$

+ Phương trình (2.6) có hai ẩn số và có thể giải bằng phương pháp họa đồ như sau: Chọn điểm  $\pi$  làm gốc. Từ  $\pi$  vẽ  $\overrightarrow{\pi b'}$  biểu diễn  $\vec{a}_B$ . Qua  $b'$  vẽ  $\overrightarrow{b'n_{CB}}$  biểu diễn  $\vec{a}''_{CB}$ . Qua  $n_{CB}$  vẽ đường thẳng  $\Delta$  song song với  $\vec{a}'_{CB}$ . Trở về gốc  $\pi$ , vẽ vectơ  $\overrightarrow{\pi n_C}$  biểu diễn  $\vec{a}''_C$ . Qua  $n_C$  vẽ đường thẳng  $\Delta'$  song song với  $\vec{a}'_C$ . Hai đường thẳng  $\Delta$  và  $\Delta'$  giao nhau tại  $c'$ . Suy ra rằng  $\overrightarrow{\pi c'}$  biểu diễn  $\vec{a}_C$ ,  $\overrightarrow{n_C c'}$  biểu diễn  $\vec{a}'_C$  (hình 2.6).

+ Hình vẽ (2.6) gọi là *họa đồ gia tốc* của cơ cấu. Điểm  $\pi$  gọi là *gốc học đồ*.

Tương tự như khi vẽ họa đồ vận tốc, họa đồ gia tốc cũng được vẽ với tỷ xích là  $\mu_a$  xác định như sau:

$$\mu_a = \frac{\text{giá trị thực của gia tốc}}{\text{kích thước của đoạn biểu diễn}} = \frac{a_B}{\pi b'} \left[ \frac{m}{mm.s^2} \right]$$

Đo đoạn  $\pi c'$  trên họa đồ gia tốc, ta có thể xác định giá trị của gia tốc  $\vec{a}_C$ :

$$a_C \left[ \frac{m}{s^2} \right] = \mu_a \left[ \frac{m/s^2}{mm} \right] . \pi c' [mm]$$

+ *Cách xác định gia tốc góc của khâu 3 và khâu 2:*

$$\text{Ta có: } \varepsilon_3 = \frac{a'_C}{l_{CD}} \text{ và } \varepsilon_2 = \frac{a'_{CB}}{l_{BC}}.$$

Chiều của  $\varepsilon_3$  và  $\varepsilon_2$  được suy từ chiều của  $\vec{a}'_C$  và  $\vec{a}'_{CB}$ .

+ *Cách xác định gia tốc  $\vec{a}_E$  của một điểm E trên khâu 2:*

Do hai điểm B và E thuộc cùng một khâu (khâu 2), ta có phương trình gia tốc:

$$\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}''_{EB} + \vec{a}'_{EB} \quad (2.7)$$

Trong đó :

$\vec{a}_{EB}$  là gia tốc tương đối của điểm E so với điểm B.

$\vec{a}''_{EB}$  là thành phần pháp tuyến của  $\vec{a}_{EB}$ :  $a''_{EB} = \omega_2^2 l_{BE} = \frac{V_{EB}^2}{l_{BE}}$  và  $\vec{a}''_{EB}$  hướng từ E về B.

$\vec{a}'_{EB}$  là thành phần tiếp tuyến của  $\vec{a}_{EB}$ :  $a'_{EB} = \varepsilon_2 l_{BE}$  và  $\vec{a}'_{EB} \perp BE$ .

Phương trình (2.7) có hai ẩn số là giá trị và phương của  $\vec{a}_E$  nên có thể giải bằng phương pháp họa đồ như sau: Từ  $b'$  vẽ  $\overrightarrow{b'n_{EB}}$  biểu diễn  $\vec{a}''_{EB}$ . Qua  $n_{EB}$  vẽ  $\overrightarrow{n_{EB}e'}$  biểu diễn  $\vec{a}'_{EB}$ . Suy ra rằng  $\overrightarrow{\pi e'}$  biểu diễn  $\vec{a}_E$  (hình 2.6).

+ Hai điểm C và E cũng thuộc cùng một khâu (khâu 2), do đó ta có:  $\vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{EC}$  với  $\vec{a}_{EC}$  là vận tốc tương đối của điểm E so với điểm C. Mặt khác, từ hình 3.7 ta thấy:  $\overrightarrow{\pi e'} = \overrightarrow{\pi c'} + \overrightarrow{c'e'}$ . Thế mà  $\overrightarrow{\pi e'}$  biểu diễn  $\vec{a}_E$ ,  $\overrightarrow{\pi c'}$  biểu diễn  $\vec{a}_C$ . Do vậy  $\overrightarrow{c'e'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{EC}$  (hình 2.6).

#### • *Nhận xét về họa đồ gia tốc*

+ Trên họa đồ gia tốc hình 2.6 chúng ta thấy rằng:

Các vectơ có gốc tại  $\pi$ , mút tại b, c, e... biểu diễn gia tốc *tuyệt đối* của các điểm tương ứng trên cơ cấu:  $\overrightarrow{\pi b'}$  biểu diễn  $\vec{a}_B$ ;  $\overrightarrow{\pi c'}$  biểu diễn  $\vec{a}_C$ ;  $\overrightarrow{\pi e'}$  biểu diễn  $\vec{a}_E$ ...

Các vectơ không có gốc tại  $\pi$  như  $\overrightarrow{b'c'}$ ,  $\overrightarrow{b'e'}$ ,  $\overrightarrow{c'e'}$  biểu diễn vận tốc *tương đối* giữa hai điểm tương ứng trên cơ cấu:  $\overrightarrow{b'c'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{CB}$ ;  $\overrightarrow{b'e'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{EB}$ ;  $\overrightarrow{c'e'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{EC}$ ...

+ *Định lý đồng dạng thuận:*

Hình nối các điểm trên cùng một khâu đồng dạng thuận với hình nối mút các vectơ gia tốc tuyệt đối của các điểm đó trên họa đồ gia tốc.

Thật vậy xét ba điểm B, C, E thuộc cùng khâu 2 (hình 2.6). Mút của các vectơ gia tốc của các điểm B, C, E lần lượt là  $b'$ ,  $c'$ ,  $e'$ . Ta có:  $tg(\overrightarrow{b'c'}, \overrightarrow{b'n_{CB}}) = \frac{a'_{CB}}{a^n_{CB}} = \frac{\varepsilon_2 l_{BC}}{\omega_2^2 l_{BC}} = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2} = tg\alpha$  hay

$tg(\overrightarrow{b'c'}, \overrightarrow{BC}) = tg\alpha$ . Tương tự:  $tg(\overrightarrow{b'e'}, \overrightarrow{EB}) = tg\alpha$  và  $tg(\overrightarrow{c'e'}, \overrightarrow{EC}) = tg\alpha$ . Điều đó có nghĩa là các cạnh  $b'c'$ ,  $b'e'$ ,  $c'e'$  của tam giác  $b'c'e'$  đã lần lượt quay đi một góc  $\alpha$  theo cùng một chiều so với các cạnh tương ứng CB, EB, EC của tam giác BCE, nên hai tam giác BCE và bce đồng dạng thuận với nhau.

## • Ví dụ 2

### ➤ Số liệu cho trước

+ Lược đồ động của cơ cấu culít (hình 2.4)

+ Khâu dẫn AB có vận tốc góc  $\omega_1$  với  $\omega_1 =$  hằng số (tức là gia tốc góc của khâu 1:  $\varepsilon_1 = 0$ )

### ➤ Yêu cầu:

Xác định gia tốc của tất cả các khâu của cơ cấu tại vị trí khâu dẫn có vị trí xác định bằng góc  $\varphi_1$ .

### ➤ Giải

+ Do hai khâu 1 và 2 nối nhau bằng khớp quay nên gia tốc điểm  $B_1$  trên khâu 1 và điểm  $B_2$  trên khâu 2 bằng nhau:  $\vec{a}_{B_1} = \vec{a}_{B_2}$ . Do khâu 2 và khâu 3 nối nhau bằng khớp trượt nên  $\omega_2 = \omega_3$  và  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ . Do vậy, đối với bài toán này, ta chỉ cần tìm vận tốc  $\vec{a}_{B_3}$  của điểm  $B_3$  trên khâu 3.

+ Hai điểm  $B_3$  và  $B_2$  thuộc hai khâu khác nhau nối nhau bằng khớp trượt, do đó phương trình gia tốc như sau:

$$\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_{B_3B_2}^k + \vec{a}_{B_3B_2}^r \quad (2.8)$$

Trong đó :

Do  $\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_{B_1}$  và khâu 1 quay đều xung quanh điểm A nên  $\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_{B_1}$  hướng từ B về A,  $a_{B_2} = a_{B_1} = \omega_1^2 l_{AB}$ .

$\vec{a}_{B_3B_2}^r$  là vận tốc trượt tương đối của điểm  $B_3$  so với điểm  $B_2$ :  $\vec{a}_{B_3B_2}^r$  song song với phương trượt của khớp trượt B. Giá trị của  $\vec{a}_{B_3B_2}^r$  là một ẩn số của bài toán.

$\vec{a}_{B_3B_2}^k$  là gia tốc Côriôlít trong chuyển động tương đối của khâu 3 so với khâu 2:  $\vec{a}_{B_3B_2}^k = 2\omega_2 \wedge \vec{V}_{B_3B_2}$ , phương chiều của  $\vec{a}_{B_3B_2}^k$  được xác định như sau: lấy  $\vec{V}_{B_3B_2}$  quay  $90^\circ$  theo chiều của  $\omega_2$ ,  $a_{B_3B_2}^k = 2\omega_2 V_{B_3B_2}$ .

Mặt khác, điểm  $B_3$  thuộc khâu 3, khâu 3 quay quanh điểm C, do đó:

$$\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_3}^n + \vec{a}_{B_3}^t \quad (2.9)$$

Trong đó :

$\vec{a}_{B_3}^n$  là thành phần hướng tâm của  $\vec{a}_{B_3}$ :  $\vec{a}_{B_3}^n$  hướng từ B về C và  $a_{B_3}^n = \omega_3^2 l_{CB} = \frac{V_{B_3}^2}{l_{CB}}$ .

$\vec{a}_{B_3}^t$  là thành phần tiếp tuyến của  $\vec{a}_{B_3}$ :  $\vec{a}_{B_3}^t \perp CB$  và  $a_{B_3}^t = \varepsilon_3 l_{CB}$ . Do giá trị của  $\varepsilon_3$  chưa biết nên giá trị của  $\vec{a}_{B_3}^t$  là một ẩn số của bài toán.

Từ (2.8) và (2.9) suy ra:

$$\vec{a}_{B_3}^t + \vec{a}_{B_3}^n = \vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_{B_3B_2}^k + \vec{a}_{B_3B_2}^r \quad (2.10)$$

+ Phương trình (2.10) có hai ẩn số là giá trị của  $\vec{a}_{B_3}^t$  và của  $\vec{a}_{B_3B_2}^r$  nên có thể giải được bằng phương pháp họa đồ như sau: Chọn một điểm  $\pi$  làm gốc. Từ  $\pi$  vẽ  $\overrightarrow{\pi b_2'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{B_2}$ . Qua  $b_2'$



vẽ  $\overrightarrow{b_2'k}$  biểu diễn  $\vec{a}_{B_3B_2}^k$ . Qua k vẽ đường thẳng  $\Delta$  song song với  $\vec{a}_{B_3B_2}^r$  tức là song song với phương trượt của con trượt B. Trở về gốc  $\pi$ , vẽ  $\overrightarrow{\pi n_{B_3}}$  biểu diễn  $\vec{a}_{B_3}^n$ . Qua  $n_{B_3}$  vẽ đường thẳng  $\Delta'$  song song với phương của  $\vec{a}_{B_3}^t$  tức là vuông góc với CB. Hai đường  $\Delta$  và  $\Delta'$  giao nhau tại điểm  $b_3'$ . Suy ra rằng  $\overrightarrow{\pi b_3'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{B_3}$ ,  $\overrightarrow{kb_3'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{B_3B_2}^r$ ,  $\overrightarrow{n_{B_3}b_3'}$  biểu diễn  $\vec{a}_{B_3}^t$  (hình 2.4).

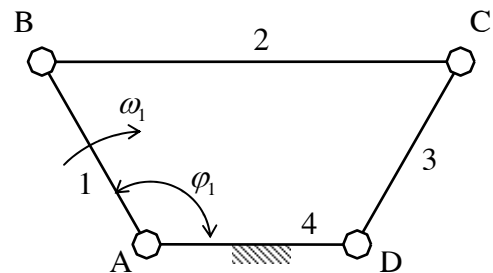
Phương pháp phân tích động học trên đây được gọi là *phương pháp họa đồ vectơ*, thường được sử dụng rộng rãi cho các cơ cấu phẳng mà trong đó tất cả khớp động đều là khớp thấp: khớp quay và khớp trượt (và được gọi là cơ cấu phẳng toàn khớp thấp).



## Bài tập chương II :

### Bài 1:

Vẽ họa đồ vận tốc và họa đồ gia tốc của cơ cấu và xác định vận tốc góc, gia tốc góc của khâu 3 tại vị trí có  $\varphi_1 = 120^\circ$ . Cho biết:  $l_{BC} = 2l_{AB} = 2l_{CD} = 2l_{AD} = 0.1m$ ;  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  = hằng số (hình 2.7)



Hình 2.7

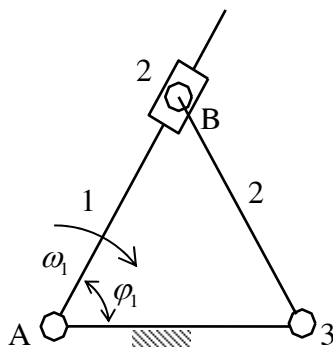
### Bài 2:

Vẽ họa đồ vận tốc và họa đồ gia tốc của cơ cấu và xác định vận tốc góc, gia tốc góc của khâu 3 tại vị trí có  $\varphi_1 = 60^\circ$ . Cho biết:  $l_{BC} = 2l_{AB} = 2l_{CD} = 2l_{AD} = 0.1m$ ;  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  = hằng số (hình 2.8)

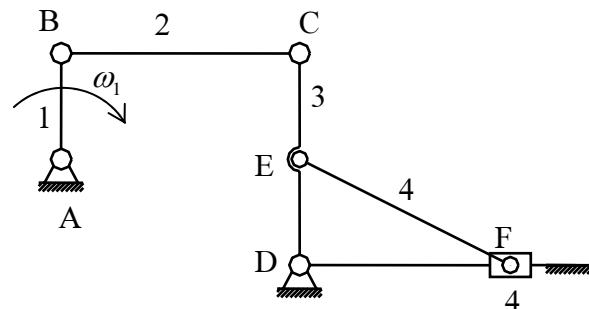
### Bài 3:

Tính vận tốc và gia tốc điểm F trong cơ cấu máy sàng lắc nếu tay quay quay đều với vận tốc góc  $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$  tại vị trí AB và CD thẳng đứng, BC nằm ngang. Cho biết kích thước các khâu:

$l_{AB} = l_{CE} = l_{DE} = \frac{l_{BC}}{2} = \frac{l_{DF}}{2} = 0.1m$  (hình 2.9).



Hình 2.8 : [duongthancong.com](http://duongthancong.com)



Hình 2.9 :

## BÀI GIẢI :

### Bài 1 :

+ Phương trình vận tốc :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \quad (2.11)$$

Với :  $\vec{V}_B \perp AB$ ;  $V_B = \omega_1 l_{AB}$

$$\vec{V}_{CB} \perp BC$$

$$\vec{V}_C \perp DC$$

Phương trình (2.11) có hai ẩn số và có thể giải được bằng phương pháp họa đồ. Họa đồ vận tốc như trên hình 2.10.



Từ họa đồ vận tốc, suy ra:

$$V_C = V_B = V_{CB} = \omega_1 l_{AB} = 10 \cdot 0,05 = 0,5 \text{ m/s}$$

$$\omega_3 = \frac{V_C}{l_{DC}} = \frac{0,5}{0,05} = 10 \text{ rad/s}$$

Chiều quay của  $\omega_3$  như trên hình 2.10.

+ Phương trình gia tốc :

$$\vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n = \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \quad (2.12)$$

Với :  $\vec{a}_B$  hướng từ B về A;  $a_B = \omega_1^2 l_{AB} = (10)^2 \cdot 0,05 = 5 \text{ m/s}^2$

$$\vec{a}_{CB}^n \text{ hướng từ C về B; } a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{BC} = \frac{V_{CB}^2}{l_{BC}} = \frac{(0,5)^2}{0,1} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_{CB}^t \perp BC; a_{CB}^t = \varepsilon_2 l_{BC}$$

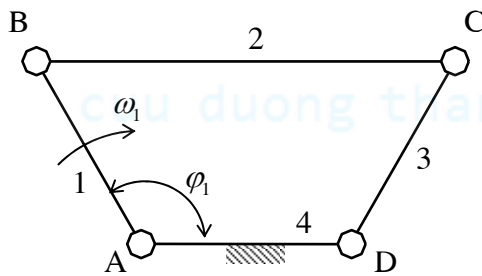
$$\vec{a}_C^n \text{ hướng từ C về D; } a_C^n = \omega_3^2 l_{DC} = (10)^2 \cdot 0,05 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_C^t \perp DC; a_C^t = \varepsilon_3 l_{DC}$$

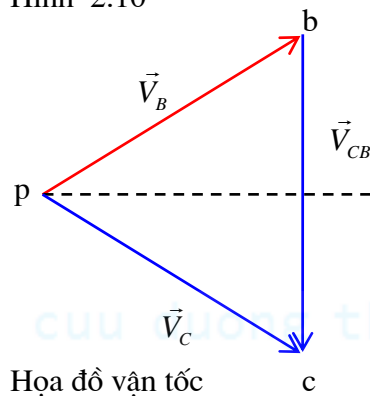
Phương trình (2.12) có hai ẩn số và có thể giải bằng phương pháp họa đồ.

Họa đồ gia tốc cho trên hình 2.10.

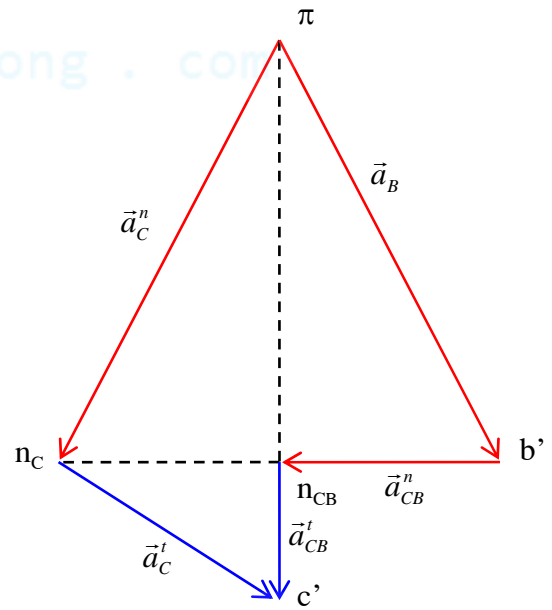
$$\text{Từ họa đồ gia tốc suy ra: } a_{CB}^t = \frac{a_B \sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3} = 2,88 \text{ m/s}^2 \text{ và } \varepsilon_3 = \frac{a_C^t}{l_{DC}} = \frac{5\sqrt{3}}{3 \cdot 0,05} = 57,7 \text{ rad/s}$$



Hình 2.10



Họa đồ vận tốc



Họa đồ gia tốc

## Bài 2 :

+ Ta có :  $\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_2}$  và  $\omega_2 = \omega_1$ .

Phương trình vận tốc :

$$\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1} + \vec{V}_{B_2B_1} \quad (2.13)$$

Với :  $\vec{V}_{B_1} \perp AB$ ;  $V_{B_1} = \omega_1 l_{AB}$ ;  $\vec{V}_{B_2B_1} \parallel AB$ ;  $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_3} \perp CB$ ;  $V_{B_2} = V_{B_3} = \omega_3 l_{CB}$

Phương trình (2.13) có hai ẩn số và có thể giải bằng phương pháp họa đồ. Họa đồ vận tốc như trên hình (2.11). Từ họa đồ vận tốc suy ra:

$$V_{B_2} = V_{B_3} = 2V_{B_1} = 2\omega_1 l_{AB} = 2.10.0,1 = 2m/s; V_{B_3B_2} = V_{B_1} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}m/s$$

$$\omega_3 = \frac{V_{B_3}}{l_{CB}} = \frac{2}{0,1} = 20rad/s; \text{ chiều của } \omega_3 \text{ suy từ chiều của } \vec{V}_{B_3} \text{ (hình 2.11)}$$

+ Phương trình gia tốc :

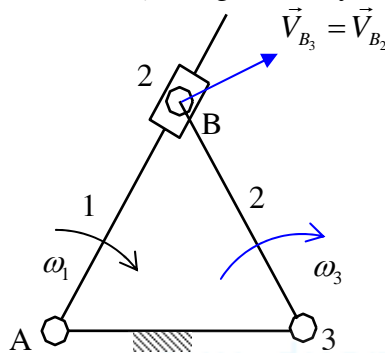
$$\vec{a}_{B_3}^t + \vec{a}_{B_3}^n = \vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_2} = \vec{a}_{B_1} + \vec{a}_{B_2B_1}^k + \vec{a}_{B_2B_1}^r \quad (2.14)$$

Với:  $\vec{a}_{B_1}$  hướng từ B về A,  $a_{B_1} = \omega_1^2 l_{AB} = (10)^2.0,1 = 10m/s^2$

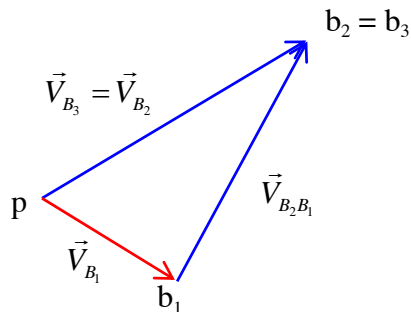
$a_{B_2B_1}^k = 2V_{B_2B_1}\omega_1 = 2.\sqrt{3}.10 = 20\sqrt{3}m/s^2$ , chiều của  $\vec{a}_{B_2B_1}^k$  là chiều của  $\vec{V}_{B_2B_1}$  quay đi  $90^\circ$  theo chiều  $\omega_1$ ;  $\vec{a}_{B_2B_1}^r // AB$

$\vec{a}_{B_3}^n$  hướng từ B về C,  $a_{B_3}^n = \omega_3^2 l_{CB} = (20)^2.0,1 = 40m/s^2$ ;  $\vec{a}_{B_3}^t \perp CB$ ;  $a_{B_3}^t = \varepsilon_3 l_{CB}$

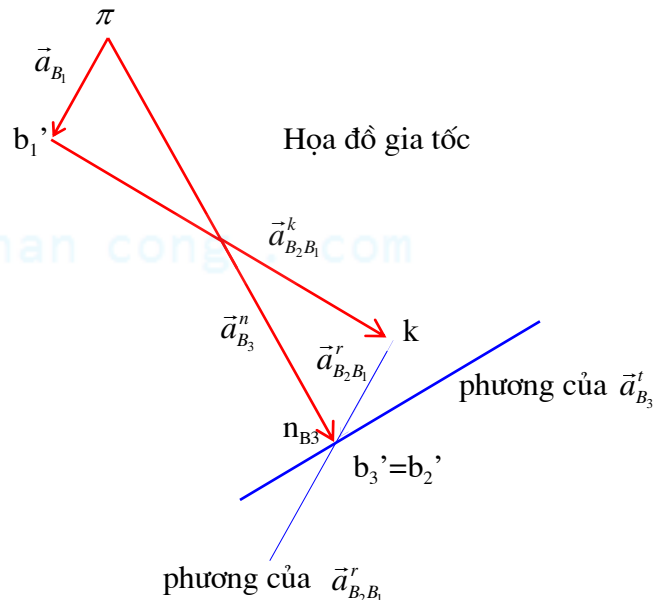
Phương trình (2.14) có hai ẩn số và có thể giải bằng phương pháp họa đồ. Họa đồ gia tốc như trên hình (2.11). Từ họa đồ gia tốc suy ra  $\vec{a}_{B_3}^t = 0$  do đó  $\varepsilon_3 = 0$ .



Hình 2.11 :



Họa đồ vận tốc



### Bài 3 :

+ Cơ cấu máy sàng lắc bao gồm khâu dẫn 1 và hai nhóm tĩnh định hạng II. Nhóm gần khâu dẫn gồm hai khâu 2 và 3 và ba khớp quay B, C, D (khớp chờ là khớp B và khớp D). Nhóm xa khâu dẫn gồm hai khâu 4 và 5 và ba khớp : 2 khớp quay E, F và 1 khớp trượt F (khớp chờ là khớp quay E và khớp trượt F).

Bài toán vận tốc được giải cho nhóm gần khâu dẫn trước, sau đó đến nhóm xa khâu dẫn.

+ Hai điểm C và B thuộc cùng khâu 2, ta có:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \quad (2.15)$$

Giải phương trình (2.15) bằng phương pháp họa đồ, ta suy được vận tốc  $\vec{V}_C$ .

Dựa vào định lý đồng dạng thuận, ta suy được vận tốc  $\vec{V}_E$  của điểm E trên khâu 3.

Hai điểm F và E thuộc cùng khâu 4, ta có:

$$\vec{V}_F = \vec{V}_E + \vec{V}_{FE} \quad (2.16)$$

Giải phương trình (2.16) bằng phương pháp họa đồ, ta suy được vận tốc  $\vec{V}_F$ .

Họa đồ vận tốc như trên hình 2.12.

Từ đó suy ra :  $\vec{V}_C = \vec{V}_B$ ;  $V_C = V_B = \omega_1 l_{AB} = 20 \cdot 0,1 = 2m/s$

$$\vec{V}_F = \vec{V}_E = \frac{\vec{V}_C}{2} \text{ và } V_F = V_E = \frac{V_C}{2} = \frac{2}{2} = 1m/s$$

$$\vec{V}_{CB} = 0; \vec{V}_{EF} = 0; \omega_2 = 0; \omega_4 = 0$$

+ Hai điểm C và B thuộc cùng khâu 2, ta có:

$$\vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n = \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \quad (2.17)$$

$$\text{Với: } a_B = \omega_1^2 l_{AB} = (20)^2 \cdot 0,1 = 40m/s^2; a_{CB}^n = 0; a_C^n = \frac{V_C^2}{l_{DC}} = \frac{2^2}{0,2} = 20m/s^2$$

Giải phương trình (2.17) bằng phương pháp họa đồ, ta suy được vận tốc  $\vec{a}_C$ .

Dựa vào định lý đồng dạng thuận, ta suy được gia tốc  $\vec{a}_E$  của điểm E trên khâu 3.

Hai điểm F và E thuộc cùng khâu 4, ta có:

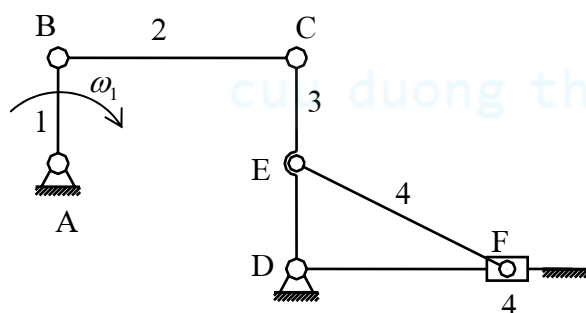
$$\vec{a}_F = \vec{a}_E + \vec{a}_{FE}^n + \vec{a}_{FE}^t \quad (2.18)$$

$$\text{Với: } \vec{a}_E = \frac{\vec{a}_C}{2}; a_{FE}^n = 0$$

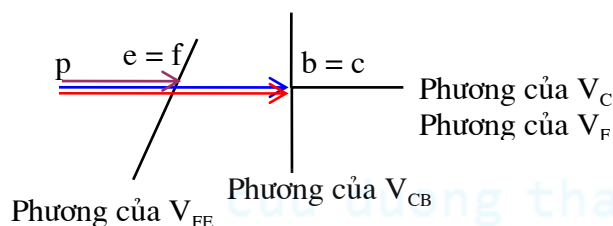
Giải phương trình (2.18) bằng phương pháp họa đồ, ta suy được gia tốc  $\vec{a}_F$ .

Họa đồ gia tốc như trên hình 2.12.

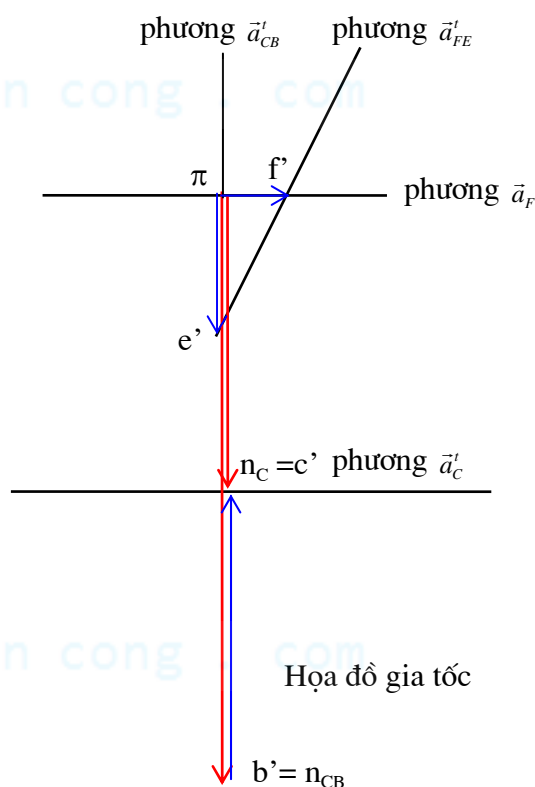
$$\text{Từ đó suy ra: } a_E = \frac{a_C}{2} = \frac{a_C^n}{2} = \frac{20}{2} = 10m/s^2; a_F = \frac{a_E}{2} = \frac{10}{2} = 5m/s^2$$



Hình 2.12 :



Họa đồ vận tốc



Họa đồ gia tốc

**Ghi chú :** Khi vẽ họa đồ vận tốc trong hai bài tập trên, cần lưu ý rằng họa đồ cơ cấu, họa đồ vận tốc và gia tốc có các hình dạng đặc biệt, do vậy ta không cần sử dụng tỷ xích mà chỉ sử dụng quan hệ giữa các cạnh trên họa đồ để tính toán giá trị của vận tốc và gia tốc.

### Chương III:

## PHÂN TÍCH LỰC CƠ CẤU PHẪNG

### §1. Lực tác dụng trên cơ cấu

Khi làm việc cơ cấu chịu tác động của các ngoại lực sau :

#### 1) Ngoại lực

- *Lực phát động* : Lực từ động cơ đặt trên khâu dẫn của cơ cấu thông qua một hệ truyền dẫn. Lực phát động thường có dạng một momen lực và ký hiệu là  $\vec{M}_D$ .

- *Lực cản kỹ thuật* : Lực từ đối tượng công nghệ tác động lên bộ phận làm việc của máy. Lực cản kỹ thuật là lực cản khắc phục để thực hiện quy trình công nghệ của máy, lực này được đặt trên một khâu bị dẫn của cơ cấu.

Ví dụ lực cắt tác động lên các dụng cụ trong các máy cắt gọt kim loại, lực cản của đất tác dụng lên lưỡi cày trong máy cày, trọng lượng các vật cần di chuyển trong máy nâng chuyển... Lực cản kỹ thuật được ký hiệu là  $\vec{P}_C$  hay  $\vec{M}_C$ .

- *Trọng lượng các khâu* : Nếu trọng tâm các khâu đi lên thì trọng lượng có tác dụng như lực cản, ngược lại nếu trọng tâm đi xuống thì trọng lượng có tác dụng như lực phát động. Trọng lượng khâu thứ  $i$  được ký hiệu là  $\vec{G}_i$ .

#### 2) Lực quán tính

Ngoài ngoại lực, trên các khâu chuyển động có gia tốc còn có lực quán tính. Lực quán tính ký hiệu là  $\vec{P}_{qt}$ , còn momen lực quán tính ký hiệu là  $\vec{M}_{qt}$ .

#### 3) Phản lực khớp động

- Dưới tác động của ngoại lực và lực quán tính, trong các khớp động của cơ cấu xuất hiện các *phản lực khớp động*.

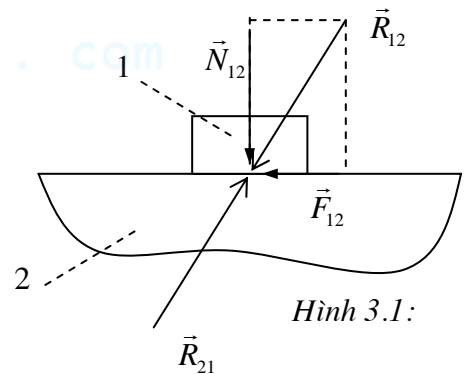
- Phản lực khớp động là lực từ mỗi thành phần khớp động tác động lên thành phần khớp động được nối với nó trong khớp động. Phản lực khớp động từ khâu thứ  $i$  tác dụng lên khâu thứ  $j$  được ký hiệu  $\vec{R}_{ij}$ .

- Trong mỗi khớp động bao giờ cũng có một đôi phản lực khớp động trực đối với nhau: Nếu khâu 1 tác động lên khâu 2 một lực  $\vec{R}_{12}$ , thì khâu 2 sẽ tác động lên khâu 1 một lực  $\vec{R}_{21}$  với  $\vec{R}_{21} = -\vec{R}_{12}$  (Hình 3.1).

- Phản lực khớp động gồm hai thành phần:

- + *Áp lực khớp động* : Thành phần không sinh công trong chuyển động tương đối giữa các thành phần khớp động. Áp lực khớp động vuông góc với phương chuyển động tương đối. Áp lực khớp động từ khâu thứ  $i$  tác dụng lên khâu thứ  $j$  được ký hiệu là  $\vec{N}_{ij}$ .

- + *Lực ma sát* : Thành phần sinh công âm trong chuyển động tương đối. Lực ma sát song song với phương chuyển động tương đối (hoặc xu hướng chuyển động tương đối). Lực ma sát từ khâu thứ  $i$  tác dụng lên khâu thứ  $j$  được ký hiệu là  $\vec{F}_{ij}$ . Lực ma sát trong khớp động là một lực cản có hại, công của lực ma sát làm nóng và làm mòn các thành phần khớp.



### §2. Nội dung, số liệu cho trước và giả thiết của bài toán phân tích lực cơ cấu

#### 1) Số liệu cho trước và các giả thiết của bài toán phân tích lực cơ cấu

##### • Số liệu cho trước

- + Lực đồ động của cơ cấu, khâu dẫn và vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu dẫn

- + Các ngoại lực tác động lên các khâu

+ Các thông số quán tính gồm:

Khối lượng  $m_i$  và vị trí trọng tâm  $S_i$  của mỗi khâu

Momen quán tính  $J_{S_i}$  đối với trọng tâm của các khâu chuyển động quay.

• **Các giả thiết của bài toán phân tích lực cơ cấu**

+ Khi phân tích lực trên khâu dẫn, người ta thường giả thiết khâu dẫn quay đều, tức là có vận tốc góc bằng hằng số.

+ Mặt khác, các khớp động thường được bôi trơn đầy đủ nên giá trị lực ma sát trong khớp động thường khá nhỏ so với giá trị áp lực khớp động tương ứng, do vậy khi giải bài toán phân tích lực người ta thường bỏ qua lực ma sát, nghĩa là đồng nhất áp lực khớp động với phản lực khớp động.

+ Đối với cơ cấu phẳng, để bài toán phân tích lực được đơn giản, ta giả thiết các lực tác dụng lên cơ cấu nằm trong cùng một mặt phẳng song song với mặt phẳng chuyển động của cơ cấu.

• **Nội dung của bài toán phân tích lực cơ cấu**

Bài toán phân tích lực cơ cấu bao gồm các vấn đề sau:

+ Phân tích lực trên khâu bị dẫn, cụ thể là xác định áp lực tại các khớp động trong các nhóm tĩnh định của cơ cấu.

+ Phân tích lực khâu dẫn, cụ thể là xác định lực hay momen lực cần phải đặt trên khâu dẫn để bảo đảm cho khâu dẫn có vận tốc bằng hằng như đã giả thiết. Lực và momen lực nói trên lần lượt được gọi là *lực cân bằng* ký hiệu là  $\vec{P}_{cb}$  và *momen cân bằng* ký hiệu là  $\vec{M}_{cb}$ .

Ngoài ra, còn phải xác định áp lực tại khớp động nối khâu dẫn với giá.

## §2. Nguyên tắc và trình tự giải bài toán phân tích lực cơ cấu

### 1) Nguyên lý Đălămbe

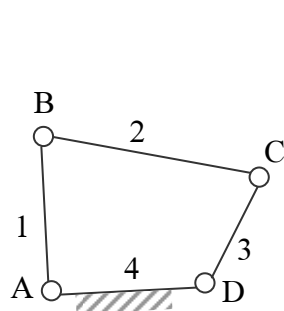
• Áp lực khớp động là nội lực đối với cơ cấu. Để làm xuất hiện các lực này trong công thức tính toán, ta phải hình dung tách các khớp động ra. Tại mỗi thành phần khớp động được tách ra, ta đặt phản lực tương ứng.

Ví dụ trong cơ cấu 4 khâu bản lề (hình 3.2), khi hình dung tách các khớp B, C, D ra, ta phải đặt tại các thành phần khớp động B, C, D các phản lực tương ứng:  $\vec{N}_{43}; \vec{N}_{23}; \vec{N}_{32}; \vec{N}_{21}; \vec{N}_{12}$  (hình 3.3).

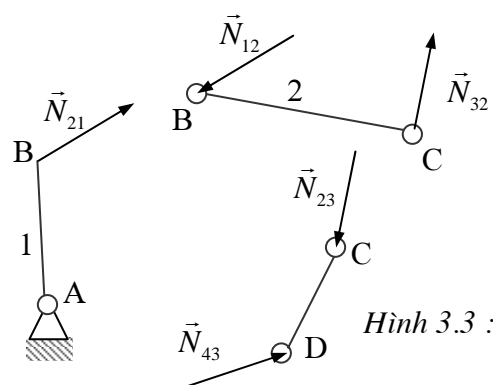
• Khi cơ cấu chuyển động, các khâu nối chung có gia tốc, hệ lực gồm ngoại lực và các áp lực đặt trên các thành phần khớp của nó không phải là một hệ lực cân bằng. Như vậy không thể viết các phương trình cân bằng lực để giải tìm áp lực khớp động.

Tuy nhiên, theo nguyên lý Đălămbe, nếu ngoài các ngoại lực và các áp lực tại các thành phần khớp động trên khâu, nếu thêm vào đó các lực quán tính và momen lực quán tính của khâu và coi chúng như là những ngoại lực thì sẽ được một hệ lực cân bằng. Khi đó có thể viết các phương trình cân bằng lực của tĩnh học cho khâu và giải để xác định các áp lực khớp động.

### 2) Điều kiện tĩnh định của bài toán phân tích áp lực khớp động



Hình 3.2 :



Hình 3.3 :

• Khi viết phương trình cân bằng lực của tĩnh học, nếu chúng ta viết cho từng khâu một, thì số phương trình cân bằng lực có thể nhỏ hơn số ẩn cần tìm. Ví dụ với khâu 3 trong cơ cấu 4 khâu bản lề (hình 3.3) thì số ẩn số là 4 (phương và giá trị của các lực  $\vec{N}_{43}; \vec{N}_{23}$ ), số phương trình cân bằng lực bằng 3 (2 phương trình hình chiếu và 1 phương trình momen). Vì vậy cần phải viết phương trình cân bằng lực cho một *nhóm các khâu bị dẫn kế nhau* thì số ẩn số mới có thể bằng số phương trình cân bằng lực lập được.

• Xét một nhóm gồm  $n$  khâu bị dẫn kế nhau, trong đó có  $p_5$  khớp loại 5 và  $p_4$  khớp loại 4 (kể cả các khớp chờ của nhóm).

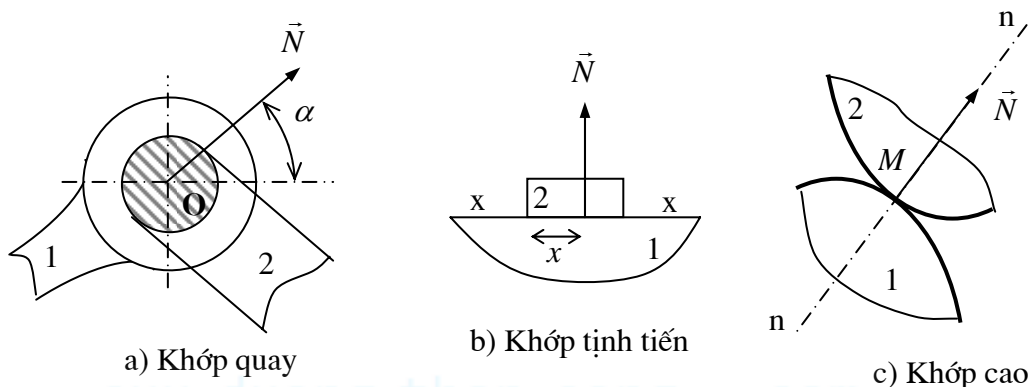
Đối với cơ cấu phẳng, ta thường gặp các khớp thấp loại 5 là khớp quay, khớp trượt và các khớp cao loại 4 như khớp bánh răng phẳng, khớp cam phẳng.

+ Đối với khớp quay (hình 3.4a), do áp suất giữa các thành phần khớp quay đồng quy tại tâm quay O của khớp, do đó áp lực  $\vec{N}$  cũng đi qua tâm quay O. Để xác định áp lực  $\vec{N}$  trong khớp quay, cần xác định giá trị của  $\vec{N}$  và góc  $\alpha$  xác định phương của  $\vec{N}$ .

+ Đối với khớp trượt (hình 3.4b), do áp suất giữa các thành phần khớp đều vuông góc với phương trượt xx, do đó áp lực  $\vec{N}$  trong khớp trượt cũng vuông góc với phương trượt xx. Để xác định áp lực  $\vec{N}$  trong khớp trượt, cần xác định giá trị của  $\vec{N}$  và thông số x xác định điểm đặt của  $\vec{N}$ .

Như vậy, áp lực tại mỗi khớp động loại 5 (khớp quay, khớp trượt) ứng với hai ẩn số của bài toán phân tích lực.

+ Đối với khớp cao (hình 3.4c), áp lực  $\vec{N}$  có điểm đặt là điểm tiếp xúc M của hai biên dạng, có phương song song với phương pháp tuyến chung nn tại M, do đó để xác định  $\vec{N}$  chỉ cần xác định giá trị của  $\vec{N}$ , tức là áp lực tại mỗi khớp động loại 4 ứng với hai ẩn số của bài toán phân tích lực.



Hình 3.4 :

Như vậy số ẩn số cần tìm đối với nhóm nói trên là  $2p_5 + p_4$ .

Vì với mỗi khâu (xem như là vật rắn tuyệt đối) ta viết được 3 phương trình cân bằng lực (2 phương trình hình chiếu và 1 phương trình momen), nên số phương trình cân bằng lực lập được bằng  $3n$ .

Để giải được bài toán phân tích lực, số phương trình cân bằng lực lập được phải bằng số ẩn số cần tìm, tức là phải có điều kiện :

$$\boxed{3n - (2p_5 + p_4) = 0} \quad (3.1)$$

• Tóm lại để giải được bài toán phân tích lực ta phải xét đồng thời các khâu, các khớp trong một *nhóm tĩnh định*. Điều kiện (3.1) được gọi là *điều kiện tĩnh định* của bài toán phân tích áp lực khớp động.

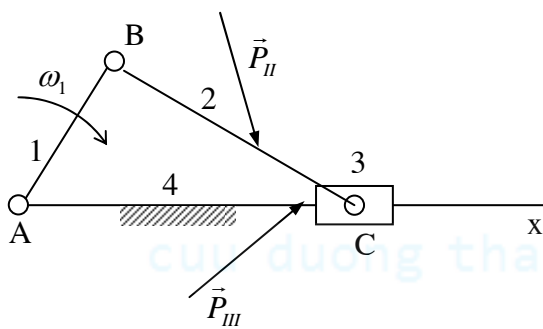
### 3) Trình tự và ví dụ giải bài toán phân tích áp lực khớp động

#### • Số liệu cho trước

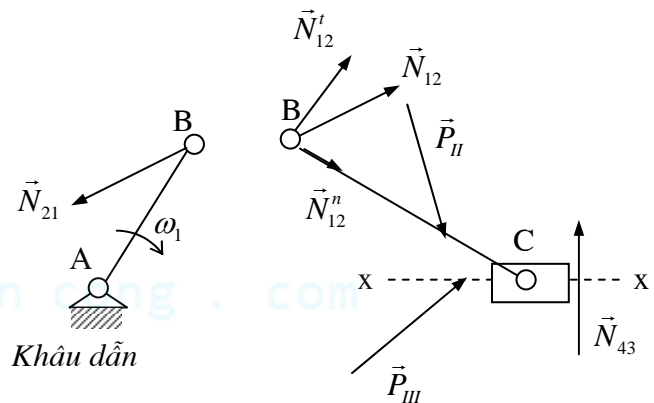
- Lược đồ động của cơ cấu tay quay con trượt
- Khâu dẫn là khâu 1, vận tốc góc khâu dẫn bằng  $\omega_1$  với  $\omega_1 = \text{hằng số}$
- Ngoại lực tác động lên các khâu:  
 Khâu 2 chịu tác động của lực  $\vec{P}_2$ , momen  $\vec{M}_2$  và trọng lượng  $\vec{G}_2$   
 Khâu 3 chịu tác động của lực  $\vec{P}_3$ , momen  $\vec{M}_3$  và trọng lượng  $\vec{G}_3$ .
- Khối lượng  $m_i$ , vị trí khối tâm  $S_i$  và momen quán tính  $J_{Si}$  đối với trọng tâm của mỗi khâu.

#### • Yêu cầu

Giải bài toán phân tích áp lực khớp động tại vị trí đang xét của cơ cấu (hình 3.5)

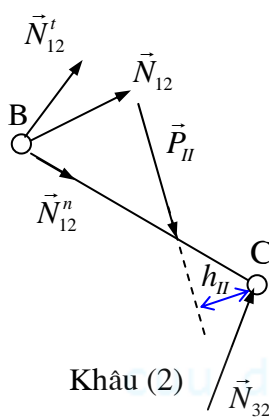


Hình 3.5a : Cơ cấu tay quay - con trượt

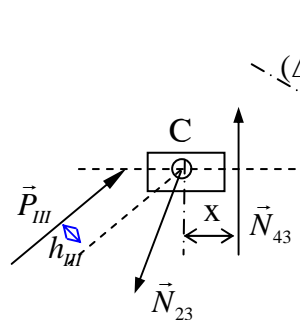


Hình 3.5b :

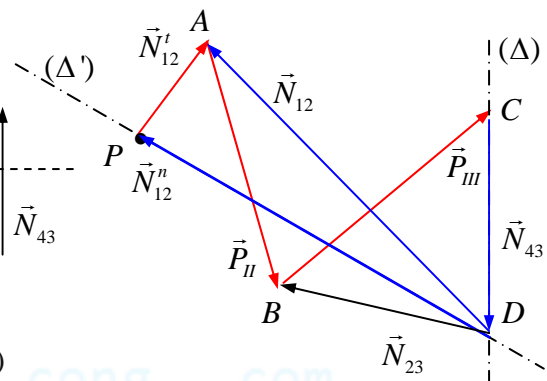
Nhóm tĩnh định (2+3)



Hình 3.5c:



Hình 3.5d:



Hình 3.5e : Hoạ đồ lực của cơ cấu

#### a) Tính lực trên các khâu bị dẫn

Để phân tích lực trên các khâu bị dẫn, ta tiến hành theo trình tự sau đây:

- Tách cơ cấu thành các nhóm tĩnh định, còn lại là khâu dẫn (hoặc các khâu dẫn) nối giá.

Cơ cấu tay quay con trượt chỉ có một nhóm tĩnh định, đó là nhóm gồm hai khâu (khâu 2, khâu 3) và ba khớp (khớp quay B, khớp quay C và khớp trượt C). Khớp chờ của nhóm là khớp quay B và khớp trượt C.



Cơ cấu có một bậc tự do nên sau khi tách nhóm tĩnh định ra, chỉ còn lại một khâu dẫn AB nối giá bằng khớp quay.

- *Xác định lực và momen lực quán tính tác động lên các khâu.*
- *Đặt các ngoại lực, các lực và momen lực quán tính, các áp lực khớp chờ lên các nhóm.*

Giả sử rằng hệ lực gồm các ngoại lực kể cả lực và momen quán tính tác động lên khâu 2 được thu gọn thành lực  $\vec{P}_{II}$ ; lên khâu 3 thành lực  $\vec{P}_{III}$  (hình 3.5b).

- *Viết và giải phương trình cân bằng lực cho các nhóm.*

Bài toán phân tích áp lực khớp động được giải cho các nhóm xa khâu dẫn trước sau đó đến nhóm gần khâu dẫn. Chương này chủ yếu giới thiệu *phương pháp họa đồ*.

- Hệ lực tác động lên nhóm (2+3) gồm các lực  $\vec{P}_{II}, \vec{P}_{III}, \vec{N}_{12}, \vec{N}_{43}$  là một hệ lực cân bằng, ta có:

$$\vec{N}_{12} + \vec{P}_{II} + \vec{P}_{III} + \vec{N}_{43} = 0 \quad (3.2)$$

Phương trình (3.2) có 3 ẩn số (giá trị và phương của  $\vec{N}_{12}$ , giá trị của  $\vec{N}_{43}$ ), chưa thể giải được.

- Để giảm số ẩn số, ta phân tích  $\vec{N}_{12}$  thành hai thành phần:  $\vec{N}_{12}^n$  song song với BC,  $\vec{N}_{12}^t$  vuông góc với BC. Giá trị của  $\vec{N}_{12}^t$  xác định như sau:

Momen đối với điểm C của tất cả các lực tác động lên khâu 2 (hình 3.5.c):

$$\sum M_C = P_{II} \cdot h_{II} - N_{12}^t \cdot l_{BC} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{12}^t = \frac{P_{II} \cdot h_{II}}{l_{BC}}$$

- Phương trình (3.1) trở thành:

$$\vec{N}_{12}^n + \vec{N}_{12}^t + \vec{P}_{II} + \vec{P}_{III} + \vec{N}_{43} = 0 \quad (3.3)$$

Phương trình (3.3) có hai ẩn số và có thể giải bằng phương pháp họa đồ như sau (hình 3.5): Chọn một điểm P làm gốc. Từ P vẽ vector  $\vec{PA}$  biểu diễn lực  $\vec{N}_{12}^t$ . Qua điểm A vẽ vector  $\vec{AB}$  biểu diễn  $\vec{P}_{II}$ . Qua điểm B vẽ vector  $\vec{BC}$  biểu diễn  $\vec{P}_{III}$ . Qua điểm C, vẽ đường thẳng ( $\Delta$ ) song song với phương của  $\vec{N}_{43}$ . Qua gốc P vẽ đường thẳng song song với phương của  $\vec{N}_{12}^n$ . Hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm D. Suy ra rằng vector  $\vec{CD}$  biểu diễn  $\vec{N}_{43}$ , vector  $\vec{DP}$  biểu diễn  $\vec{N}_{12}^n$ , vector  $\vec{DA}$  biểu diễn  $\vec{N}_{12}$ .

- Xác định điểm đặt của lực  $\vec{N}_{43}$ :

Momen đối với điểm C của tất cả các lực tác động lên khâu 3 (hình 3.5d):

$$\sum M_C = N_{43} \cdot x - P_{III} \cdot h_{III} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{P_{III} \cdot h_{III}}{N_{43}}$$

- Hệ lực tác động lên khâu 3 gồm  $\vec{P}_{III}, \vec{N}_{23}, \vec{N}_{43}$  (hình 3.5d) là một hệ lực cân bằng, ta có:

$$\vec{N}_{23} + \vec{N}_{43} + \vec{P}_{III} = 0 \quad (3.4)$$

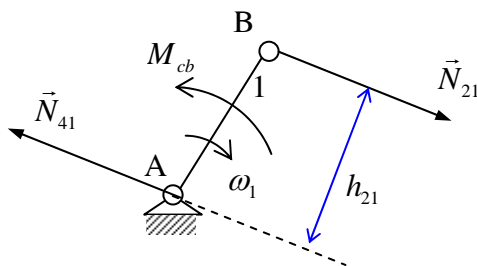
Phương trình (3.4) có hai ẩn số là giá trị và chiều  $\vec{N}_{23}$  nên có thể giải được bằng phương pháp họa đồ. Từ họa đồ (hình 3.5e) suy ra rằng vector  $\vec{DB}$  biểu diễn  $\vec{N}_{23}$ .



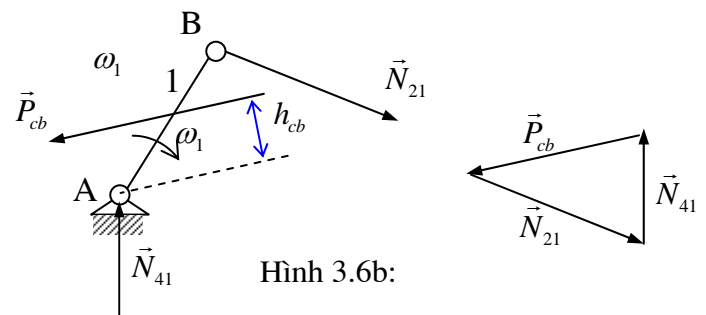
## b) Tính lực trên khâu dẫn

• Với cơ cấu một bậc tự do, sau khi tách các nhóm tĩnh định, sẽ còn lại một khâu dẫn nối giá. (Với cơ cấu tay quay con trượt, sau khi tách nhóm tĩnh định (2+3) sẽ còn lại khâu dẫn AB nối giá bằng khớp quay A).

Theo giả thiết của bài toán phân tích lực cơ cấu, khâu dẫn có vận tốc  $\omega_1 =$  hằng số, tức là luôn luôn ở trạng thái cân bằng. Để bảo đảm điều kiện cân bằng lực này, phải đặt lên khâu dẫn một lực cân bằng  $\vec{P}_{cb}$  hay một momen cân bằng  $\vec{M}_{cb}$  để cân bằng với toàn bộ tác động của phần còn lại của cơ cấu lên khâu dẫn (tức là cân bằng với lực  $\vec{N}_{21}$ ).



Hình 3.6a:



Hình 3.6b:

• Trường hợp đặt lên khâu dẫn một momen cân bằng  $\vec{M}_{cb}$  (hình 3.6a) :

Momen đối với điểm A của tất cả các lực tác động lên khâu dẫn:

$$\sum M_A = M_{cb} - N_{21} \cdot h_{21} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_{cb} = N_{21} \cdot h_{21}}$$

Xét cân bằng lực khâu dẫn, ta có:  $\vec{N}_{41} = -\vec{N}_{21}$

• Trường hợp đặt lên khâu dẫn một lực cân bằng  $\vec{P}_{cb}$  (hình 3.6b):

Momen đối với điểm A của tất cả các lực tác động lên khâu dẫn:

$$\sum M_A = P_{cb} \cdot h_{cb} - N_{21} \cdot h_{21} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{cb} = \frac{N_{21} \cdot h_{21}}{h_{cb}}}$$

Hệ lực tác động lên khâu dẫn 1 gồm  $\vec{P}_{cb}$ ,  $\vec{N}_{21}$ ,  $\vec{N}_{41}$  là một hệ lực cân bằng, ta có:

$$\vec{P}_{cb} + \vec{N}_{21} + \vec{N}_{41} = 0 \quad (3.5)$$

Giải phương trình (3.5) bằng phương pháp hoạ đồ, suy được  $\vec{N}_{41}$  (hình 3.6b).

## 4) Phương pháp di chuyển khả dĩ để tính $\vec{M}_{cb}$ hay $\vec{P}_{cb}$

• Ta có thể tính  $\vec{M}_{cb}$  hay  $\vec{P}_{cb}$  mà không cần phân tích áp lực khớp động trên toàn bộ cơ cấu để tìm ra  $\vec{N}_{21}$  bằng cách áp dụng nguyên lý di chuyển khả dĩ như sau: Tổng công suất tức thời của một hệ lực cân bằng bằng 0.

• Hệ lực gồm các ngoại lực  $\vec{P}_i$ , các momen ngoại lực  $M_i$  tác động lên cơ cấu (trong đó kể cả các lực và momen lực quán tính tác động lên cơ cấu) và momen cân bằng  $\vec{M}_{cb}$  (hay lực cân bằng  $\vec{P}_{cb}$ ) là một hệ lực cân bằng.

- Trường hợp đặt lên khâu dẫn một momen cân bằng  $\vec{M}_{cb}$ , ta có:

$$\sum \vec{P}_i \vec{V}_i + \sum \vec{M}_i \vec{\omega}_i + \vec{M}_{cb} \vec{\omega}_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{cb} = -\frac{1}{\omega_1} \left[ \sum \vec{P}_i \vec{V}_i + \sum \vec{M}_i \vec{\omega}_i \right]}$$

Trong đó:  $\vec{P}_i; \vec{M}_i$  là ngoại lực và momen ngoại lực tác động lên khâu thứ i (kể cả lực và momen lực quán tính);  $\vec{V}_i$ : vận tốc điểm đặt lực  $\vec{P}_i$ ;  $\vec{\omega}_i$ : vận tốc góc khâu thứ i trên đó có đặt momen  $\vec{M}_i$ .

Nếu  $M_{cb} > 0$  thì  $\vec{M}_{cb}$  cùng chiều với  $\vec{\omega}_1$ . Nếu  $M_{cb} < 0$  thì  $\vec{M}_{cb}$  ngược chiều với  $\vec{\omega}_1$ .

- Trường hợp đặt lên khâu dẫn một lực cân bằng  $\vec{P}_{cb}$ , ta có:

$$\sum \vec{P}_i \vec{V}_i + \sum \vec{M}_i \vec{\omega}_i + \vec{P}_{cb} \vec{V}_{cb} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{P}_{cb} \vec{V}_{cb} = -\sum \left[ \vec{P}_i \vec{V}_i + \vec{M}_i \vec{\omega}_i \right]}$$

Trong đó:  $\vec{V}_{cb}$  là vận tốc điểm đặt lực  $\vec{P}_{cb}$ .



cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

## MA SÁT TRONG KHỚP ĐỘNG

### §1. Đại cương

#### 1) Khái niệm

- *Ma sát là hiện tượng xảy ra ở chỗ hai vật thể tiếp xúc với nhau với một áp lực nhất định, khi giữa hai vật thể này có chuyển động tương đối hay có xu hướng chuyển động tương đối. Khi đó sẽ xuất hiện một lực có tác dụng cản lại chuyển động tương đối gọi là lực ma sát.*

- Ngoài hiện tượng ma sát nói trên gọi là ma sát *ngoài*, còn xuất hiện một hiện tượng xảy ra bên trong của một vật thể khi nó bị biến dạng gọi là ma sát *trong*.

- Ma sát thường là một loại lực cản có hại. Một mặt nó tiêu hao công suất, giảm hiệu suất của máy. Công của lực ma sát phần lớn biến thành nhiệt làm nóng các thành phần khớp động. Mặt khác, ma sát làm mòn các chi tiết máy, do đó sức bền giảm sút và chi tiết máy có thể bị hỏng.

- *Phân loại ma sát*

+ Tùy theo tính chất tiếp xúc giữa hai bề mặt vật thể, ta phân biệt các kiểu ma sát sau đây:

- Ma sát *khô* : khi hai bề mặt vật thể trực tiếp tiếp xúc với nhau.

- Ma sát *ướt* : khi hai bề mặt vật thể được ngăn cách nhau hoàn toàn bằng một lớp chất lỏng bôi trơn.

Giữa hai kiểu ma sát này, còn có những kiểu ma sát trung gian:

- Ma sát *nửa khô* : khi giữa hai bề mặt vật thể có những vết chất lỏng, nhưng phần lớn diện tích tiếp xúc vẫn là chất rắn.

- Ma sát *nửa ướt*: khi phần lớn diện tích hai bề mặt vật thể được một lớp chất lỏng bôi trơn ngăn cách, nhưng vẫn còn những chỗ chất rắn trực tiếp tiếp xúc với nhau.

+ Khi giữa hai bề mặt vật thể mới chỉ có xu hướng chuyển động tương đối, ma sát giữa chúng là ma sát *tĩnh*, ngược lại khi giữa hai bề mặt vật thể có chuyển động tương đối, ma sát giữa chúng là ma sát *động*.

+ Tùy theo tính chất của chuyển động tương đối (hoặc xu thế chuyển động tương đối) giữa hai bề mặt vật thể, ta phân biệt các kiểu ma sát sau:

- Ma sát *trượt* : khi hai bề mặt vật thể trượt tương đối đối với nhau.

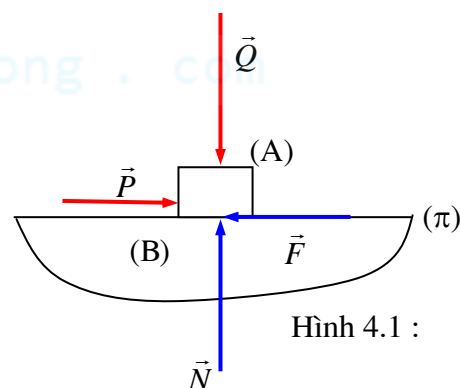
- Ma sát *lăn* : khi hai bề mặt vật thể lăn tương đối trên nhau.

#### 2) Ma sát trượt khô - Định luật Coulomb

##### a) Lực ma sát

- Xét hai vật rắn A và B tiếp xúc nhau theo một mặt phẳng ( $\pi$ ) (hình 4.1). Đặt lên vật A một lực  $\vec{Q}$  vuông góc với mặt phẳng ( $\pi$ ). Dưới tác dụng của lực này, sẽ xuất hiện một áp lực  $\vec{N}$  từ B tác động lên A. Ta có :  $\vec{N} = -\vec{Q}$ .

Đặt thêm lên A lực  $\vec{P}$  song song với mặt phẳng tiếp xúc ( $\pi$ ) (lực  $\vec{P}$  được đặt tại một điểm rất gần với mặt tiếp xúc, để không gây ra một momen đủ lớn làm vật A bị lật).



Hình 4.1 :

- Cho giá trị của lực  $\vec{P}$  tăng dần từ 0. Lúc đầu ta thấy A chưa chuyển động so với B. Khi P đạt đến một giá trị  $P_0$  nhất định thì ta thấy A bắt đầu chuyển động tương đối so với B.

Sau khi A đã chuyển động tương đối so với B, để duy trì chuyển động *đều* của A thì lực  $\vec{P}$  chỉ cần có một giá trị  $P_d$  gần bằng và nhỏ hơn  $P_0$  :  $P_d < P_0$ .

Nếu  $P > P_0$  thì ta thấy A chuyển động nhanh dần so với B.

- Có thể phân tích quá trình trên như sau :

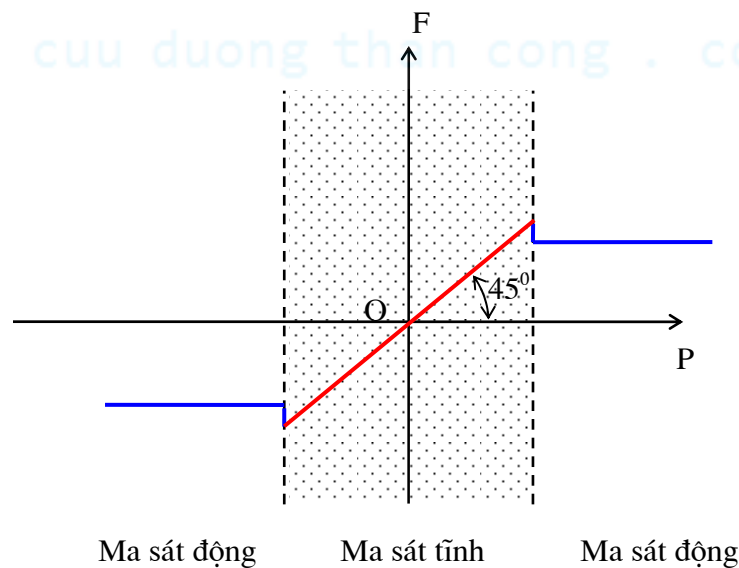
+ Khi cho P tăng dần từ 0 thì A chỉ mới có xu hướng chuyển động tương đối so với B. Ma sát giữa A và B lúc này là ma sát tĩnh. Điều kiện cân bằng lực của A chứng tỏ phải có một lực  $\vec{F}_t$  luôn luôn cân bằng với  $\vec{P}$  :  $\vec{F}_t = -\vec{P}$ . Lực  $\vec{F}_t$  được gọi là *lực ma sát tĩnh*.

Lực ma sát tĩnh tăng dần theo giá trị của lực  $\vec{P}$ . Khi P đạt đến giá trị  $P_0$  thì A bắt đầu chuyển động tương đối so với B. Điều này chứng tỏ rằng giá trị của lực ma sát tĩnh  $\vec{P}$  không tăng nữa mà đạt đến giá trị cực đại bằng :  $\vec{F}_{t\max} = -\vec{P}_0$

+ Khi P đạt đến giá trị  $P_0$  và A chuyển động tương đối so với B. Giữa A và B bây giờ có hiện tượng ma sát động.

Nếu A chuyển động *đều* so với B thì từ điều kiện cân bằng lực của A ta thấy phải có một lực  $\vec{F}$  cân bằng với lực  $\vec{P}$ . Lực  $\vec{F}$  gọi là *lực ma sát động*. Thế mà để chuyển động tương đối của A so với B là chuyển động *đều* thì lực  $\vec{P}$  chỉ cần có một giá trị là  $P_d$  với  $P_d < P_0$  nên :  $F = P_d < P_0 = F_{t\max}$  : lực ma sát động nhỏ hơn lực ma sát tĩnh cực đại .

Hình 4.2 biểu diễn lực ma sát tĩnh và lực ma sát động theo lực đẩy P.



Hình 4.2 :

## b) Định luật Coulomb về ma sát trượt khô

- Lực ma sát động  $\vec{F}$  không phụ thuộc vào lực gây ra chuyển động là lực  $\vec{P}$  mà phụ thuộc vào áp lực  $\vec{N}$ .

Thực nghiệm cho thấy giữa lực ma sát  $\vec{F}$  và áp lực  $\vec{N}$  có mối quan hệ sau :  $F = f.N$

Hệ số f được gọi là hệ số ma sát trượt.

- Hệ số ma sát f :

- phụ thuộc vào vật liệu bề mặt tiếp xúc
- phụ thuộc vào trạng thái bề mặt tiếp xúc
- không phụ thuộc vào áp lực và diện tích tiếp xúc

- hầu như không phụ thuộc vào vận tốc trượt tương đối giữa hai bề mặt tiếp xúc
- tăng cùng với thời gian tiếp xúc ban đầu (tức là thời gian có áp lực  $\vec{N}$  mà không có lực đẩy  $\vec{P}$ )

Định luật Coulomb chỉ phản ánh gần đúng quy luật của ma sát trượt khô, tuy nhiên vẫn có thể áp dụng nó trong rất nhiều bài tính kỹ thuật.

### b) Hình nón ma sát

- Xét hai vật thể A và B tiếp xúc nhau theo mặt phẳng ( $\pi$ ) (hình 4.3).

Đặt lên A một lực  $\vec{Q}$ . Dưới tác động của lực  $\vec{Q}$ , B sẽ tác động lên A một áp lực  $\vec{N}$  vuông góc với mặt phẳng ( $\pi$ ):  $\vec{N} = -\vec{Q}$ .

Đặt thêm lên A một lực đẩy  $\vec{P}$  song song với mặt phẳng ( $\pi$ ). Tại chỗ tiếp xúc giữa A và B sẽ phát sinh một lực ma sát  $\vec{F}$ .

- Xét một hình nón (N) có đỉnh O nằm tại chỗ tiếp xúc, có trục vuông góc với mặt phẳng ( $\pi$ ), có nửa góc ở đỉnh bằng  $\varphi$  với  $\tan \varphi = f$  với  $f$  là hệ số ma sát.

Góc  $\varphi$  được gọi là góc ma sát. Hình nón (N) được gọi là hình nón ma sát.

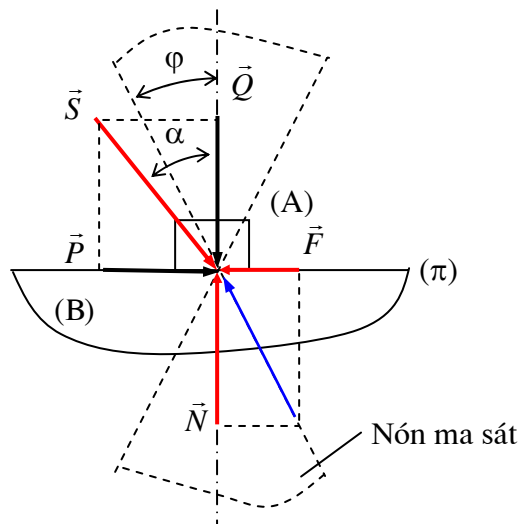
- Gọi  $\vec{S}$  là hợp lực của  $\vec{P}$  và  $\vec{Q}$ :  $\vec{S} = \vec{P} + \vec{Q}$  và  $\alpha$  là góc giữa  $\vec{S}$  và  $\vec{Q}$ .

Tùy theo quan hệ giữa  $\vec{P}$  và  $\vec{Q}$  mà  $\alpha$  có thể lớn hơn, bằng hay nhỏ hơn góc ma sát  $\varphi$ .

- Khi hợp lực  $\vec{S}$  nằm ngoài nón ma sát (N) tức là khi  $\alpha > \varphi$  thì  $P = Q \tan \alpha > N \tan \varphi = N \cdot f = F$ : chuyển động tương đối của A so với B là chuyển động nhanh dần.

- Khi hợp lực  $\vec{S}$  nằm trên mép nón ma sát (N) tức là khi  $\alpha = \varphi$  thì  $P = F$ : chuyển động tương đối của A so với B là chuyển động đều.

- Khi hợp lực  $\vec{S}$  nằm trong nón ma sát (N) tức là khi  $\alpha < \varphi$  thì  $P < F$ : vật A không chuyển động tương đối so với B.



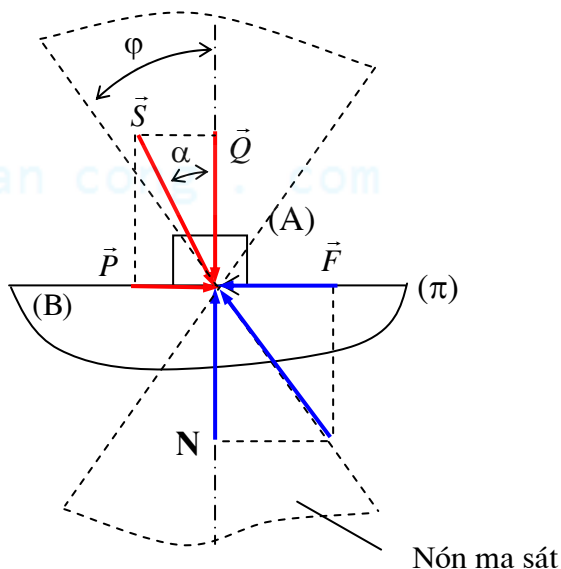
Hình 4.3 :

### b) Hiện tượng tự hãm

Vẫn xét trường hợp vật A tiếp xúc với vật B theo mặt phẳng như trên hình 4.1. Tuy nhiên thay vì tác động lên A hai lực  $\vec{P}$  và  $\vec{Q}$  độc lập nhau, ta tác động lên A một lực  $\vec{S}$  duy nhất (hình 4.4).

Lực  $\vec{S}$  hợp với trục của hình nón ma sát một góc bằng  $\alpha$  và được phân làm hai thành phần:

- Thành phần  $\vec{Q}$  vuông góc với mặt phẳng ( $\pi$ ). Dưới tác động của  $\vec{Q}$ , B tác động lên A một áp lực  $\vec{N}$ :  $\vec{N} = -\vec{Q}$



Hình 4.4 :

- Thành phần  $\vec{P}$  song song với mặt phẳng ( $\pi$ ):  $P = Q \tan \alpha$ .  $\vec{P}$  gây nên xu hướng chuyển động tương đối hoặc một chuyển động tương đối, do đó tại chỗ tiếp xúc giữa A và B xuất hiện một lực ma sát  $\vec{F}$  với  $F = f \cdot N = N \tan \varphi$ .

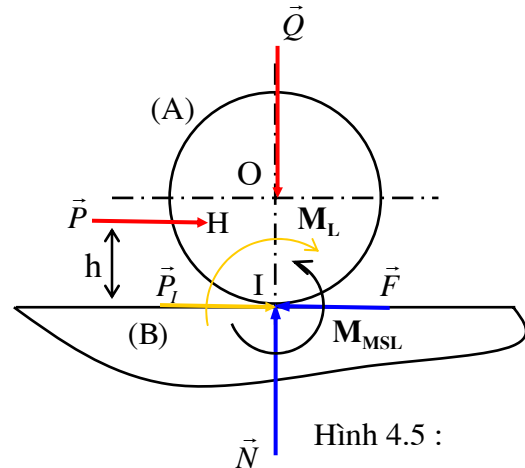
Khi lực  $\vec{S}$  nằm trong hình nón ma sát (N), tức là khi  $\alpha < \varphi$  thì cho dù giá trị của lực  $\vec{S}$  có lớn bao nhiêu đi nữa, ta vẫn luôn có  $P = Q \tan \alpha < N \tan \varphi = N \cdot f = F$ , nghĩa là lực đẩy P luôn luôn nhỏ hơn lực ma sát F: A không thể chuyển động tương đối so với B. Hiện tượng này được gọi là hiện tượng tự hãm trong ma sát trượt khô khi tiếp xúc theo mặt phẳng.

### 3) Ma sát lăn

#### a) Hiện tượng ma sát lăn

• Xét hình trụ A tiếp xúc với mặt phẳng B theo một đường sinh của nó. Hình 4.5 trình bày mặt cắt ngang của hình trụ A và mặt phẳng B. Ta sẽ xét bài toán trên mặt cắt ngang này.

Đặt lên hình trụ A một lực  $\vec{Q}$  đi qua tâm O của hình trụ và vuông góc với mặt phẳng B. Dưới tác động của  $\vec{Q}$ , B tác động lên A một áp lực  $\vec{N}$  vuông góc với mặt phẳng B:  $\vec{N} = -\vec{Q}$ .



Đặt tiếp lên B một lực  $\vec{P}$  có giá trị không đổi, có điểm đặt là H, có phương song song với mặt phẳng B. Điểm đặt H của lực  $\vec{P}$  cách mặt phẳng B một khoảng bằng h, với  $P < f \cdot Q$ .

Lực  $\vec{P}$  đặt tại H tương đương với một lực  $\vec{P}_I$  đặt tại điểm tiếp xúc I và một momen  $M_L = P \cdot h$ .

• Xét lực  $\vec{P}_I$  đặt tại I. Lực này có xu hướng làm cho vật A trượt trên mặt phẳng B. Do đó tại điểm tiếp xúc I, xuất hiện một lực ma sát  $\vec{F}$  cản lại chuyển động này:  $\vec{F} = -\vec{P}$  và  $F = f \cdot N$ . Do  $P < f \cdot Q = f \cdot N = F$  nên A không thể trượt trên B.

• Xét momen  $M_L = P \cdot h$ . Cho giá trị momen  $M_L$  tăng dần từ 0 (bằng cách tăng dần khoảng cách h từ 0), thì ta thấy lúc đầu A chưa chuyển động. Khi  $M_L$  đạt đến một giá trị nhất định  $M_{L0}$  thì A bắt đầu lăn trên B. Nếu giữ nguyên giá trị  $M_L = M_{L0}$  thì A sẽ lăn đều trên B. Nếu tiếp tục tăng  $M_L$  thì A sẽ lăn nhanh dần.

Có thể phân tích quá trình trên như sau:

+ Khi momen  $M_L$  tăng dần từ 0 thì A mới chỉ có xu hướng lăn trên B. Giữa A và B lúc này có hiện tượng ma sát lăn tĩnh. Điều kiện cân bằng lực của A chứng tỏ phải có một momen  $M_{MSLT}$  cản lại chuyển động lăn. Đây chính là *momen ma sát lăn tĩnh*.

Momen ma sát tĩnh  $M_{MSLT}$  tăng dần theo giá trị của momen  $M_L$ . Khi  $M_L$  đạt giá trị  $M_{L0}$  thì A bắt đầu lăn trên B, điều này chứng tỏ  $M_{MSLT}$  đã đến một giá trị cực đại.

+ Khi  $M_L$  đạt giá trị  $M_{L0}$  và A lăn trên B, ma sát giữa A và B bây giờ là ma sát lăn động. Nếu A lăn đều trên B thì theo điều kiện cân bằng lực của A chứng tỏ phải có một momen  $M_{MSL}$  cản lại chuyển động lăn:  $M_{MSL} = M_{L0}$ .  $M_{MSL}$  được gọi là *momen ma sát lăn động*.

• Thực nghiệm cho thấy momen ma sát lăn động tỷ lệ thuận với áp lực N:

$$M_{MSL} = k_L \cdot N$$

Hệ số  $k_L$  được gọi là hệ số ma sát lăn.

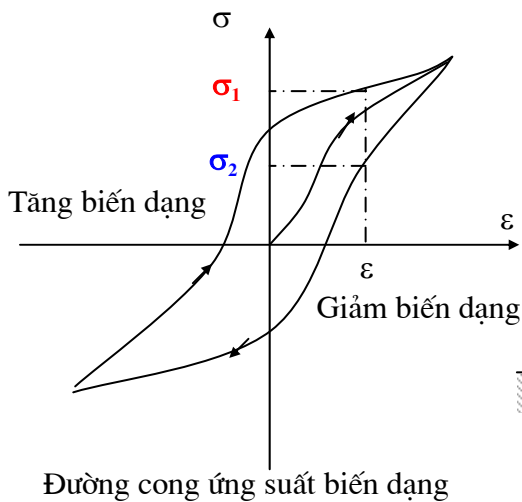
#### b) Nguyên nhân của hiện tượng ma sát lăn

##### • Tính đàn hồi trễ của vật liệu

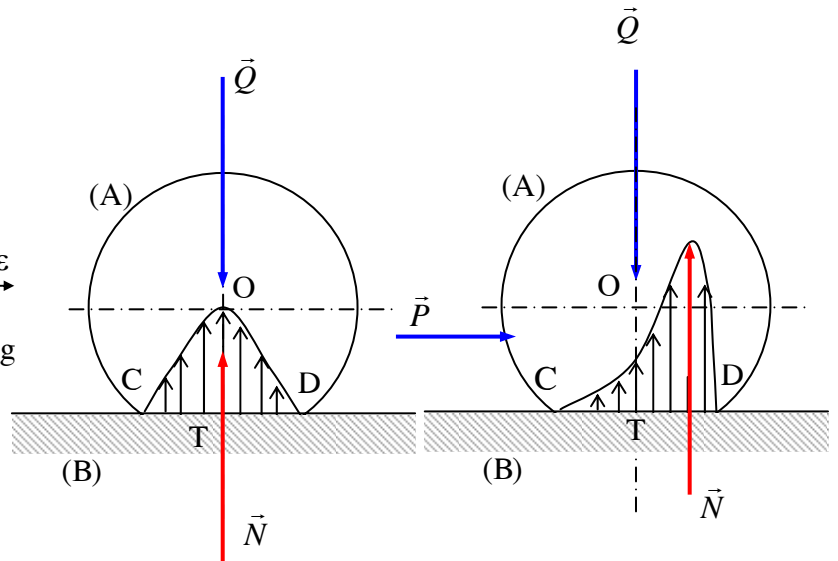
Có thể giải thích hiện tượng ma sát lăn nhờ tính đàn hồi trễ của vật liệu như sau:

Với cùng một biến dạng, thì ứng suất khi tăng biến dạng sẽ lớn hơn ứng suất khi giảm biến dạng. Hình 4.6a mô tả quan hệ giữa ứng suất biến dạng và được gọi là đường cong ứng suất - biến dạng.

Trên hình 4.6a ta thấy với cùng một biến dạng  $\varepsilon$ , ứng suất  $\sigma_1$  khi tăng biến dạng lớn hơn ứng suất  $\sigma_2$  khi giảm biến dạng.



Hình 4.6a :



Hình 4.6b :

Hình 4.6c :

#### • Giải thích hiện tượng ma sát lăn

+ Khi đặt lên A ngoại lực  $\vec{Q}$  đi qua O và giả sử chỉ có A biến dạng còn B không biến dạng, thì A và B sẽ tiếp xúc nhau theo cung CD. Biến dạng ở vùng tiếp xúc phân bố đối xứng nhau qua phương của lực  $\vec{Q}$ . Do ứng suất tỷ lệ với biến dạng, nên phân bố ứng suất cũng tương tự. Áp lực  $\vec{N}$  từ B tác động lên A là tổng của các ứng suất này sẽ đi qua tâm O và  $\vec{N} = -\vec{Q}$  (Hình 4.6b).

+ Khi đặt tiếp lên A lực đẩy  $\vec{P}$  và A đang lăn đều trên B thì biến dạng vẫn phân bố đối xứng qua phương của lực  $\vec{Q}$  như trước, nhưng trên cung DT có quá trình tăng biến dạng, còn trên cung CT có quá trình giảm biến dạng, do đó ứng suất không còn phân bố đối xứng nữa, mà lệch về phía D. Do sự phân bố lệch của các ứng suất nên áp lực  $\vec{N}$  từ B lên A cũng lệch về phía D một đoạn  $k_L$  (Hình 4.6c).

Hai lực  $\vec{N}$  và  $\vec{Q}$  với  $\vec{N} = -\vec{Q}$  tạo thành một ngẫu lực có momen  $M_{MSL} = k_L \cdot Q$  cản lại chuyển động lăn của hình trụ A và đây chính là momen ma sát lăn  $M_{MSL}$ .

Hệ số ma sát lăn  $k_L$  phụ thuộc vào tính chất đàn hồi của vật liệu.

#### • Các trường hợp chuyển động của vật A

Tùy theo giá trị của lực  $\vec{P}$  và khoảng cách h mà hình trụ A có các chuyển động so với mặt phẳng B như sau :

Khi  $P < F$  và  $M_L < M_{MSL}$  thì A không lăn không trượt (đứng yên) so với B

Khi  $P > F$  và  $M_L < M_{MSL}$  thì A trượt không lăn so với B.

Khi  $P < F$  và  $M_L > M_{MSL}$  thì A lăn không trượt so với B

Khi  $P > F$  và  $M_L > M_{MSL}$  thì A vừa lăn vừa trượt so với B.

#### • Vòng tròn ma sát lăn - Hiện tượng tự hãm khi lăn

Xét một hình trụ A tiếp xúc với một mặt phẳng B theo một đường sinh của nó (hình 4.7).



Đặt lên hình trụ A một lực  $\vec{Q}$  vuông góc với mặt phẳng B và có phương nằm cách tâm O của hình trụ một khoảng bằng x.

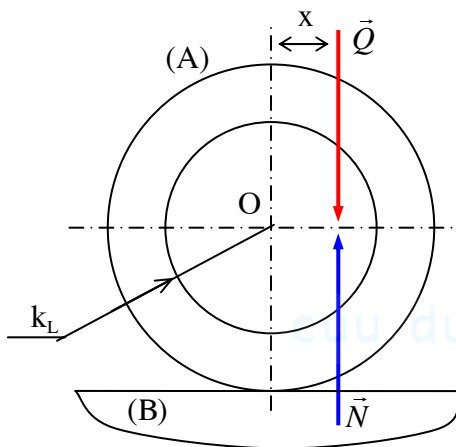
Ngoại lực  $\vec{Q}$  vừa có tác dụng gây ra một áp lực  $\vec{N}$  từ B tác động lên A :  $\vec{N} = -\vec{Q}$ , vừa có tác dụng gây ra một momen lắn  $M_L$  có giá trị bằng :  $M_L = Qx$ .

Hãy xét vòng tròn tâm O, bán kính  $k_L$  với  $k_L$  là hệ số ma sát lắn. Vòng tròn tâm O bán kính  $k_L$  được gọi là *vòng tròn ma sát lắn*.

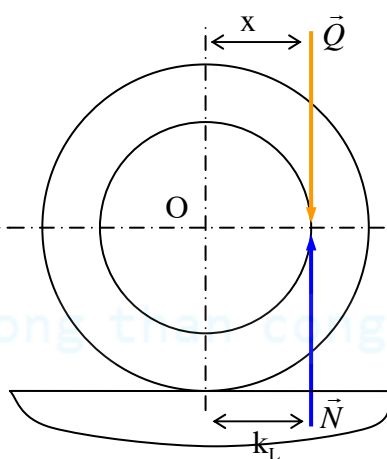
+ Khi ngoại lực  $\vec{Q}$  cắt vòng tròn ma sát lắn tức là khi  $x < k_L$  (hình 4.7a), thì dù giá trị của lực  $\vec{Q}$  có lớn bao nhiêu đi nữa, vẫn luôn có  $M_L = Q.x < M_{MSL} = Q.k_L$  : A không thể lắn trên mặt phẳng B. Hiện tượng này được gọi là hiện tượng tự hãm khi lắn.

+ Khi ngoại lực  $\vec{Q}$  tiếp xúc với vòng tròn ma sát lắn tức là khi  $x = k_L$  (hình 4.7b) thì  $M_L = M_{MSL}$  : chuyển động lắn của A trên mặt phẳng B là đều.

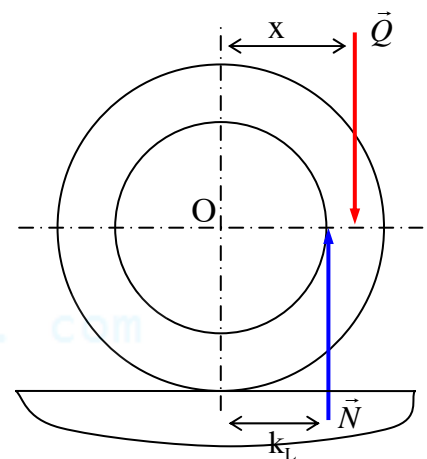
+ Khi ngoại lực  $\vec{Q}$  không cắt vòng tròn ma sát lắn tức là khi  $x > k_L$  (hình 4.7c) thì  $M_L > M_{MSL}$  : chuyển động lắn của A trên B là nhanh dần.



Hình 4.7a :



Hình 4.7b :



Hình 4.7c :

## §2. Ma sát trượt khô trong khớp trượt

### 1) Ma sát trong rãnh hình tam giác

+ Trong khớp trượt, các thành phần khớp động có thể là *mặt phẳng* hay *mặt trụ*. Mô hình sử dụng khi nghiên cứu định luật Coulomb chính là một khớp trượt trong đó mỗi thành phần khớp động là một mặt phẳng.

Đối với rãnh hình tam giác (hình 4.8) mỗi thành phần khớp động là hai mặt phẳng ab và cd làm với nhau một góc nhị diện bằng  $2\gamma$ .

Gọi f là hệ số ma sát trượt.

Ta tìm cách quy trường hợp ma sát trong rãnh hình tam giác về ma sát trên mặt phẳng.

+ Đặt lên A một ngoại lực  $\vec{Q}$  vuông góc với phương trượt và nằm trên mặt phân giác của góc nhị diện  $2\gamma$ . Khi đó trên các mặt phẳng tiếp xúc ab và cd sẽ xuất hiện các áp lực  $\vec{N}_1$  và  $\vec{N}_2$  từ B tác động lên A. Áp lực  $\vec{N}_1$  vuông góc với mặt phẳng ab, áp lực  $\vec{N}_2$  vuông góc với mặt phẳng cd.

Tổng áp lực từ B tác động lên A :  $\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$  (4.1)

Do tính chất đối xứng của rãnh nên :  $N_1 = N_2$

Chiếu (4.1) lên phương của  $\vec{N}$  :  $N = N_1 \sin \gamma + N_2 \sin \gamma$

$$\Rightarrow N = 2N_1 \sin \gamma \quad (4.2)$$



+ Nếu đặt thêm lên A một lực  $\vec{P}$  song song với phương trượt để tạo ra chuyển động tương đối của A so với B, thì trên các mặt phẳng ab và cd xuất hiện các lực ma sát  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  song song với phương trượt :

$$F_1 = f.N_1$$

$$F_2 = f.N_2$$

Tổng lực ma sát từ B tác động lên A :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\Rightarrow F = F_1 + F_2$$

$$\Rightarrow F = fN_1 + fN_2$$

$$\Rightarrow F = 2fN_1 \quad (4.3)$$

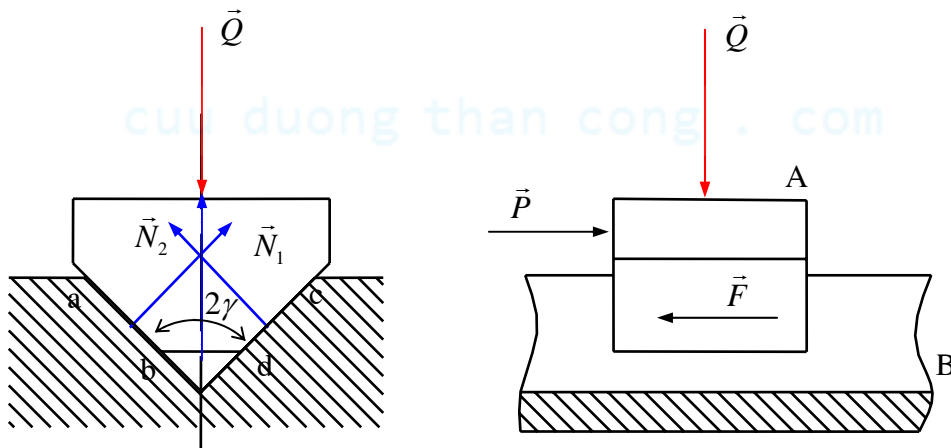
Từ (4.2) và (4.3), suy ra :  $F = \frac{f}{\sin \gamma} N$

Hay :  $F = f' . N$  (4.4)

Với :  $f' = \frac{f}{\sin \gamma}$  (4.5)

$f'$  được gọi là *hệ số ma sát thay thế*.

Như vậy, ma sát trong rãnh hình tam giác có thể quy về ma sát trên mặt phẳng bằng cách sử dụng hệ số ma sát thay thế  $f'$ . Biểu thức (4.5) cho thấy ma sát trong rãnh hình tam giác lớn hơn ma sát trên mặt phẳng.



Hình 4.8 :

## 2) Ma sát trên mặt phẳng nghiêng

Xét một vật A nằm trên một mặt phẳng nghiêng B. Vật A tiếp xúc với B theo mặt phẳng và chịu tác động của một lực  $\vec{Q}$  thẳng đứng. Gọi  $\alpha$  là góc nghiêng của mặt phẳng. Gọi  $f$  là hệ số ma sát trượt,  $\varphi$  là góc ma sát với  $\tan \varphi = f$ .

+ Khi  $\alpha < \varphi$  thì  $\vec{Q}$  nằm trong nón ma sát (hình 4.9a) và vật A bị tự hãm khi đi xuống (tức là dù  $\vec{Q}$  có giá trị lớn bao nhiêu đi nữa, vật A vẫn không thể đi xuống trên mặt phẳng nghiêng).

Để cho vật A đi lên đều hay đi xuống đều, phải tác động lên A một lực đẩy  $\vec{P}$  sao cho hợp lực  $\vec{S} = \vec{P} + \vec{Q}$  nằm trên mép trên hay mép dưới của nón ma sát.

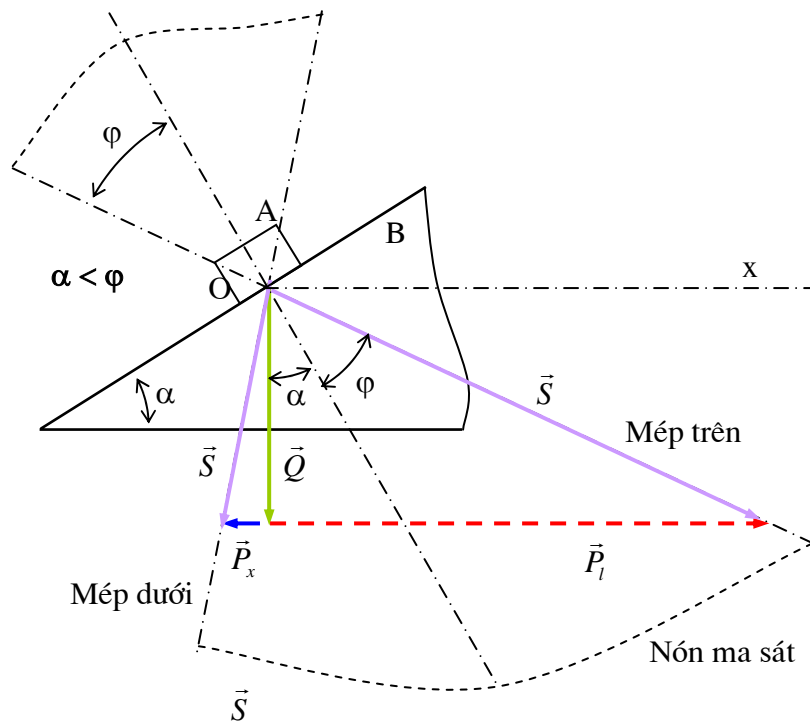
Giả sử lực đẩy  $\vec{P}$  có phương nằm ngang (phương vuông góc với  $\vec{Q}$ ).

Dựa trên hình 4.9a, ta suy được :

- Để A đi lên đều :  $P = P_l = Q \tan(\varphi + \alpha)$

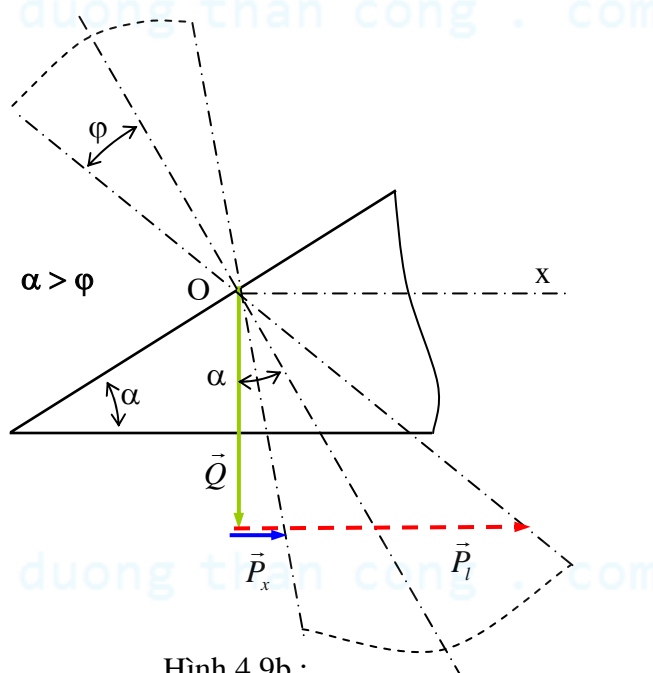
- Để A đi xuống đều :

$$P = P_x = Q \operatorname{tg}(\varphi - \alpha)$$



Hình 4.9a :

+ Khi  $\alpha > \varphi$  (hình 4.9b) thì  $\vec{Q}$  nằm ngoài nón ma sát (N) và khi đó vật A đi xuống nhanh dần.



Hình 4.9b :

Tương tự như trên, ta có :

Để A đi lên đều :

$$P = P_l = Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$

Để A đi xuống đều :

$$P = P_x = Q \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$$

+ Trong cả hai trường hợp trên, nếu  $\alpha + \varphi \geq \frac{\pi}{2}$  thì mép trên của nón ma sát nằm phía trên đường thẳng nằm ngang Ox (hình 4.9a, b). Khi đó dù giá trị của lực  $\vec{P}$  có lớn bao nhiêu đi nữa

thì hợp lực  $\vec{S} = \vec{P} + \vec{Q}$  cũng không thể vượt ra ngoài mép trên của nón ma sát : A bị tự hãm khi đi lên.

### 3) Ma sát trên rãnh nghiêng hình tam giác

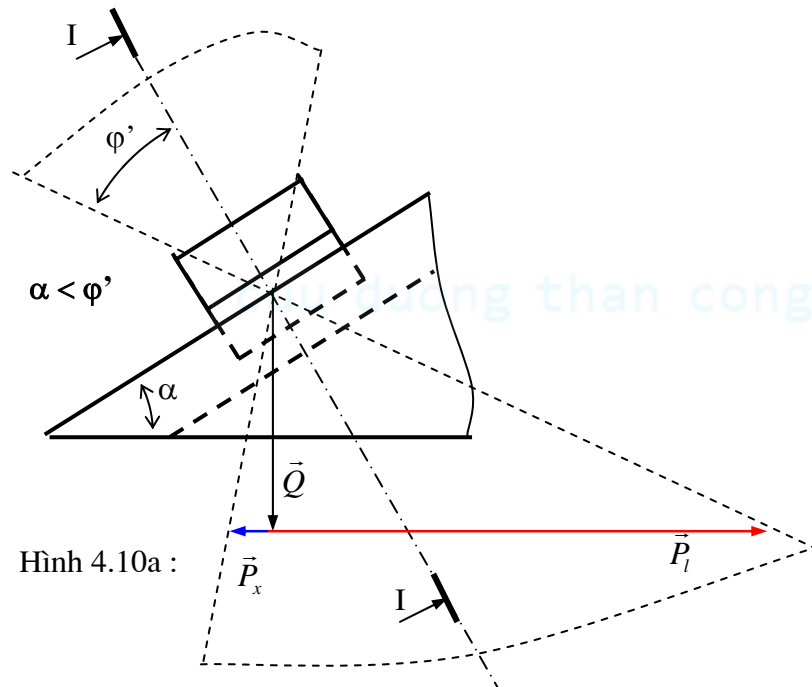
+ Xét một vật A nằm trên một rãnh nghiêng hình tam giác B (hình 4.10a). Hình 4.10b mô tả mặt cắt ngang của rãnh nghiêng,  $2\gamma$  là góc nhị diện của rãnh nghiêng.

Gọi  $\alpha$  là góc nghiêng của phương trượt của rãnh nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang,  $\varphi$  là góc ma sát

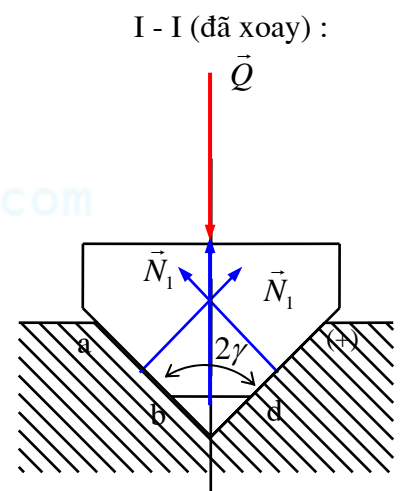
Giả sử vật A chịu tác động của một lực  $\vec{Q}$  thẳng đứng.

+ Tương tự như trên, ta có thể quy trường hợp ma sát trên rãnh nghiêng hình tam giác về trường hợp ma sát trên mặt phẳng nghiêng, bằng cách thay hệ số ma sát  $f$  bằng hệ số ma sát

thay thế  $f' = \frac{f}{\sin \gamma}$ , thay góc ma sát  $\varphi$  bằng góc ma sát thay thế  $\varphi'$  với  $\tan \varphi' = f'$ .



Hình 4.10a :



Hình 4.10b :

Lực đẩy nằm ngang để vật đi lên hay đi xuống đều cũng như điều kiện tự hãm khi vật đi lên hay đi xuống trên rãnh nghiêng được suy luận tương tự như trường hợp vật đi lên hay đi xuống trên mặt phẳng nghiêng :

- Khi  $\alpha < \varphi'$  thì vật A bị tự hãm khi đi xuống trên rãnh nghiêng.

- Lực đẩy nằm ngang  $\vec{P}$  để vật A đi lên hay đi xuống đều trên rãnh nghiêng:

$$\text{Khi } \alpha < \varphi' : \begin{cases} P = P_l = Q \tan(\varphi' + \alpha) \\ P = P_x = Q \tan(\varphi' - \alpha) \end{cases}$$

$$\text{Khi } \alpha > \varphi' : \begin{cases} P = P_l = Q \tan(\alpha + \varphi') \\ P = P_x = Q \tan(\alpha - \varphi') \end{cases}$$

- Khi  $\alpha + \varphi' \geq \frac{\pi}{2}$  thì vật A bị tự hãm khi đi lên.

#### 4) Ma sát trong khớp ren vít

##### a) Cấu tạo của khớp ren vít

• Cho một hình trụ ( $\Gamma$ ), một đường xoắn ốc trên ( $\Gamma$ ) có góc xoắn là  $\alpha$ . ( $M$ ) là mặt phẳng đi qua trục của hình trụ. Đặt trên ( $M$ ) một hình chữ nhật  $abcd$ .  $ad$  nằm trên một đường sinh của hình trụ, đỉnh  $a$  nằm trên đường xoắn ốc.

Cho ( $M$ ) quay quanh trục  $zz$  và luôn giữ cho  $a$  chạy trên đường xoắn ốc thì khi đó các cạnh  $ab$ ,  $cd$  của hình chữ nhật sẽ vạch nên những mặt gọi là *mặt ren vuông* (Hình 4.11).

• Nếu thay hình chữ nhật  $abcd$  bằng một hình thang hay một hình tam giác thì mặt ren được tạo ra sẽ là mặt ren thang hay mặt ren tam giác.

• Khớp ren vít gồm có hai khâu hoặc hai chi tiết : đai ốc có ren trong và vít có ren ngoài (hình 4.12a, 4.12b).

Khớp ren vuông (hình 4.12a), khớp ren hình thang dùng để biến chuyển quay thành chuyển động tịnh tiến trong kích vít, trong cơ cấu vít me-đai ốc. Khớp ren hình tam giác (hình 4.12b) thường dùng trong các mối ghép dùng để ghép chặt các chi tiết máy với nhau.

##### b) Ma sát trong khớp ren vuông

+ Gọi  $\vec{Q}$  là tải trọng dọc trục (thẳng đứng) đặt lên đai ốc A. Ta cần tính momen  $M_r$  cần thiết để vận cho đai ốc đi lên (vận vào) hay đi xuống (nới ra) trên vít (hình 4.12a).

+ Ma sát trong khớp ren vuông có thể xem như tương đương ma sát trên mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng của mặt phẳng là góc xoắn  $\alpha$  của đường xoắn ốc.

+ Việc vận đai ốc vào hay nới lỏng đai ốc ra tương đương với việc đai ốc đi lên hay đi xuống đều trên mặt phẳng nghiêng nhờ một lực đẩy lực đẩy nằm ngang  $\vec{P}$  :

$$P = Q \tan(\alpha \pm \varphi)$$

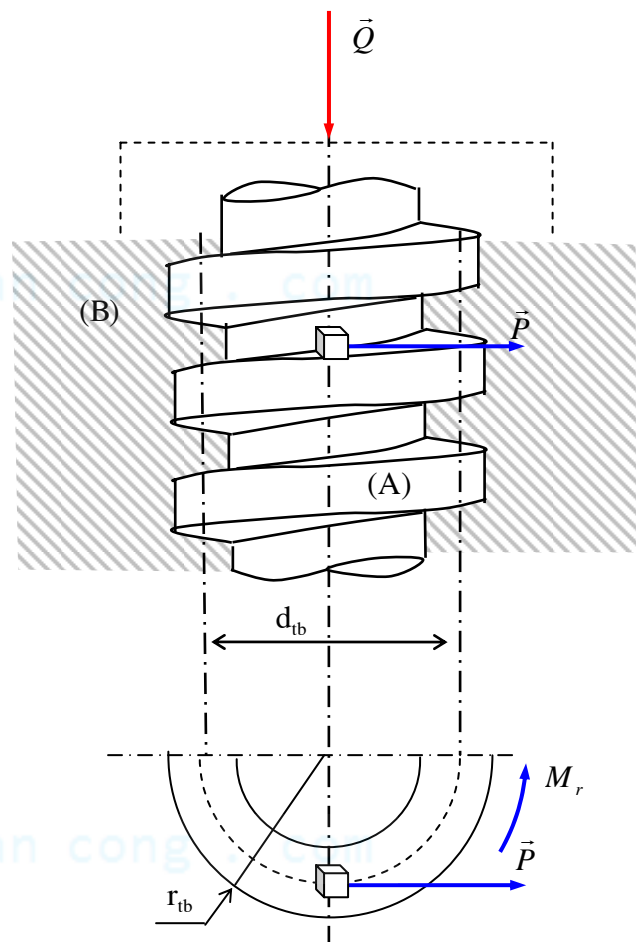
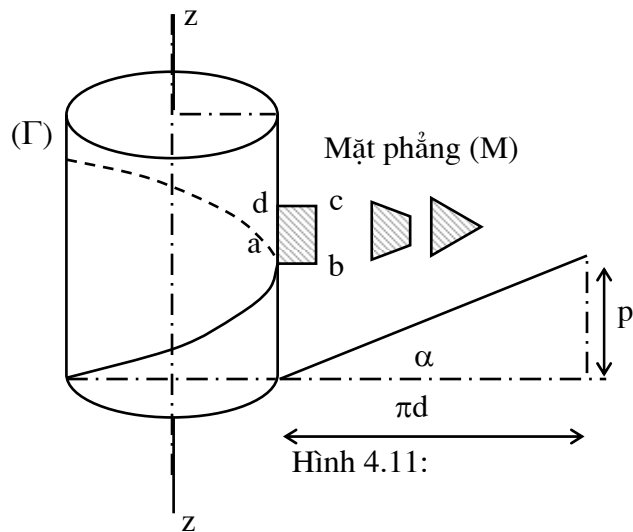
+ Việc tác dụng vào đai ốc một momen  $M_r$  để vận đai ốc tương đương với việc tác động vào đai ốc một lực đẩy nằm ngang  $\vec{P}$  với :

$$M_r = P r_{tb}$$

Như vậy, momen để vận đai ốc vào hay nới lỏng đai ốc :

$$M_r = Q r_{tb} \tan(\alpha \pm \varphi)$$

+ Việc đai ốc không tự nới lỏng ra dù giá trị của lực  $\vec{Q}$  có lớn đến bao nhiêu đi nữa tương đương với việc đai ốc bị tự hãm khi đi xuống trên mặt phẳng nghiêng, tức là khi :  $\alpha < \varphi$



Hình 4.12a :

### c) Ma sát trong khớp ren hình tam giác

Gọi  $\beta$  là nửa góc ở đỉnh của hình tam giác ( $\beta$  còn được gọi là góc tiết diện ren).

Ma sát trong khớp ren tam giác có thể xem như tương đương với ma sát trên rãnh nghiêng hình tam giác với góc nghiêng của phương trượt của rãnh nghiêng bằng góc xoắn  $\alpha$  của đường xoắn ốc, góc nhị diện của rãnh bằng  $2\gamma$  (hình 4.12b) với :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$$

Lý luận tương tự như trường hợp ma sát trong khớp ren vuông, ta có :

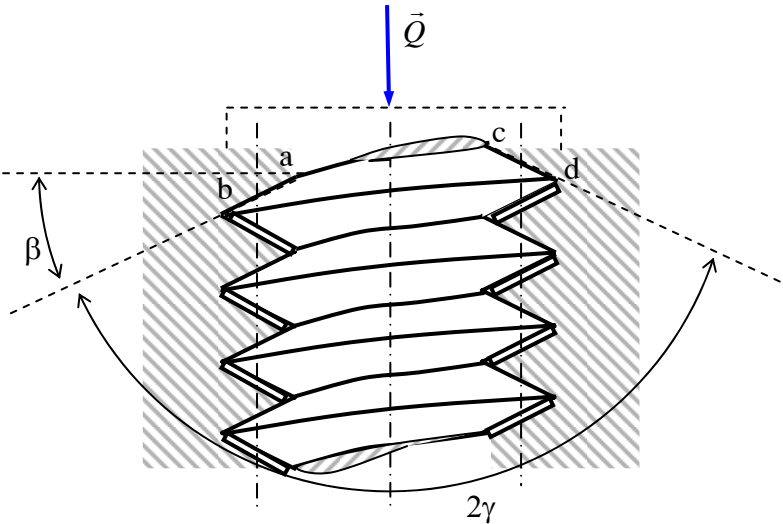
- Momen để vận đai ốc vào hay nói lỏng đai ốc trong ren tam giác :

$$M_r = r_{tb} \cdot Q \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi')$$

Với  $\varphi'$  là góc ma sát thay thế :  $\operatorname{tg} \varphi' = f'$

$f'$  là hệ số ma sát thay thế :  $f' = \frac{f}{\sin \gamma}$  hay  $f' = \frac{f}{\cos \beta}$

- Điều kiện để đai ốc không tự nói lỏng ra dù giá trị của lực  $\vec{Q}$  có lớn đến bao nhiêu đi nữa :  
 $\alpha < \varphi'$

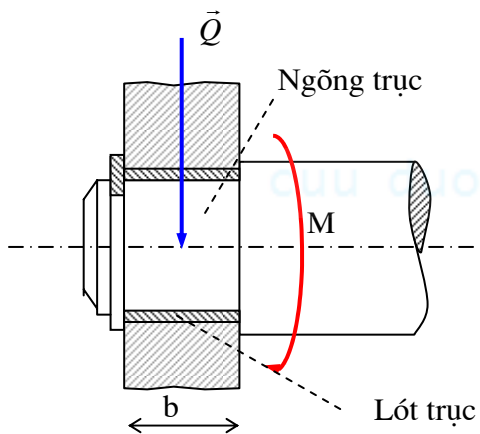


Hình 4.12b :

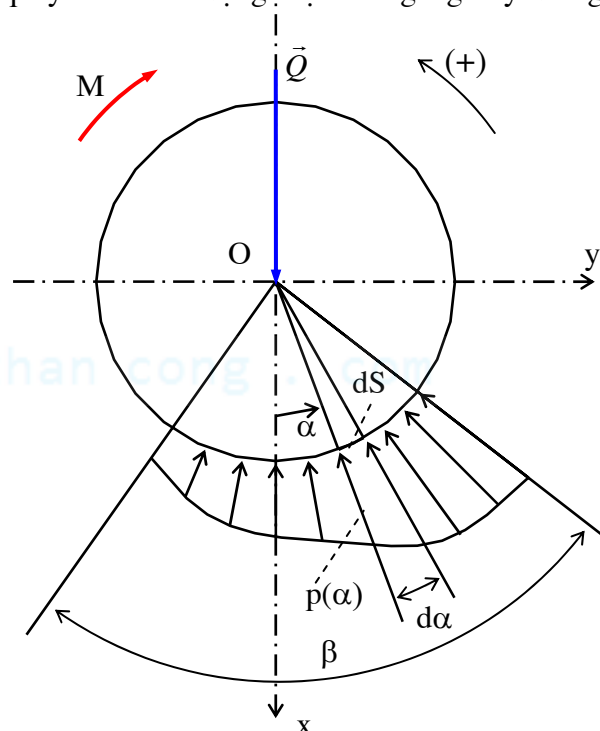
### §3. Ma sát trượt trong khớp quay

Trong khớp quay có hai khâu được nối với nhau là trục và ổ trục. Chi tiết trong ổ trục trực tiếp tiếp xúc với trục là *lót trục*. Phần trục trực tiếp tiếp xúc với lót trục gọi là *ngõng trục*. Hình 4.13b mô tả một mặt cắt ngang của khớp quay. Ta sẽ sử dụng mặt cắt ngang này để nghiên cứu bài toán.

#### 1) Momen ma sát trong khớp quay



Hình 4.13a :



Hình 4.13b :

• Giả sử trục quay đều dưới tác dụng của tải trọng  $\vec{Q}$  (thẳng đứng) qua tâm O của trục và momen M nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay (hình 4.13b).

Trục và lót trục tiếp xúc theo cung tròn  $\widehat{AB} = \beta$ . Giả sử áp suất từ lót trục tác dụng lên ngồng trục phân bố theo quy luật  $p(\alpha)$  nào đó trong cung tiếp xúc  $\widehat{AB}$ .

Hãy xác định momen ma sát  $M_{MS}$  trong khớp quay.

Chiều dương của trục Ox và chiều dương để xác định các góc định hướng như trên hình 4.13b.

• Xét phần tử diện tích tiếp xúc  $dS$ , chắn cung  $d\alpha$ . Vị trí của  $dS$  được xác định bằng góc  $\alpha$  so với phương của lực  $\vec{Q}$  (so với trục Ox). Ta có :

$$dS = brd\alpha$$

với  $r$  là bán kính ngồng trục,  $b$  là chiều dài tiếp xúc giữa lót trục và ngồng trục.

+ Trên  $dS$ , áp lực từ lót trục tác dụng lên ngồng trục là  $d\vec{N}$ . Do  $dS$  khá nhỏ nên có thể xem như áp suất phân bố đều trên  $dS$  và có giá trị bằng  $p(\alpha)$ . Do đó :

$$dN = p(\alpha)dS = brp(\alpha)d\alpha$$

Do các áp suất  $p(\alpha)$  đều đi qua tâm O của trục nên áp lực  $d\vec{N}$  cũng đi qua tâm O.

+ Khi trục quay, trên  $dS$  xuất hiện lực ma sát  $d\vec{F}$  có chiều hướng ngược với chiều quay của trục. Cũng do  $dS$  khá nhỏ nên ta có thể coi như  $dS$  là một mặt phẳng, theo định luật Coulomb ta có :

$$d\vec{F} \perp d\vec{N} \text{ và } dF = fdN = brfp(\alpha)d\alpha$$

với  $f$  là hệ số ma sát trượt.

+ Momen ma sát trên phần tử diện tích  $dS$  :

$$dM_{MS} = rdF = bfr^2 p(\alpha)d\alpha$$

Suy ra, momen ma sát từ lót trục tác dụng lên ngồng trục :

$$M_{MS} = \int_{\beta} dM_{MS} = \int_{\beta} bfr^2 p(\alpha)d\alpha$$

$$\Rightarrow M_{MS} = bfr^2 \int_{\beta} p(\alpha)d\alpha \quad (4.6)$$

• Công thức (4.6) mới chỉ cho ta quan hệ giữa momen ma sát  $M_{MS}$  và áp suất  $p(\alpha)$ . Để tính  $M_{MS}$  theo tải trọng  $\vec{Q}$  cần xác định quan hệ giữa  $\vec{Q}$  và  $p(\alpha)$ .

Gọi :

$$d\vec{R} = d\vec{N} + d\vec{F}$$

Ta có :

$$dR = \sqrt{dN^2 + dF^2} = \sqrt{dN^2 + (fdN)^2} = dN\sqrt{1 + f^2}$$

$$\Rightarrow dR = br\sqrt{1 + f^2} p(\alpha)d\alpha$$

Và :

$$\operatorname{tg}(d\vec{R}, d\vec{N}) = \frac{dF}{dN} = f = \operatorname{tg} \varphi$$

$$\Rightarrow (d\vec{R}, d\vec{N}) = \varphi$$

Mặt khác :

$$(d\vec{N}, \vec{Q}) = \pi - \alpha$$

$$\Rightarrow (d\vec{R}, \vec{Q}) = (d\vec{R}, d\vec{N}) + (d\vec{N}, \vec{Q}) = \varphi + (\pi - \alpha)$$

$$\Rightarrow (d\vec{R}, \vec{Q}) = \pi + \varphi - \alpha$$

Từ điều kiện cân bằng lực của trục (hình 4.13b và hình 4.14a) suy ra :

$$\vec{Q} + \int_{\beta} d\vec{R} = 0 \quad (4.7)$$

Chiếu phương trình (4.7) lên phương của lực  $\vec{Q}$ , suy ra :

$$\begin{aligned}
Q + \int_{\beta} dR \cos(d\vec{R}, \vec{Q}) &= 0 \\
\Rightarrow Q + \int_{\beta} br\sqrt{1+f^2} p(\alpha) d\alpha \cos(\pi + \varphi - \alpha) &= 0 \\
\Rightarrow Q = br\sqrt{1+f^2} \int_{\beta} p(\alpha) \cos(\varphi - \alpha) d\alpha &\quad (4.8)
\end{aligned}$$

Từ (4.6) và (4.8) suy được :

$$M_{MS} = \frac{\int_{\beta} p(\alpha) d\alpha}{\int_{\beta} p(\alpha) \cos(\varphi - \alpha) d\alpha} r \frac{f}{\sqrt{1+f^2}} Q \quad (4.9)$$

Đây là công thức tổng quát để tính momen ma sát trong khớp quay.

Gọi :  $f' = \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$  là hệ số ma sát thay thế.

$$\lambda = \frac{\int_{\beta} p(\alpha) d\alpha}{\int_{\beta} p(\alpha) \cos(\varphi - \alpha) d\alpha} \text{ là hệ số phân bố áp suất} \quad (4.10)$$

Tóm lại :

$$M_{MS} = \lambda f' r Q$$

## 2) Tổng áp lực $\vec{N}$ và tổng lực ma sát $\vec{F}$

### a) Quan hệ giữa tổng áp lực $\vec{N}$ và lực ma sát $\vec{F}$

Trên phân tố diện tích tiếp xúc  $dS$  khá nhỏ (và được coi như là một mặt phẳng), áp lực  $d\vec{N}$  và lực ma sát  $d\vec{F}$  có quan hệ như sau theo định luật Coulomb :  $d\vec{F} \perp d\vec{N}$  và  $dF = fdN$

Gọi  $\vec{N}$  là tổng áp lực và  $\vec{F}$  là tổng lực ma sát trong khớp quay :

$$\vec{N} = \sum d\vec{N} \text{ và } \vec{F} = \sum d\vec{F}$$

Giữa tổng áp lực  $\vec{N}$  và tổng lực ma sát  $\vec{F}$  cũng có quan hệ như sau :  $\vec{F} \perp \vec{N}$  và  $F = fN$ . Hãy chứng minh điều này.

➤ **Cách thứ nhất :**

Ta có :  $(d\vec{N}, \vec{Ox}) = -\pi - \alpha$

Và :  $(d\vec{F}, \vec{Ox}) = (d\vec{F}, d\vec{N}) + (d\vec{N}, \vec{Ox}) = \frac{\pi}{2} - \pi - \alpha \Rightarrow (d\vec{F}, \vec{Ox}) = -\frac{\pi}{2} - \alpha$

Biểu diễn  $d\vec{N}$  và  $d\vec{F}$  bằng số phức, ta có :

$$\begin{cases} d\vec{N} = e^{j(-\pi-\alpha)} dN \\ d\vec{F} = e^{j(-\frac{\pi}{2}-\alpha)} dF \end{cases}$$

Như vậy :

$$\begin{cases} \vec{N} = \sum d\vec{N} = \sum e^{j(-\pi-\alpha)} dN = e^{-j\pi} \sum e^{-j\alpha} dN \\ \vec{F} = \sum d\vec{F} = \sum e^{j(-\frac{\pi}{2}-\alpha)} dF = e^{-j\frac{\pi}{2}} \sum e^{-j\alpha} fdN \end{cases}$$





góc  $\hat{b}$  = góc  $\hat{d}$  (góc có cạnh vuông góc)

$$\frac{ab}{ad} = \frac{dN_1}{dF_1} = \frac{bc}{de} = \frac{dN_2}{dF_2} = \frac{1}{f}$$

Suy ra :  $ac \perp ae$ ;  $\frac{ac}{ae} = \frac{1}{f}$  tức là :  $d\vec{F}_\Sigma \perp d\vec{N}_\Sigma$  và  $dN_\Sigma = fdF_\Sigma$

Với hai phân tố bất kỳ, tổng áp lực và tổng lực ma sát tuân theo định luật Coulomb. Do vậy bằng phương pháp quy nạp toán học, ta có thể kết luận rằng :

$$\boxed{F = fN} \text{ và } \boxed{\vec{F} \perp \vec{N}}$$

**b) Tổng áp lực  $\vec{N}$  và tổng lực ma sát  $\vec{F}$**

• **Tổng áp lực  $\vec{N}$**

✓ **Điểm đặt :**

Do các  $d\vec{N}$  đều đi qua tâm O của trục nên tổng áp lực  $\vec{N}$  đi qua tâm O.

✓ **Phương chiều :**

Gọi  $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}$ .

Điều kiện cân bằng lực của trục cho ta :  $\vec{Q} = -\vec{R}$

Thế mà :  $tg(\vec{R}, \vec{N}) = \frac{F}{N} = f = tg \varphi$

$\Rightarrow (\vec{R}, \vec{N}) = \varphi$

$\Rightarrow (\vec{N}, -\vec{Q}) = -\varphi$

Như vậy, tổng áp lực  $\vec{N}$  hợp với phương của lực  $\vec{Q}$  một góc bằng góc ma sát  $\varphi$ .

➤ **Giá trị :**

$$N = R \cos \varphi = \frac{Q}{\sqrt{1+tg^2 \varphi}} = \frac{Q}{\sqrt{1+f^2}} \Rightarrow \boxed{N = \frac{Q}{\sqrt{1+f^2}}}$$

• **Tổng lực ma sát  $\vec{F}$  :**

✓ **Phương chiều :**

Như đã chứng minh ở trên tổng lực ma sát  $\vec{F}$  vuông góc với tổng áp lực  $\vec{N}$  :  $\vec{F} \perp \vec{N}$

✓ **Giá trị :**

$$F = fN \Rightarrow \boxed{F = \frac{fQ}{\sqrt{1+f^2}} = f'Q}$$

✓ **Điểm đặt :**

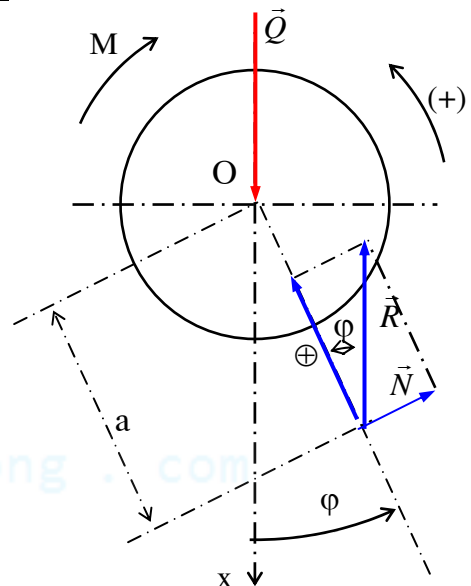
Cánh tay đòn a của lực F được xác định như sau :

$$M_{MS} = \sum dM_{MS} = \sum M(d\vec{F})_{/O} = aF$$

$$\Rightarrow a = \frac{M_{MS}}{F} = \frac{\lambda r f' Q}{F} = \frac{\lambda r F}{F}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \lambda r}$$

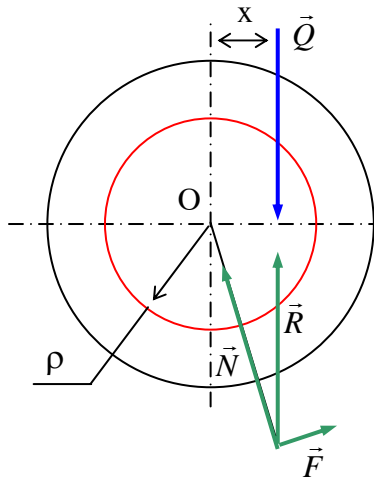
Từ biểu thức (4.10) chúng ta thấy rằng  $\boxed{\lambda \geq 1}$  nên  $\boxed{a \geq r}$



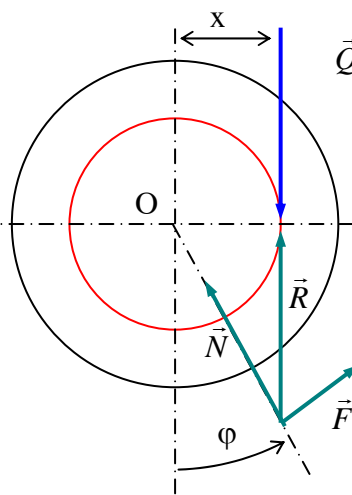
Hình 4.16 :

### 3) Vòng tròn ma sát và hiện tượng tự hãm trong khớp quay

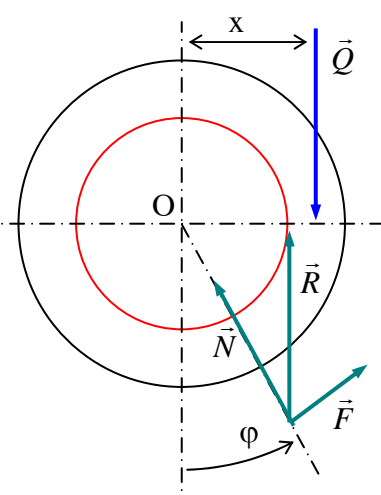
• Xét vòng tròn tâm O (O là tâm của trục) bán kính  $\rho = \lambda r f'$ . Vòng tròn (O,  $\rho$ ) được gọi là vòng tròn ma sát trong khớp quay (hình 4.17a, b, c).



Hình 4.17a :



Hình 4.17b :



Hình 4.17c :

- Giả sử trục chịu tác dụng của tải trọng  $\vec{Q}$  (thẳng đứng) lệch khỏi tâm O một khoảng bằng  $x$ . Lực  $\vec{Q}$  tạo ra một momen bằng  $M_q = Qx$  có xu hướng làm cho trục quay quanh tâm O.
- + Khi  $\vec{Q}$  cắt vòng tròn (O,  $\rho$ ) tức là khi  $x < \rho$  thì  $Qx = M_q < \lambda r f' Q = M_{MS}$  : dù giá trị của lực  $\vec{Q}$  có lớn bao nhiêu đi nữa, trục vẫn không quay được. Hiện tượng này gọi là hiện tượng tự hãm trong khớp quay (hình 4.17a).
- + Khi  $\vec{Q}$  tiếp xúc với vòng tròn (O,  $\rho$ ) tức là khi  $x = \rho$  thì  $M_q = M_{MS}$  : chuyển động quay của trục là đều (hình 4.17b).
- + Khi  $\vec{Q}$  cắt vòng tròn (O,  $\rho$ ) tức là khi  $x > \rho$  thì  $M_q > M_{MS}$  : chuyển động quay của trục là nhanh dần (hình 4.17c).

#### 4) Các trường hợp cụ thể của khớp quay

##### a) Khớp quay có độ hở

Trong khớp quay có độ hở, bán kính ngõng trục nhỏ hơn bán kính lót trục. Hình 4.18a mô tả mặt cắt ngang của khớp quay có độ hở. Ta sẽ sử dụng mặt cắt ngang này khi nghiên cứu bài toán.

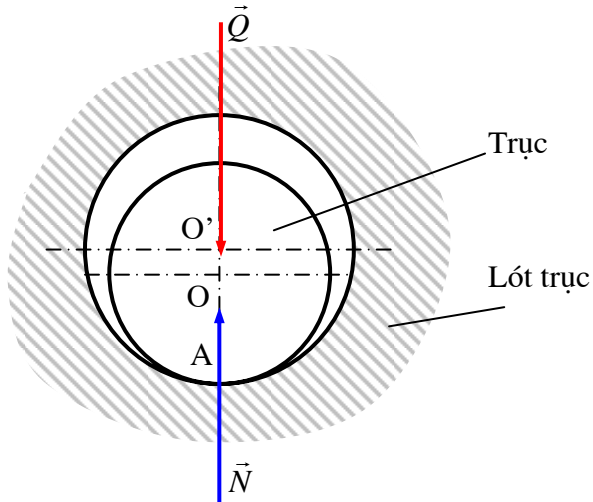
- Đặt lên trục một lực  $\vec{Q}$  thẳng đứng và đi qua tâm O của trục. Dưới tác dụng của lực  $\vec{Q}$  trục và lót trục tiếp xúc nhau tại điểm thấp nhất A.
- Đặt thêm lên trục một momen  $M$  nằm trong mặt phẳng chuyển động của trục.  
Cho  $M$  tăng dần từ 0. Khi  $M$  lớn hơn momen cản lăn giữa trục và lót trục, trục bắt đầu lăn và leo lên lót trục cho đến khi điểm tiếp xúc giữa trục và lót trục đạt đến điểm B với  $\widehat{AB} = \varphi$  (với  $\varphi$  là góc ma sát trượt) thì trục dừng lại tại đó (hình 4.18b). Nếu momen  $M$  bằng momen ma sát trượt  $M_{MS}$  trong khớp quay thì trục sẽ quay đều, còn nếu  $M$  lớn hơn  $M_{MS}$  thì trục sẽ quay nhanh dần.
- Điều này có thể giải thích như sau : Bề mặt lót trục có thể xem như là tập hợp các *mặt phẳng nghiêng* liên tiếp có góc nghiêng tăng liên tục từ 0. Tại điểm A góc nghiêng của mặt phẳng nghiêng bằng 0. Lúc đầu góc nghiêng  $\alpha$  nhỏ hơn góc ma sát  $\varphi$  nên trục bị tự hãm và không thể trượt xuống trên mặt phẳng nghiêng. Nhờ đó trục sẽ lăn và leo lên dần lên lót trục. Khi leo đến điểm B thì  $\alpha = \varphi$ , trục hết bị tự hãm, không thể leo lên cao hơn mà trượt tại chỗ. Khi đó, nếu  $M = M_{MS}$  thì trục quay đều, nếu  $M > M_{MS}$  thì trục quay nhanh dần.

- Do trục và lót trục tiếp xúc nhau theo một điểm B nên tổng áp lực  $\vec{N}$  và tổng lực ma sát  $\vec{F}$  từ lót trục tác dụng lên trục tập trung tại điểm B (hình 4.18b).

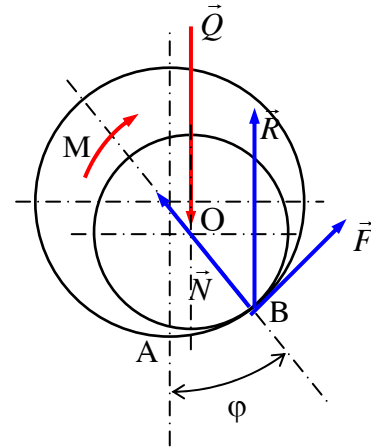
Cánh tay đòn  $a$  của lực  $\vec{F}$  :  $a = r$  với  $r$  là bán kính của ngõng trục.

Hệ số phân bố áp suất  $\lambda = 1$ .

Momen ma sát trong khớp quay có độ hở bằng :  $M_{MS} = rf'Q$



Hình 4.18a :



Hình 4.18b :

#### b) Khớp quay khít còn mới

Khi bán kính của ngõng trục và của lót trục bằng nhau thì khớp quay được gọi là khớp quay khít.

- Đối với khớp quay khít mới chế tạo, trục và lót trục tiếp xúc trên nửa cung tròn  $\widehat{AIB}$ . Áp suất từ lót trục tác dụng lên trục xem như phân bố đều trên cung tiếp xúc :  $p(\alpha) = p_0 =$  hằng số (hình 4.19). Do đó áp lực  $\vec{N}$  nằm trên đường thẳng đối xứng OI của cung  $\widehat{AIB}$ .

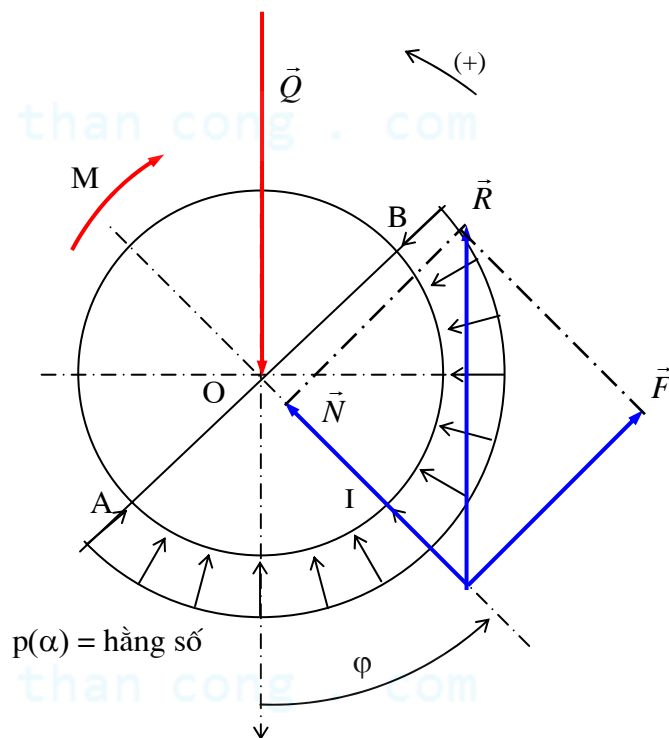
Khi trục quay đều dưới tác dụng của tải trọng  $\vec{Q}$  và momen  $M$ , ta có :

$$(\vec{N}, -\vec{Q}) = -\varphi$$

Hệ số phân bố áp suất :

$$\lambda = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}+\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi} p_0 d\alpha}{\int_{-\frac{\pi}{2}+\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi} p_0 \cos(\varphi - \alpha) d\alpha} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Suy ra : } \boxed{\lambda = \frac{\pi}{2}} \quad \boxed{a = \frac{\pi}{2} r} \quad \boxed{M_{MS} = \frac{\pi}{2} rf'Q} \quad (4.11)$$



Hình 4.19 :

### c) Khớp quay khít đã chạy mòn

• Trên thực tế, trục được làm bằng thép tôi cứng, lót trục làm bằng vật liệu mềm hơn (đồng thanh, béc bít...) nên có thể giả sử chỉ có lót trục bị mòn, còn trục không mòn, mà chỉ lún xuống một lượng là  $u_0$  theo phương của áp lực  $\vec{N}$  (hình 4.20).

Trục và lót trục tiếp xúc nhau theo nửa vòng tròn  $\widehat{AIB} = \beta = \pi$  đối xứng nhau qua  $\vec{N}$ .

Khi trục quay đều dưới tác dụng của lực và momen  $M$  thì  $(\vec{N}, -\vec{Q}) = -\varphi$ .

• Tại một điểm tiếp xúc  $M$  bất kỳ giữa trục và lót trục (vị trí của điểm  $M$  được xác định bằng góc  $\alpha$ ), độ mòn  $CM$  theo phương áp lực  $\vec{N}$  là như nhau và bằng  $u_0$ , còn độ mòn  $DM$  theo phương hướng tâm  $O$  của trục bằng :

$$u(\alpha) = DM = CM \cos \widehat{DMC}$$

$$\Rightarrow u(\alpha) = u_0 \cos(\alpha - \varphi)$$

• Giả sử toàn bộ công ma sát được dùng để làm mòn ổ. Khi đó áp suất  $p(\alpha)$  tại điểm tiếp xúc  $M$  sẽ tỷ lệ với độ mòn  $u(\alpha)$  :  $p(\alpha) = p_0 \cos(\alpha - \varphi)$  nghĩa là áp suất phân bố theo quy luật hình cosin.

• Từ đó :

$$\lambda = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}+\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi} p_0 \cos(\alpha - \varphi) d\alpha}{\int_{-\frac{\pi}{2}+\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi} p_0 \cos^2(\alpha - \varphi) d\alpha} = \frac{4}{\pi}$$

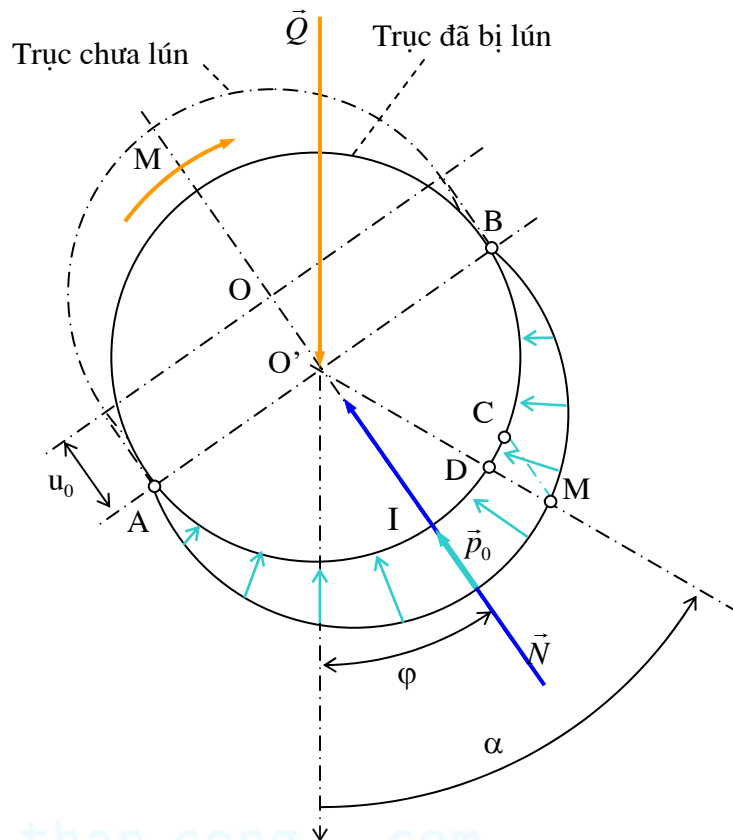
Suy ra :

$$\boxed{\lambda = \frac{4}{\pi}} \quad \boxed{a = \frac{4}{\pi} r} \quad \boxed{M_{MS} = \frac{4}{\pi} r f' Q} \quad (4.12)$$

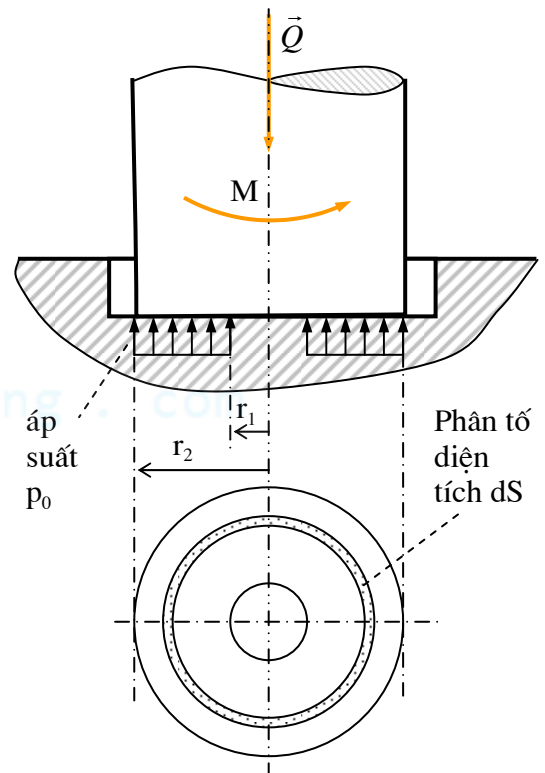
Từ các biểu thức (4.11) và (4.12) ta thấy rằng momen ma sát trượt trong khớp quay khít đã chạy mòn nhỏ hơn momen ma sát trong khớp quay khít còn mới.

### §3. Ma sát trong khớp quay chặn

Khớp quay chặn dùng để chịu lực chiều trục tác dụng lên trục. Trong khớp quay chặn, trục và lót trục tiếp xúc nhau theo một hình vành khăn bán kính trong là  $r_1$ , bán kính ngoài là  $r_2$  (hình 4.21a).



Hình 4.20 :



Hình 4.21a :

## 1) Khớp quay chặn còn mới (ổ chặn)

- Trong khớp quay chặn còn mới, khi chế tạo chính xác, có thể giả thiết áp suất phân bố đều trên toàn bộ diện tích tiếp xúc giữa trục và lót trục. Giá trị áp suất bằng  $p_0$  (hình 4.21).
- Xét phân tố diện tích tiếp xúc  $dS$  hình vành khăn có bán kính trong  $r$ , bán kính ngoài  $r+dr$ . Ta có :  $dS = 2\pi r dr$

Trên phân tố  $dS$ , áp lực  $d\vec{N}$  và lực ma sát  $d\vec{F}$  từ lót trục lên trục lần lượt bằng:

$$dN = p_0 dS = 2\pi p_0 r dr$$

$$dF = f dN = 2\pi f p_0 r dr$$

Momen của lực  $d\vec{F}$  đối với trục quay :

$$dM_{MS} = r dF = 2\pi f p_0 r^2 dr$$

Do đó, momen ma sát trong khớp quay chặn :

$$M_{MS} = \int dM_{MS} = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi f p_0 r^2 dr$$

$$\Rightarrow M_{MS} = \frac{2}{3} \pi f p_0 (r_2^3 - r_1^3) \quad (4.13a)$$

Xét cân bằng của trục, ta có :

$$p_0 = \frac{Q}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \quad (4.13b)$$

Thay (4.13b) vào (4.13a) suy ra :

$$M_{MS} = \frac{2}{3} f Q \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{(r_2^2 - r_1^2)}$$

## 2) Khớp quay chặn đã chạy mòn

- Thông thường trục được làm bằng thép tôi cứng, lót trục làm bằng vật liệu mềm hơn nên có thể xem như chỉ có lót trục mòn còn trục không bị mòn, sau khi mòn mặt tiếp xúc giữa trục và lót trục vẫn phẳng (hình 4.21b). Như vậy, độ mòn  $u$  tại mọi điểm tiếp xúc  $I$  (xác định bằng bán kính  $r$ ) là như nhau.
- Thí nghiệm cho thấy độ mòn  $u$  tại điểm tiếp xúc  $I$  tỷ lệ với áp suất  $p$  và vận tốc trượt tương đối  $v = r\omega$  tại điểm đó.

Do vậy :  $u = Cpv$  với  $C$  là hằng số tỷ lệ.

Từ đó suy ra :  $u = Cpr\omega$

Hay:  $pr = \frac{u}{C\omega} = A = \text{hằng số}$

Nghĩa là áp suất trên bề mặt tiếp xúc giữa trục và lót trục phân bố theo quy luật hình hypecbôn.

- Xét phân tố diện tích tiếp xúc  $dS$  hình vành khăn bán kính trong  $r$ , bán kính ngoài  $r+dr$ . Ta có :  $dS = 2\pi r dr$

Trên phân tố  $dS$ , áp lực  $d\vec{N}$  và lực ma sát  $d\vec{F}$  từ lót trục lên trục lần lượt bằng:

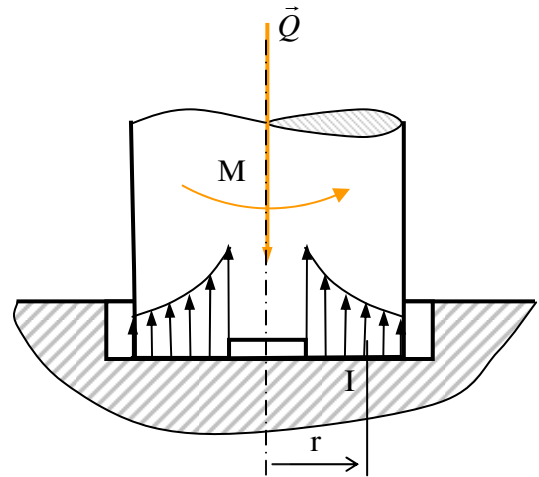
$$dN = p dS = 2\pi p r dr = 2\pi A dr$$

$$dF = f dN = 2\pi A f dr$$

Momen ma sát trên phân tố  $dS$  :

$$dM_{MS} = r dF = 2\pi A f r dr$$

Do đó momen ma sát trong khớp quay chặn :



Hình 4.21b :

$$M_{MS} = \int dM_{MS} = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi A f r dr$$

$$\Rightarrow M_{MS} = \pi A f (r_2^2 - r_1^2) \quad (4.14a)$$

Xét cân bằng của trục :

$$Q = \int dN = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi A dr$$

$$\Rightarrow Q = 2\pi A (r_2 - r_1) \quad (4.14b)$$

Thay (4.14b) vào (4.14a) suy ra :

$$M_{MS} = fQ \frac{(r_2 + r_1)}{2}$$



cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com



## CÂN BẰNG MÁY

### §1. Nội dung của cân bằng máy

#### 1) Tác hại của lực quán tính

• Cơ cấu nối chung chuyển động có gia tốc, do đó trên các khâu trong cơ cấu xuất hiện các lực quán tính. Lực quán tính biến thiên có chu kỳ bằng chu kỳ vị trí  $\Phi$  của cơ cấu, nên thành phần phản lực do nó gây ra (còn gọi là thành phần *phản lực động phụ*) cũng biến thiên có chu kỳ.

Khi vận tốc của máy lớn thì thành phần phản lực động phụ này có thể rất lớn so với thành phần phản lực do ngoại lực gây ra.

• Phản lực động phụ là nguyên nhân gây ra các hiện tượng có hại như tăng thêm ma sát trong khớp động, giảm hiệu suất của máy, tăng độ mòn của các thành phần khớp.

Do biến thiên có chu kỳ, phản lực động phụ là một trong những nguyên nhân gây ra hiện tượng rung động có hại của máy và móng máy. Khi tần số kích thích gần bằng tần số riêng của máy, trong máy sẽ xuất hiện hiện tượng cộng hưởng, máy rung động mạnh, các chi tiết máy bị phá hủy nhanh chóng. Hiện tượng rung động tác hại đến độ chính xác của sản phẩm được gia công trên máy, ảnh hưởng đến sức khỏe công nhân và môi trường xung quanh.

#### 2) Nội dung của cân bằng máy

• Để giảm rung cho máy và nền móng, đảm bảo biên độ rung không vượt quá giới hạn cho phép đồng thời giảm ma sát trong khớp động, nhờ đó tăng độ bền mòn của các thành phần khớp và tăng hiệu suất máy, cần phải khử *hoàn toàn* hay *một phần* phản lực động phụ bằng cách *thay đổi* hoặc *phân bố lại* khối lượng các khâu sao cho các lực quán tính tác dụng lên cơ cấu cân bằng lẫn nhau, không truyền lên khớp động hay truyền lên móng máy. Đây chính là nội dung của cân bằng máy.

• Như vậy, để máy cân bằng, phải có :  $\sum \vec{P}_{qi} = 0$  và  $\sum \vec{M}_{qi} = 0$ , với  $\sum \vec{P}_{qi}$  và  $\sum \vec{M}_{qi}$  lần lượt là tổng các lực quán tính và momen lực quán tính tác động lên các khâu trong cơ cấu.

• Có hai loại bài tính cân bằng máy :

+ Cân bằng vật quay

+ Cân bằng cơ cấu nhiều khâu

### §2. Cân bằng vật quay

✓ Vật quay mỏng là vật quay mà khối lượng của nó coi như phân bố trên cùng một mặt phẳng vuông góc với trục quay ví dụ đĩa xích, bánh răng... (khi tỷ số chiều dài  $L$  theo phương trục quay và bán kính  $R$  vật quay:  $\frac{L}{R} \ll 1$ )

✓ Vật quay dày là vật quay mà khối lượng của nó coi như phân bố trên các mặt phẳng khác nhau vuông góc với trục quay rôto của động cơ điện, puli nhiều bậc... (khi tỷ số  $\frac{L}{R}$  không nhỏ lắm).

#### 1) Cân bằng vật quay mỏng

##### a) Nguyên tắc cân bằng vật quay mỏng

- Xét một vật quay mỏng (gọi là *đĩa*) có các khối lượng  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) coi như phân bố trong cùng một mặt phẳng vuông góc với trục quay. Vị trí của khối lượng  $m_i$  được xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}_i$  trong hệ tọa độ Oxy gắn liền với đĩa.

- Khi đĩa quay đều với vận tốc góc  $\omega$ , mỗi khối lượng  $m_i$  gây ra một lực quán tính ly tâm  $\vec{P}_{qi}$ :

$$\vec{P}_{qi} = \omega^2 m_i \vec{r}_i$$

Các lực quán tính  $\vec{P}_{qi}$  nằm trong cùng một mặt phẳng và đồng quy tại tâm O của đĩa. Hợp lực của chúng bằng:

$$\sum \vec{P}_{qi} = \omega^2 \sum m_i \vec{r}_i$$

- Gọi  $m$  và  $S$  lần lượt là khối lượng và khối tâm của đĩa:  $m = \sum m_i$ , vị trí của khối tâm  $S$  được xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}_S$  trong hệ tọa độ Oxy gắn liền với đĩa, ta có:

$$m \vec{r}_S = \sum m_i \vec{r}_i$$

+ Nếu  $\vec{r}_S = 0$  tức là khi khối tâm của đĩa nằm trên trục quay của nó thì  $\sum m_i \vec{r}_i = 0$ . Khi đó  $\sum \vec{P}_{qi} = 0$  và đĩa được coi như được *cân bằng*.

+ Nếu  $\vec{r}_S \neq 0$  thì  $\sum \vec{P}_{qi} \neq 0$ , khi đó đĩa chưa cân bằng. Để cân bằng đĩa, phải gắn trên đĩa một khối lượng  $m_{cb}$  tại vị trí được xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}_{cb}$  trong hệ tọa độ Oxy gắn liền với đĩa sao cho lực quán tính  $\vec{P}_{cb} = \omega^2 m_{cb} \vec{r}_{cb}$  do nó gây ra cân bằng với hợp lực quán tính

$$\sum \vec{P}_{qi} : \quad \vec{P}_{cb} + \sum \vec{P}_{qi} = 0$$

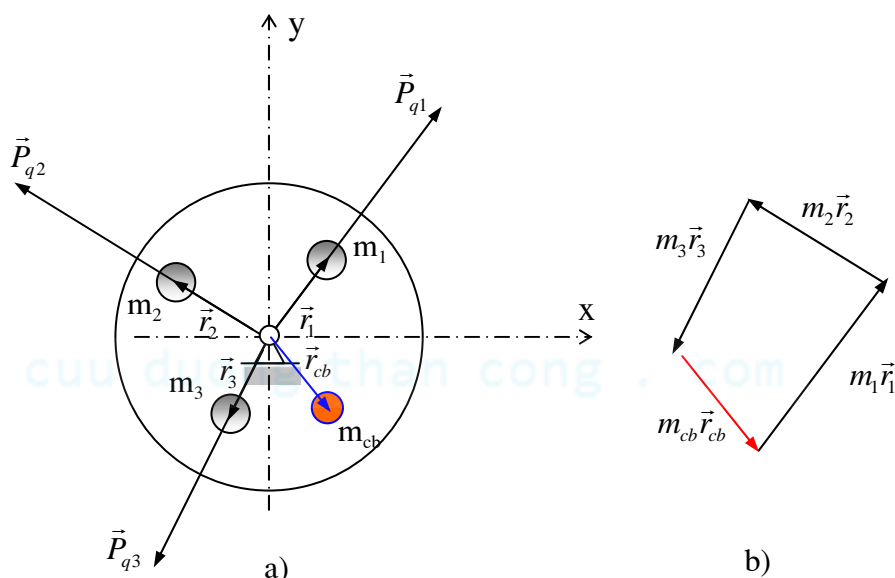
$$\text{Hay :} \quad m_{cb} \vec{r}_{cb} + \sum m_i \vec{r}_i = 0$$

Suy ra:

$$m_{cb} \vec{r}_{cb} = -\sum m_i \vec{r}_i = -m \vec{r}_S$$

Khối lượng  $m_{cb}$  được gọi là *đối trọng cân bằng* và đại lượng  $m_{cb} \vec{r}_{cb}$  được gọi là *momen tĩnh* của nó.

- Tóm lại để cân bằng vật quay mỏng *cần và chỉ cần* một đối trọng cân bằng  $m_{cb}$  đặt trong cùng mặt phẳng với các khối lượng mất cân bằng  $m_i$ .



Hình 5.1 :

### • Ghi chú

+ Gọi  $\vec{r}_S'$  là bán kính vectơ xác định vị trí khối tâm mới  $S'$  của đĩa.

Ta có:

$$(m + m_{cb}) \vec{r}_S' = \sum m_i \vec{r}_i + m_{cb} \vec{r}_{cb}$$

Do đó :  $\vec{r}_S' = 0$

Như vậy, thực chất của cân bằng vật quay mỏng là *phân bố lại* khối lượng của đĩa sao cho  $\vec{r}_S' = 0$ , hay khối tâm mới S' của đĩa nằm trên trục quay.

+ Thay vì đặt một đối trọng cân bằng  $m_{cb}$  tại vị trí  $\vec{r}_{cb}$ , có thể *bớt đi* một khối lượng  $m_{cb}$  tại vị trí xuyên tâm đối  $-\vec{r}_{cb}$ .

+ Trong trường hợp nếu kết cấu của đĩa không cho phép hoặc không tiện cho việc thêm hay bớt khối lượng  $m_{cb}$  tại các vị trí  $\vec{r}_{cb}$  và  $-\vec{r}_{cb}$ , có thể dùng hai đối trọng cân bằng  $m_{cb1}$  và  $m_{cb2}$  sao cho :

$$m_{cb1}\vec{r}_{cb1} + m_{cb2}\vec{r}_{cb2} = m_{cb}\vec{r}_{cb}$$

+ Có thể dùng phương pháp hoạ đồ như trên hình 5.1b để xác định đại lượng  $m_{cb}\vec{r}_{cb}$ .

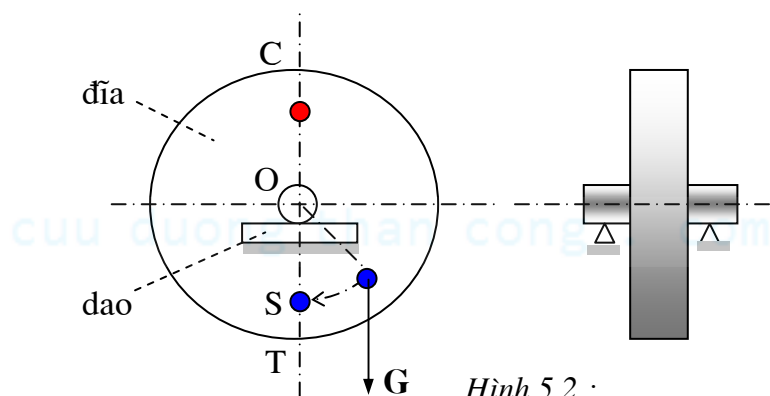
## b) Phương pháp cân bằng vật quay mỏng

Để cân bằng vật quay mỏng, cần xác định momen tĩnh  $m_{cb}\vec{r}_{cb}$  của đối trọng cân bằng, tức là khối lượng  $m_{cb}$  và bán kính vector  $\vec{r}_{cb}$  xác định vị trí của khối lượng này. Việc này được tiến hành bằng thí nghiệm. Khi thí nghiệm ta thường chọn trước  $\vec{r}_{cb}$ , do đó cần tìm  $m_{cb}$ .

Có nhiều phương pháp khác nhau để cân bằng vật quay mỏng như phương pháp dò trực tiếp, phương pháp đòn cân, phương pháp đối trọng thử. Sau đây sẽ trình bày **phương pháp dò trực tiếp**.

- Đặt trục của đĩa cân cân bằng lên hai lưỡi dao nằm ngang, song song với nhau (hình 5.2). Nếu đĩa chưa cân bằng tức là  $\vec{r}_S \neq 0$  thì đĩa sẽ tự lựa một vị trí sao cho trọng tâm S nằm ở vị trí thấp nhất (nằm trên bán kính thẳng đứng hướng xuống  $\overline{OT}$  của đĩa). Đắp máttít vào một điểm thuận tiện trên bán kính thẳng đứng hướng lên  $\overline{OC}$  của đĩa. Thêm hoặc bớt máttít cho đến khi đĩa cân bằng *phiếm định* (nghĩa là dù đặt đĩa trên dao ở vị trí nào, đĩa cũng nằm yên và không lăn). Tại vị trí đắp máttít ta gắn cố định một đối trọng có khối lượng bằng khối lượng máttít, hoặc tại vị trí xuyên tâm đối của vị trí gắn máttít, ta khoan đi một khối lượng như vậy.

- Phương pháp dò trực tiếp có ưu điểm là thiết bị đơn giản nhưng nhược điểm là dò mất nhiều thời gian và không chính xác do có ma sát lăn giữa trục và dao.



- **Ghi chú :** Các phương pháp cân bằng vừa nêu trên đây được thực hiện khi không cho đĩa quay, do đó được gọi là phương pháp *cân bằng tĩnh* và việc cân bằng vật quay mỏng được gọi là *cân bằng tĩnh*.

## 2) Cân bằng vật quay dày

### a) Nguyên tắc cân bằng vật quay dày

Bài giảng Nguyên lý máy, Chuyên ngành Cơ khí chế tạo Lê Cung, Khoa Sư phạm Kỹ thuật

- Trong vật quay dày, khối lượng coi như phân bố trên các mặt phẳng khác nhau và vuông góc với trục quay. Sau khi trọng tâm S của vật quay dày đã được đưa về nằm trên trục quay, tức là tổng lực quán tính của nó :  $\sum \vec{P}_{qi} = 0$  (vật quay coi như đã cân bằng tĩnh), vật quay dày vẫn có thể chịu tác động một momen lực quán tính  $\sum \vec{M}_{qi} = 0$  vuông góc với trục quay.

- Xét vật quay dày (hình 5.3) có hai khối lượng  $m_1, m_2$  lần lượt nằm trên hai mặt phẳng (1) và (2) song song với nhau và vuông góc với trục quay. Vị trí của  $m_1$  và  $m_2$  lần lượt được xác định bằng các bán kính vectơ  $\vec{r}_1$  và  $\vec{r}_2$ . Giả sử  $m_1 = m_2$  và  $\vec{r}_1 = -\vec{r}_2$ .

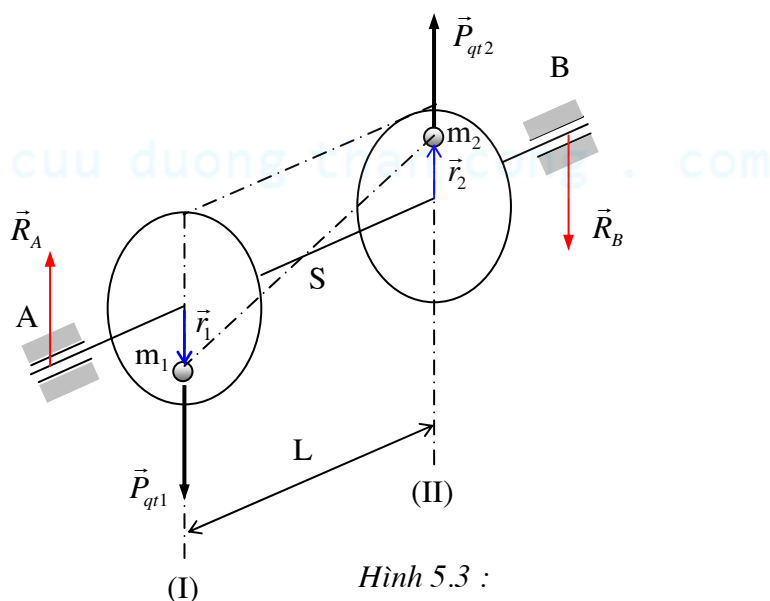
Cho vật quay đều với vận tốc góc  $\omega$ . Các khối lượng  $m_1, m_2$  gây nên lực quán tính ly tâm bằng :

$$\vec{P}_{q1} = \omega^2 m_1 \vec{r}_1 = -\vec{P}_{q2} = -\omega^2 m_2 \vec{r}_2$$

Rõ ràng :  $\sum \vec{P}_q = \vec{P}_{q1} + \vec{P}_{q2} = 0$  và vật quay đã được cân bằng tĩnh, khối tâm S của vật đã nằm trên trục quay.

Tuy nhiên, do  $\vec{P}_{q1}$  và  $\vec{P}_{q2}$  không nằm trên cùng một mặt phẳng, chúng không triệt tiêu lẫn nhau mà tạo thành một ngẫu lực có momen :  $M_q = P_{q1} \cdot L = \omega^2 m_1 r_1 L$ . Ngẫu lực này gây ra các phản lực động phụ  $\vec{R}_A$  và  $\vec{R}_B$  trong các khớp quay A và B.

Để cân bằng vật quay dày, cần phải cân bằng cả lực quán tính và momen lực quán tính, nghĩa là phải có :

$$\sum \vec{P}_{qi} = 0 \text{ và } \sum \vec{M}_{qi} = 0$$


Hình 5.3 :

#### • Nguyên tắc cân bằng vật quay dày

Để cân bằng vật quay dày cần và chỉ cần hai đối trọng cân bằng. Hai đối trọng này được đặt trong hai mặt phẳng khác nhau tùy chọn và vuông góc với trục quay.

#### Chứng minh

Xét vật quay dày có n khối lượng  $m_i$  phân bố trên các mặt phẳng (1), (2),..., (i),..., (n) song song với nhau và vuông góc với trục quay. Vị trí của khối lượng  $m_i$  trên mặt phẳng (i) được xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}_i$ .

Cho trục quay đều với vận tốc góc  $\omega$ . Mỗi khối lượng  $m_i$  gây ra một lực quán tính bằng :

$$\vec{P}_{qi} = \omega^2 m_i \vec{r}_i$$

Gọi (I) và (II) là hai mặt phẳng tùy chọn gắn liền với vật quay và vuông góc với trục quay.

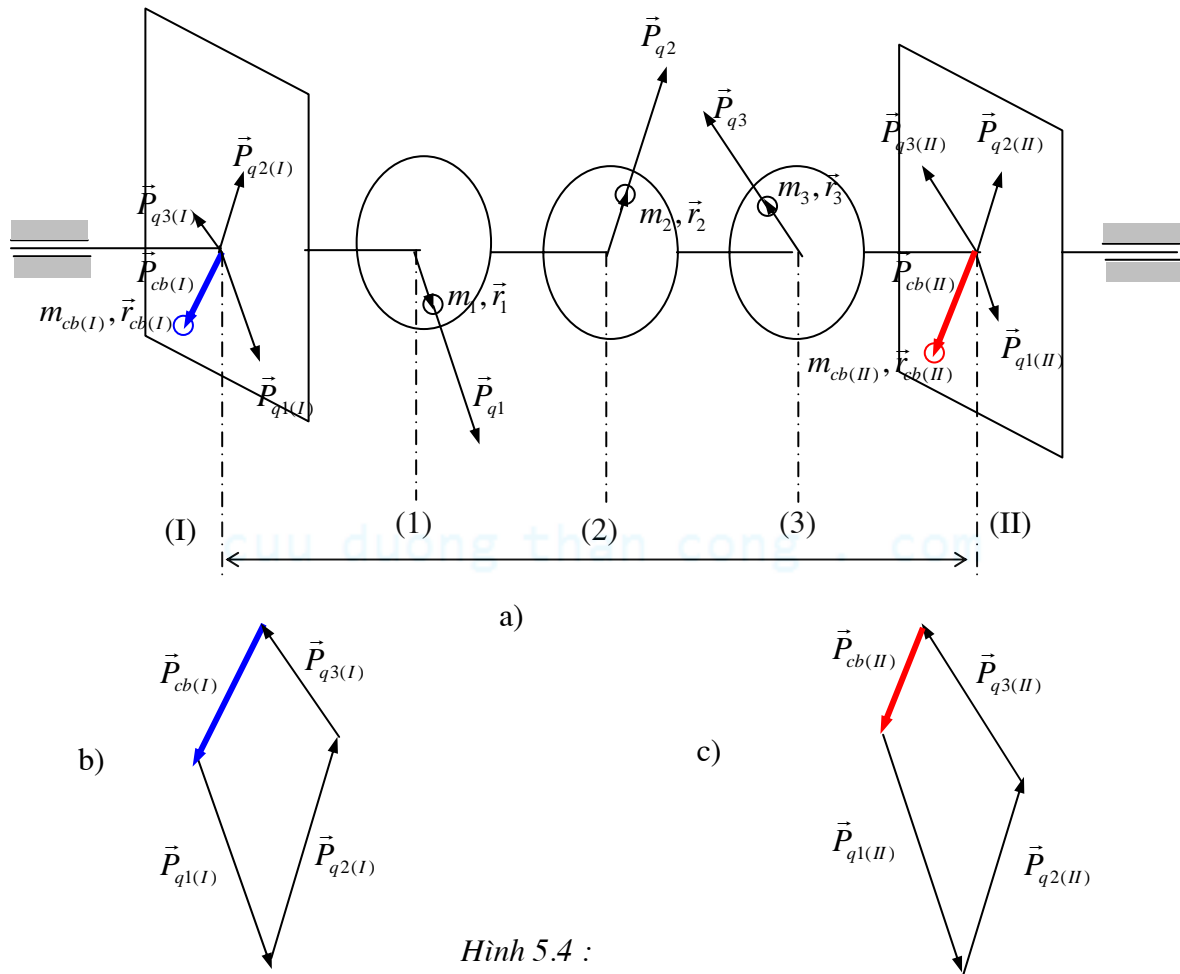
Chia mỗi lực quán tính  $\vec{P}_{qi}$  thành hai thành phần :  $\vec{P}_{qi(I)}$  và  $\vec{P}_{qi(II)}$  song song với  $\vec{P}_{qi}$  và lần lượt nằm trên các mặt phẳng (I) và (II) :

$$\vec{P}_{qi} = \vec{P}_{qi(I)} + \vec{P}_{qi(II)}$$

Trên mặt phẳng (I), hệ lực gồm các lực  $\vec{P}_{qi(I)}$  là một hệ lực đồng quy. Để cân bằng chúng, ta đặt trên mặt phẳng (I) một đối trọng cân bằng  $m_{cb(I)}$  tại vị trí xác định bằng bán kính vector  $\vec{r}_{cb(I)}$ , sao cho lực quán tính  $\vec{P}_{cb(I)} = \omega^2 m_{cb(I)} \vec{r}_{cb(I)}$  do nó gây ra cân bằng với các lực  $\vec{P}_{qi(I)}$  :

$$\vec{P}_{cb(I)} + \sum \vec{P}_{qi(I)} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{m_{cb(I)} \vec{r}_{cb(I)} = -\frac{1}{\omega^2} \sum \vec{P}_{qi(I)}}$$



Hình 5.4 :

Tương tự, trên mặt phẳng (II), ta đặt một đối trọng  $m_{cb(II)}$  tại vị trí xác định bằng bán kính vector  $\vec{r}_{cb(II)}$  để cân bằng hệ lực gồm các lực đồng quy  $\sum \vec{P}_{qi(II)}$  :

$$\boxed{m_{cb(II)} \vec{r}_{cb(II)} = -\frac{1}{\omega^2} \sum \vec{P}_{qi(II)}}$$

Ta có thể dùng phương pháp vẽ như trên hình 5.4b và 5.4c để xác định đại lượng  $m_{cb(I)} \vec{r}_{cb(I)}$  và  $m_{cb(II)} \vec{r}_{cb(II)}$ .

Mặt phẳng (I) và (II) được gọi là các *mặt phẳng cân bằng*. Các đại lượng  $m_I \vec{r}_I = -m_{cb(I)} \vec{r}_{cb(I)}$  và  $m_{II} \vec{r}_{II} = -m_{cb(II)} \vec{r}_{cb(II)}$  được gọi là các *lượng mất cân bằng* của vật quay dày.

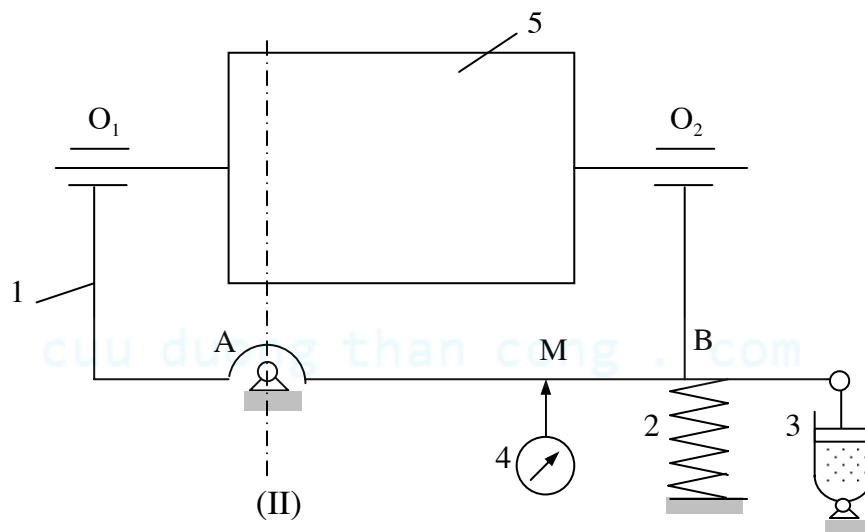
## b) Phương pháp cân bằng vật quay dày

- Muốn cân bằng vật quay dày, cần phải xác định các lượng mất cân bằng  $m_I \vec{r}_I = -m_{cb(I)} \vec{r}_{cb(I)}$  và  $m_{II} \vec{r}_{II} = -m_{cb(II)} \vec{r}_{cb(II)}$  của nó. Để xác định các lượng mất cân bằng, phải tiến hành thí nghiệm trên máy cân bằng động. Thí nghiệm được thực hiện khi vật quay đang ở trạng thái chuyển động, nên việc cân bằng vật quay dày còn được gọi là *cân bằng động*.

- Có nhiều phương pháp và kiểu thiết bị khác nhau để xác định các lượng mất cân bằng. Ở đây, chỉ giới thiệu một kiểu máy cân bằng động có một gối đỡ đàn hồi và phương pháp ba lần thử.

#### ➤ Mô tả máy cân bằng động

- Máy gồm một khung (1) đặt trên một gối đỡ cứng A và một gối đỡ đàn hồi B, và các dụng cụ đo cần thiết. Lò xo (2) dùng để đỡ và duy trì dao động của khung. Hộp giảm chấn dầu (3) dùng để dập tắt các dao động tự do của khung. Đồng hồ đo (4) hay cảm biến dùng để đo biên độ dao động tại một điểm M trên khung.



Hình 5.5 :

#### ➤ Phương pháp ba lần thử

Trên vật quay cần cân bằng, ta chọn hai mặt phẳng (I) và (II) vuông góc với trục quay, trên đó sẽ đặt các đối trọng cân bằng.

- Để xác định lượng mất cân bằng  $m_I \vec{r}_I$  trên mặt phẳng (I), ta gá vật quay lên máy sao cho mặt phẳng (II) đi qua gối đỡ A.

Do mặt phẳng (II) đi qua gối đỡ A nên khi cho vật quay thì chỉ có lực quán tính do lượng mất cân bằng trên mặt phẳng (I) gây ra mới làm cho khung dao động lắc quanh điểm A.

Chuyển vị góc của khung quanh điểm A tỷ lệ với thành phần thẳng đứng của lực quán tính do lượng mất cân bằng trên mặt phẳng (I) gây ra. Trong thực tế cân bằng, do chuyển vị lắc của khung khá bé, nên có thể xem chuyển vị góc nói trên tỷ lệ với chuyển vị dài của một điểm M trên khung. Nói khác đi, lực quán tính do khối lượng mất cân bằng trên mặt phẳng (I) gây ra tỷ lệ với biên độ dao động đo được tại điểm M.

+ Cho vật quay đều với vận tốc góc  $\omega$ , vận tốc này sẽ dùng cho các lần thử kế tiếp.

Lượng mất cân bằng  $m_I \vec{r}_I$  trên mặt phẳng (I) gây ra lực quán tính :  $\vec{P}_I = \omega^2 m_I \vec{r}_I$ . Biên độ dao động đo được tại M trên khung là  $A_I$ .

Do đó :  $|\vec{P}_I| = k A_I$  với k là hệ số tỷ lệ.

+ Gắn thêm lên vật quay, trong mặt phẳng (I), tại vị trí xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}$ , một đối trọng thử có khối lượng m. Cho vật quay đều với vận tốc góc  $\omega$ .

Lượng mất cân bằng trên mặt phẳng (I) bây giờ là  $m \vec{r}$  và  $m_I \vec{r}_I$  gây ra lực quán tính :

$$\vec{P}_a = \vec{P}_I + \vec{P}$$

Với  $\vec{P} = \omega^2 m \vec{r}$  là lực quán tính ly tâm do đối trọng thử  $m$  gây ra.

Biên độ dao động đo được tại  $M$  là  $A_a$ .

Do đó :  $|\vec{P}_a| = k.A_a$

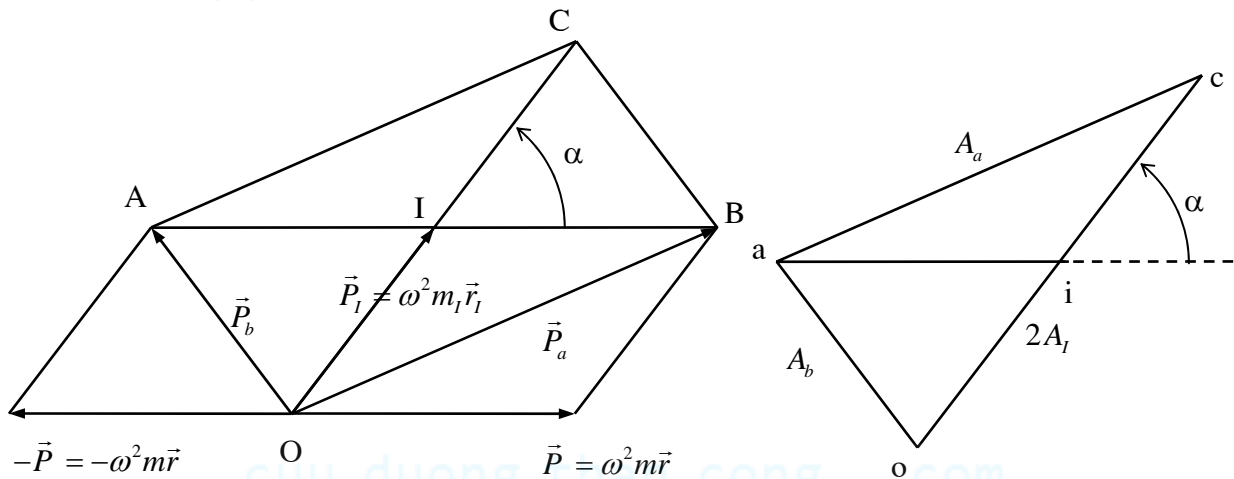
- Tháo đối trọng thử  $m$  ra và gắn nó vào vật quay trong mặt phẳng (I), tại vị trí xác định bằng bán kính vector  $-\vec{r}$ . Cho vật quay đều với vận tốc góc  $\omega$ .

Lượng mất cân bằng trên mặt phẳng (I) bây giờ là  $-m \vec{r}$  và  $m_I \vec{r}_I$  gây ra lực quán tính :

$$\vec{P}_b = \vec{P}_I - \vec{P}$$

Biên độ dao động đo được tại  $M$  là  $A_b$ .

Do đó :  $|\vec{P}_b| = k.A_b$



Hình 5.6 :

- Thực hiện xong ba lần thử, ta dựng hình để xác định lượng mất cân bằng  $m_I \vec{r}_I$  (hình 5.6) : Dựng hình bình hành OACB có hai cạnh lần lượt là  $|\vec{P}_a|$  và  $|\vec{P}_b|$ , đường chéo OC sẽ bằng :

$$OC = 2|\vec{P}_I|$$

Với các giá trị  $A_b, A_a, A_I$  đo được, ta dựng tam giác oac có cạnh ba cạnh lần lượt là :

$$oa = A_b; ac = A_a; oc = 2A_I$$

Hai tam giác OAB và oab đồng dạng với nhau vì có các cạnh tỷ lệ :  $\frac{OA}{oa} = \frac{AC}{ac} = \frac{OC}{oc} = k$ . Do

đó, nếu gọi  $I$  là trung điểm của OC,  $i$  là trung điểm của oc và  $(\vec{oi}, \vec{ai}) = \alpha$  thì :

+  $(\vec{IB}, \vec{IC}) = \alpha$  tức là góc hợp bởi các bán kính vector  $\vec{r}_I$  và bán kính vector  $\vec{r}$  bằng  $(\vec{r}, \vec{r}_I) = \alpha$  : phương chiều của bán kính vector  $\vec{r}_I$  đã xác định.

$$+ \frac{oi}{ai} = \frac{OI}{AI} \Rightarrow \frac{oi}{ai} = \frac{P_I}{P} = \frac{m_I r_I}{mr} \Rightarrow m_I r_I = mr \cdot \frac{oi}{ai}$$

Như vậy ta xác định được lượng mất cân bằng  $m_I \vec{r}_I$  trên mặt phẳng (I), từ đó xác định được khối lượng đối trọng cân bằng và vị trí đặt đối trọng trên mặt phẳng (I) :

$$m_I \vec{r}_I = -m_{cb(I)} \vec{r}_{cb(I)}$$

- Để xác định lượng mất cân bằng  $m_{II} \vec{r}_{II}$  trên mặt phẳng (II), ta gá vật quay lên máy sao cho mặt phẳng (I) đi qua gối đỡ A. Sau đó làm lại thí nghiệm như trên sẽ xác định được lượng mất cân bằng  $m_{II} \vec{r}_{II}$ , từ đó xác định được khối lượng đối trọng cân bằng và vị trí đặt đối trọng trên mặt phẳng (II):

$$m_{II} \vec{r}_{II} = -m_{cb(II)} \vec{r}_{cb(II)}$$



## §2. Cân bằng cơ cấu nhiều khâu

• Khi cơ cấu chuyển động nói chung khối tâm chung của cơ cấu (khối tâm chung của các khâu động) luôn luôn chuyển động. Ứng với mỗi vị trí của cơ cấu, khối tâm chung S có một vị trí hoàn toàn xác định.

Hệ lực quán tính tác động lên các khâu của cơ cấu khi thu gọn về khối tâm chung S bao gồm : Hợp lực của lực quán tính là  $\vec{P}_q$  và của momen lực quán tính là  $\vec{M}_q$ . Cơ cấu hoàn toàn cân bằng nếu như  $\vec{P}_q = 0$  và  $\vec{M}_q = 0$ . Việc cân bằng momen lực quán tính  $\vec{M}_q$  khá phức tạp và khó thực hiện, nên thông thường chỉ cân bằng lực quán tính  $\vec{P}_q$  và vì vậy việc cân bằng cơ cấu được gọi là *cân bằng tĩnh*.

• Lực quán tính trên cơ cấu:  $\vec{P}_q = -m\vec{a}_S$  với m là tổng khối lượng các khâu động,  $\vec{a}_S$  là gia tốc khối tâm chung S của cơ cấu. Để cân bằng lực quán tính, tức là để  $\vec{P}_q = 0$ , phải có:  $\vec{a}_S = 0$ , nghĩa là S phải chuyển động thẳng đều hay S cố định. Tuy nhiên, cơ cấu chuyển động có chu kỳ nên khối tâm chung S không thể chuyển động đều, do đó để  $\vec{P}_q = 0$  thì S phải cố định.

• Tóm lại để *cân bằng tĩnh* cơ cấu hay nói khác đi để cân bằng lực quán tính  $\vec{P}_q$ , cần phải *thay đổi* hay *phân bố lại* khối lượng các khâu sao cho khối tâm chung S của cơ cấu là cố định.

### • Vị trí khối tâm chung của cơ cấu

+ Xét cơ cấu bốn khâu bản lề phẳng (hình 5.7a).

Khối lượng các khâu động 1, 2, 3 lần lượt bằng  $m_1, m_2, m_3$ . Khối tâm  $S_1, S_2, S_3$  của các khâu 1, 2, 3 được xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}_{S1} = \overrightarrow{AS_1}$ ,  $\vec{r}_{S2} = \overrightarrow{BS_2}$ ,  $\vec{r}_{S3} = \overrightarrow{CS_3}$ .

Hãy xét một vị trí bất kỳ của cơ cấu. Khối tâm chung S của hệ các khâu 1, 2, 3 được xác định bằng bán kính vectơ:  $\vec{r}_S = \overrightarrow{AS}$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có :} \quad & \vec{r}_{S1} = \vec{s}_1 \\ \Rightarrow & \vec{r}_{S2} = \vec{l}_1 + \vec{s}_2 \\ \Rightarrow & \vec{r}_{S3} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{s}_3 \\ \Rightarrow & \boxed{\vec{r}_S = \frac{1}{m} \left[ m_1 \vec{s}_1 + m_2 (\vec{l}_1 + \vec{s}_2) + m_3 (\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{s}_3) \right]} \end{aligned}$$

+ Nếu khối tâm  $S_1, S_2, S_3$  của các khâu 1, 2, 3 lần lượt nằm trên đoạn AB, BC và CD (hình 5.7a),

$$\begin{aligned} \text{ta có:} \quad & \vec{r}_S = \frac{m_1 \vec{s}_1 + m_2 \vec{l}_1}{m} + \frac{m_2 \vec{s}_2 + m_3 \vec{l}_2}{m} + \frac{m_3 \vec{s}_3}{m} \\ \Rightarrow & \boxed{\vec{r}_S = \vec{h}_1 + \vec{h}_2 + \vec{h}_3} \end{aligned}$$

Trong đó các vectơ  $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$  lần lượt có phương chiều của  $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$  và giá trị của chúng không phụ thuộc vào vị trí cơ cấu.

### • Điều kiện cân bằng tĩnh của cơ cấu

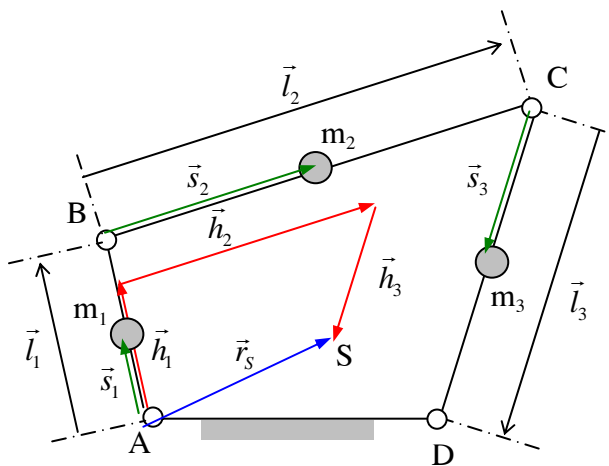
+ Trong trường hợp khối tâm của các khâu 1, 2, 3 lần lượt nằm trên AB, BC và CD như vừa nêu trên, ta thấy :

- Do các vectơ  $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$  lần lượt có phương chiều của  $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$  và vị trí của chúng không phụ thuộc vào vị trí cơ cấu, nên nếu S nằm trên AD thì khi cơ cấu chuyển động, S luôn luôn cố định (hình 5.7b).

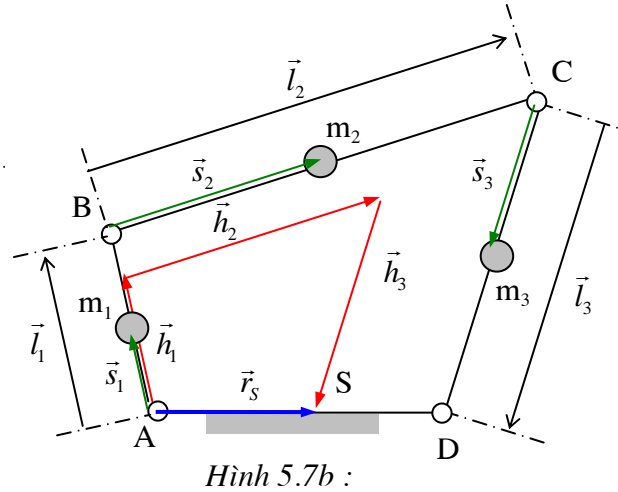
- Hoặc nếu có quan hệ  $\vec{h}_1 = \vec{h}_2 = \vec{h}_3 = 0$  tức là  $\vec{r}_S = 0$  thì khối tâm chung S của cơ cấu sẽ luôn trùng với điểm cố định A.

+ Như vậy để cân bằng tĩnh cơ cấu cần đặt các đối trọng cân bằng trên các khâu sao cho khối tâm S về nằm trên AD hay S về trùng với điểm A.

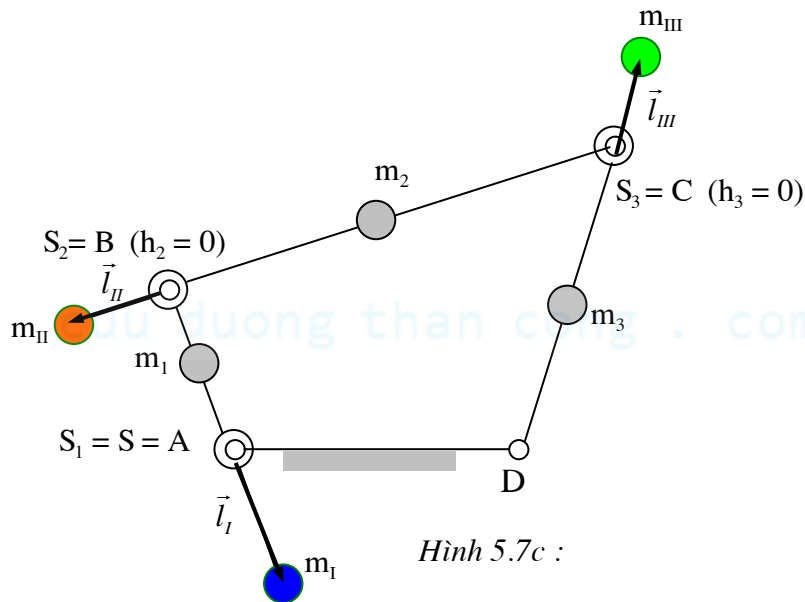
+ Hình 5.7c trình bày một phương pháp bố trí đối trọng cân bằng  $m_I, m_{II}, m_{III}$  trên các khâu để đưa khối tâm chung mới  $S'$  về trùng với điểm A.



Hình 5.7a :



Hình 5.7b :



Hình 5.7c :

Vị trí khối tâm chung mới của cơ cấu  $S'$  được xác định bằng bán kính vectơ  $\vec{r}_{S'}$  :

$$\vec{r}_{S'} = \frac{1}{m'} \left[ m_I \vec{s}_1 + m_I \vec{l}_I + m_2 (\vec{l}_1 + \vec{s}_2) + m_{II} (\vec{l}_1 + \vec{l}_{II}) + m_3 (\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{s}_3) + m_{III} (\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_{III}) \right]$$

Trong đó  $m'$  là khối lượng của cơ cấu kể cả khối lượng các đối trọng.

$$\text{Hay : } \vec{r}_{S'} = \frac{m_I \vec{s}_1 + m_I \vec{l}_I + m_2 \vec{l}_1 + m_{II} \vec{l}_I + m_3 \vec{l}_1 + m_{III} \vec{l}_I}{m'} + \frac{m_2 \vec{s}_2 + m_{II} \vec{l}_{II} + m_3 \vec{l}_2 + m_{III} \vec{l}_2}{m'} + \frac{m_3 \vec{s}_3 + m_{III} \vec{l}_{III}}{m'}$$

$$\vec{r}_{S'} = \vec{h}_1' + \vec{h}_2' + \vec{h}_3'$$

Để đưa khối tâm chung mới  $S'$  về trùng với điểm A phải có  $\vec{h}_1' = \vec{h}_2' = \vec{h}_3' = 0$

$$\text{Suy ra : } \begin{cases} m_{III} \vec{l}_{III} = -m_3 \vec{s}_3 \\ m_{II} \vec{l}_{II} = -(m_2 \vec{s}_2 + m_3 \vec{l}_2 + m_{III} \vec{l}_2) \\ m_I \vec{l}_I = -(m_2 \vec{l}_1 + m_3 \vec{l}_1 + m_{II} \vec{l}_1 + m_{III} \vec{l}_1 + m_I \vec{s}_1) \end{cases}$$



## Chương VI:

# CHUYỂN ĐỘNG THỰC CỦA MÁY

Bài toán phân tích động lực học cơ cấu gồm hai nội dung :

+ Xác định lực tác động lên máy hay cơ cấu

+ Quan hệ giữa những lực này với chuyển động của cơ cấu.

Chương này nghiên cứu quan hệ giữa các lực tác động lên cơ cấu và chuyển động của cơ cấu.

### §1. Đặt vấn đề

➤ Khi nghiên cứu bài toán phân tích động lực học và phân tích lực trên cơ cấu, ta đã giả thiết vận tốc góc của khâu dẫn  $\omega_1$  = hằng số. Tuy nhiên, trong thực tế, dưới tác động của các ngoại lực, máy sẽ có một chuyển động xác định (và nói chung vận tốc góc thực  $\omega_1$  của khâu dẫn dao động xung quanh một giá trị trung bình  $\omega_{tb}$  nhất định). Do vậy cần phải nghiên cứu chuyển động thực của máy.

Vì chuyển động của các khâu trong máy phụ thuộc chuyển động của khâu dẫn, nên muốn biết chuyển động thực của máy, chỉ cần nghiên cứu chuyển động thực của khâu dẫn (*Bài toán chuyển động thực của máy*).

➤ Nếu biên độ dao động của vận tốc góc thực  $\omega_1$  của khâu dẫn vượt quá một giá trị cho phép, ta phải làm đều chuyển động máy, tức là tìm cách giảm biên độ của  $\omega_1$  sao cho phù hợp với yêu cầu (*Bài toán làm đều chuyển động máy*).

### §2. Phương trình chuyển động

Phương trình động lực học cho phép xác định vận tốc góc thực của máy được gọi là *phương trình chuyển động* của máy. Sau đây, chúng ta sẽ suy diễn phương trình chuyển động của máy viết dưới dạng động năng.

#### 1) Các đại lượng thay thế

##### a) Momen quán tính thay thế

- Giả sử máy có n khâu động. Gọi  $m_i, J_{Si}$  : khối lượng và momen quán tính (đối với trọng tâm) của khâu thứ i;  $V_{Si}$  và  $\omega_i$  lần lượt là vận tốc trọng tâm  $S_i$  và vận tốc góc của khâu thứ i tại một thời điểm t nhất định.

- Tại thời điểm t, ta có :

Động năng của khâu thứ i :  $E_i = m_i \frac{V_{Si}^2}{2} + J_{Si} \frac{\omega_i^2}{2}$

Động năng của máy :  $E = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n \left( m_i \frac{V_{Si}^2}{2} + J_{Si} \frac{\omega_i^2}{2} \right)$

$$\Rightarrow E = \frac{\omega_1^2}{2} \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right]$$

Đặt :  $J_T = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right]$  (6.1)

Suy ra :  $E = J_T \frac{\omega_1^2}{2}$

• Đại lượng  $J_T$  có thứ nguyên của momen quán tính và được gọi là *momen quán tính thay thế về khâu dẫn 1 của tất cả các khâu trong máy*.

Nguyên tắc thay thế là sự tương đương về động năng : Động năng  $E$  của toàn bộ cơ cấu bằng động năng của một khâu có vận tốc góc bằng vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu dẫn, có momen quán tính bằng momen quán tính thay thế  $J_T$ .

• Vì  $\frac{V_{Si}}{\omega_1}; \frac{\omega_i}{\omega_1}$  chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn mà không phụ thuộc vào  $\omega_1$ , nên

$J_T$  cũng chỉ phụ thuộc vào  $\varphi$  :  $J_T = J_T(\varphi)$ .

Momen quán tính nói chung là một đại lượng biến thiên theo  $\varphi$  và có chu kỳ là chu kỳ động học  $\phi$  (hay chu kỳ vị trí) của cơ cấu.

## b) Momen thay thế của các lực

• Gọi  $\vec{P}_i$  và  $\vec{M}_i$  : lực và momen lực tác động lên khâu thứ  $i$ .

$\vec{V}_i$  và  $\vec{\omega}_i$  : vận tốc điểm đặt lực  $\vec{P}_i$  và vận tốc góc của khâu  $i$  tại thời điểm  $t$ .

• Tại thời điểm  $t$  :

Công suất tức thời của các lực đặt trên khâu thứ  $i$  :

$$N_i = \vec{P}_i \vec{V}_i + \vec{M}_i \vec{\omega}_i$$

Công suất tức thời của tất cả các lực đặt trên các khâu trong máy :

$$N = \sum_{i=1}^n N_i = \sum_{i=1}^n \left[ \vec{P}_i \vec{V}_i + \vec{M}_i \vec{\omega}_i \right]$$

Hay : 
$$N = \omega_1 \sum_{i=1}^n \left[ \vec{P}_i \frac{\vec{V}_i}{\omega_1} + \vec{M}_i \frac{\vec{\omega}_i}{\omega_1} \right]$$

• Gọi  $M_T$  là một momen lực đặt trên khâu dẫn, có phương trùng với  $\vec{\omega}_1$ , có giá trị :

$$M_T = \sum_{i=1}^n \left[ \vec{P}_i \frac{\vec{V}_i}{\omega_1} + \vec{M}_i \frac{\vec{\omega}_i}{\omega_1} \right] \quad (6.2)$$

$M_T$  có cùng chiều với  $\vec{\omega}_1$  nếu  $M_T > 0$ .  $M_T$  có ngược chiều với  $\vec{\omega}_1$  nếu  $M_T < 0$ .

Công suất của momen lực  $M_T$  :  $\vec{M}_T \vec{\omega}_1 = M_T \cdot \omega_1 = \omega_1 \sum_{i=1}^n \left[ \vec{P}_i \frac{\vec{V}_i}{\omega_1} + \vec{M}_i \frac{\vec{\omega}_i}{\omega_1} \right] = N$  (bằng công suất

của tất cả các lực tác động lên cơ cấu).

Đại lượng  $\vec{M}_T$  được gọi là *momen thay thế về khâu dẫn của tất cả các lực tác động lên cơ cấu*.

Nguyên tắc thay thế là sự tương đương về công suất : Công suất của tất cả các lực tác động lên cơ cấu  $N$  bằng công suất của momen  $\vec{M}_T$  coi như đặt trên khâu dẫn.

• Vì  $\frac{V_{Si}}{\omega_1}; \frac{\omega_i}{\omega_1}$  chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn mà không phụ thuộc  $\omega_1$ , nên  $M_T$

của cũng chỉ phụ thuộc vào  $\varphi$  :  $M_T = M_T(\varphi)$

## 2) Phương trình chuyển động của máy

• Định lý về độ biến thiên động năng :  $\Delta_E \Big|_{t-t_0}^t = A \Big|_{t-t_0}^t$

Với :  $\Delta_E \Big|_{t-t_0}^t$  : độ biến thiên động năng của máy trong khoảng thời gian  $\Delta t = t - t_0$

$A \Big|_{t-t_0}^t$  : tổng công của các lực tác động lên máy cũng trong  $\Delta t$ .

- Ta có :  $\Delta_E|_{t-t_0}^t = E - E_0$

Với E và  $E_0$  : động năng của máy tại thời điểm t và  $t_0$ .

Gọi  $\varphi$ ;  $\varphi_0$  : góc quay của khâu dẫn tương ứng với các thời điểm t và  $t_0$ .

Suy ra :

$$\Delta_E|_{t-t_0}^t = J_T(\varphi) \frac{\omega_1^2(\varphi)}{2} - J_T(\varphi_0) \frac{\omega_1^2(\varphi_0)}{2}$$

- Tổng công của các ngoại lực tác động lên cơ cấu trong  $\Delta t$  :

$$\Delta_E|_{t-t_0}^t = \int_{t_0}^t N dt = \int_{t_0}^t M_T \omega_1 dt$$

Hay :

$$\Delta_E|_{t-t_0}^t = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_T d\varphi$$

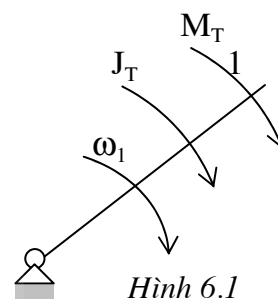
- Suy ra hươg trình động năng của máy :

$$J_T(\varphi) \frac{\omega_1^2(\varphi)}{2} - J_T(\varphi_0) \frac{\omega_1^2(\varphi_0)}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_T d\varphi \quad (6.3)$$

### 3) Khâu thay thế

Xét một khâu có vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu dẫn, có momen quán tính thay thế tại từng thời điểm bằng momen quán tính thay thế  $J_T$ , trên đó đặt một momen lực tại từng thời điểm bằng momen thay thế  $M_T$  của các lực. Khâu này được gọi là *khâu thay thế* (Hình 6.1).

Ta thấy phương trình (6.2) cũng chính là phương trình chuyển động của khâu thay thế, do đó việc nghiên cứu chuyển động thực của cơ cấu nhiều khâu có thể quy về việc nghiên cứu chuyển động thực của khâu thay thế.

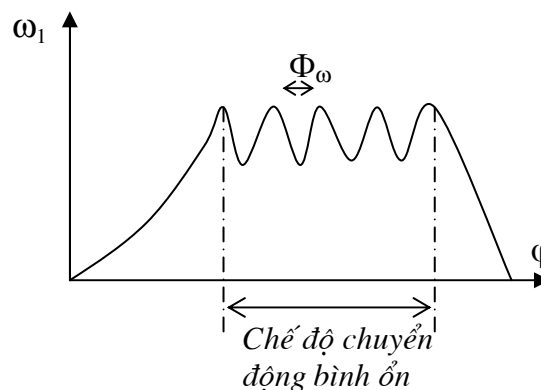


Hình 6.1

## §2. Vận tốc góc thực của khâu dẫn

### 1) Các chế độ chuyển động của máy

- Khi máy chuyển động, nói chung vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu dẫn biến thiên theo góc quay  $\varphi$  của nó (có thể tăng dần, giảm dần hay dao động xung quanh một giá trị trung bình  $\omega_{tb}$  cố định).
- Tùy theo tính chất biến thiên của  $\omega_1$  mà có các chế độ chuyển động khác nhau của máy.



Hình 6.2.

- Chế độ chuyển động bình ổn là chế độ chuyển động ứng với vận tốc góc của khâu dẫn biến thiên có chu kỳ quanh một giá trị trung bình  $\omega_{tb}$  cố định.

Nói chung, chế độ chuyển động bình ổn ứng với giai đoạn làm việc của máy.

- Từ (6.3) suy ra :

$$\omega_1(\varphi) = \sqrt{\frac{J_T(\varphi_0)}{J_T(\varphi)} \cdot \omega_1^2(\varphi_0) + \frac{2}{J_T(\varphi)} \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_T d\varphi} \quad (6.4)$$

Để  $\omega_1(\varphi)$  biến thiên có chu kỳ, thì sau từng khoảng thời gian nhất định, phải đồng thời có :

$$\begin{cases} J_T(\varphi) \equiv J_T(\varphi_0) \\ \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_T d\varphi \equiv 0 \end{cases}$$

Do  $J_T(\varphi)$  biến thiên có chu kỳ là chu kỳ động học  $\Phi$  của cơ cấu, nên sau mỗi chu kỳ  $\Phi$ :

$$J_T(\varphi_0 + n\Phi) \equiv J_T(\varphi_0) \text{ với } n \text{ là số nguyên}$$

Như vậy, còn cần phải có  $\int_{\varphi_0}^{\varphi} M_T d\varphi = A|_{\varphi_0}^{\varphi}$  triệt tiêu có chu kỳ.

- Gọi  $\Phi_A$  là chu kỳ triệt tiêu của công A, suy ra :  $\int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + m\Phi_A} M_T d\varphi = A|_{\varphi_0}^{\varphi_0 + m\Phi_A} = 0$

Gọi  $\Phi_\omega$  là bội số chung nhỏ nhất của  $\Phi$  và  $\Phi_A$  ( $\Phi_\omega = p\Phi = q\Phi_A$ ), suy ra:

$$\begin{cases} J_T(\varphi_0 + \Phi_\omega) \equiv J_T(\varphi_0 + p\Phi) = J_T(\varphi_0) \\ \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Phi_\omega} M_T d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + p\Phi_A} M_T d\varphi = 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

- Ta thấy :  $\omega_1(\varphi + \Phi_\omega) = \sqrt{\frac{J_T(\varphi_0)}{J_T(\varphi_0 + \Phi_\omega)} \cdot \omega_1^2(\varphi_0) + \frac{2}{J_T(\varphi_0 + \Phi_\omega)} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Phi_\omega} M_T d\varphi}$  (6.6)

Kết hợp với biểu thức(6.5) suy ra :  $\omega_1(\varphi + \Phi_\omega) = \omega_1(\varphi_0)$

Như vậy,  $\Phi_\omega$  chính là chu kỳ biến thiên của  $\omega_1(\varphi)$  và được gọi là *chu kỳ động lực học* (hay chu kỳ làm việc) của máy:  $\Phi_\omega = p\Phi = q\Phi_A$

#### • Điều kiện để máy chuyển động bình ổn

Điều kiện để máy chuyển động bình ổn là công  $A|_{\varphi_0}^{\varphi}$  phải triệt tiêu có chu kỳ. Thế nhưng

$A|_{\varphi_0}^{\varphi} = A_D|_{\varphi_0}^{\varphi} + A_C|_{\varphi_0}^{\varphi}$ , trong đó :  $A_D|_{\varphi_0}^{\varphi}$  và  $A_C|_{\varphi_0}^{\varphi}$  lần lượt là công của các lực phát động và các lực cản tác động lên máy trong khoảng thời gian từ  $t_0$  đến  $t$ . Suy ra điều kiện để máy chuyển động bình ổn là *công động và công cản phải cân bằng nhau sau một khoảng thời gian nhất định*:

$$A_D|_{\varphi_0}^{\varphi} = -A_C|_{\varphi_0}^{\varphi}$$

#### b) Chuyển động không bình ổn

• Ứng với vận tốc góc của khâu dẫn có xu thế tăng dần hay giảm dần. Chuyển động này nói chung ứng với giai đoạn mở máy hay tắt máy.

- Nếu như công  $A|_{\varphi_0}^{\varphi}$  không triệt tiêu có chu kỳ, tức là luôn luôn dương hay luôn luôn âm, thì máy sẽ chuyển động không bình ổn.

### 2) Xác định vận tốc góc thực của khâu dẫn

- Có thể giải phương trình động năng (6.3) để xác định vận tốc góc thực  $\omega_1(\varphi)$  của khâu dẫn. Chương này chỉ trình bày phương pháp đồ thị. Trong phương trình (6.3),  $J_T$  chỉ phụ thuộc góc quay  $\varphi$  khâu dẫn. Còn  $M_T$  có thể phụ thuộc  $\varphi$ , phụ thuộc  $\omega_1$  hay phụ thuộc đồng thời của  $\varphi$  và  $\omega_1$ . Tùy theo tính chất biến thiên của  $M_T$  mà có các phương pháp khác nhau để xác định  $\omega_1(\varphi)$ .

• Trong trường hợp  $M_T$  là hàm của góc quay  $\varphi$  :  $M_T = M_T(\varphi)$ , có thể dùng đồ thị  $E(J_T)$  để xác định  $\omega_1(\varphi)$ .

• **Xác định vận tốc góc thực  $\omega_1(\varphi)$  của khâu dẫn dựa vào đồ thị  $E(J)$**

➤ **Số liệu cho trước :**

+ Đồ thị momen thay thế của tất cả các lực phát động :

$$M_{TD} = M_{TD}(\varphi)$$

+ Đồ thị momen thay thế của tất cả các lực cản:

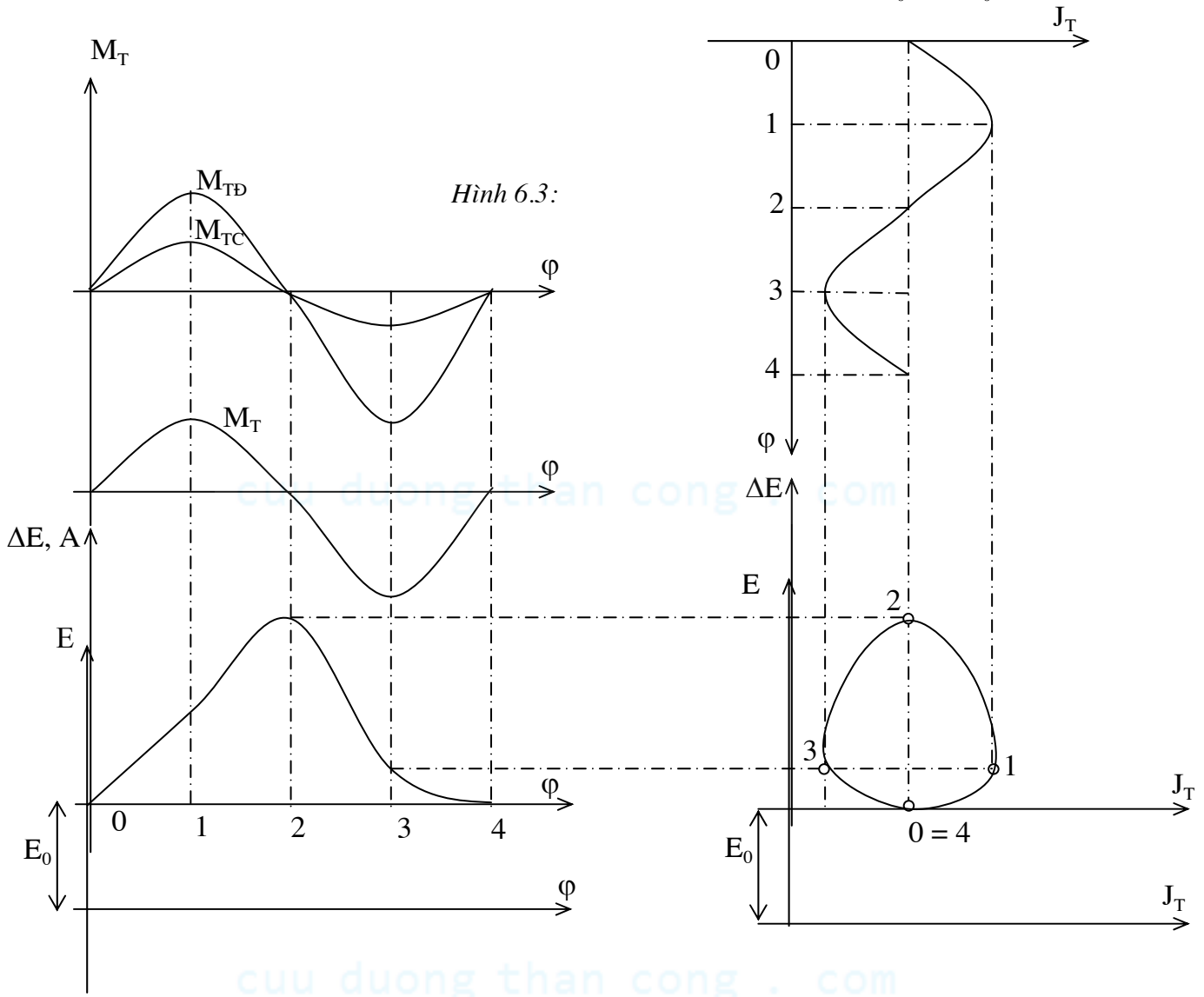
$$M_{TC} = M_{TC}(\varphi)$$

+ Đồ thị momen quán tính thay thế của tất cả các khâu:

$$J_T = J_T(\varphi)$$

+ Động năng của cơ cấu ở thời điểm ban đầu  $t_0$ :

$$E_0 = E(\varphi_0)$$



➤ **Xây dựng đồ thị  $E(J_T)$  :**

Trình tự tiến hành như sau (hình 6.3):

+ Do  $M_T = M_{TD} + M_{TC}$  nên nếu cộng hai đồ thị  $M_{TD}(\varphi)$  và  $M_{TC}(\varphi)$  sẽ suy được đồ thị  $M_T(\varphi)$ .

+ Vì  $A|_{\varphi_0}^{\varphi} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_T d\varphi$ , do vậy nếu từ đồ thị  $M_T(\varphi)$ , dùng phương pháp tích phân đồ thị sẽ suy được đồ thị  $A(\varphi)$

+ Do  $\Delta E|_{\varphi_0}^{\varphi} = A|_{\varphi_0}^{\varphi}$  nên đồ thị  $A(\varphi)$  cũng chính là đồ thị  $\Delta E(\varphi)$ .



+ Ta có :  $E(\varphi) = E_0 + \Delta E|_{\varphi_0}^{\varphi}$ . Do vậy khi dịch trục  $\varphi$  của đồ thị  $\Delta E(\varphi)$  xuống phía dưới một đoạn  $E_0$  sẽ suy được đồ thị  $E(\varphi)$ .

+ Bằng cách khử  $\varphi$  từ hai đồ thị  $E(\varphi)$  và  $J_T(\varphi)$  sẽ xây dựng được đồ thị  $E(J_T)$ .

➤ **Cách khử  $\varphi$  từ hai đồ thị  $E(\varphi)$  và  $J_T(\varphi)$**

Ứng với một giá trị  $\varphi_k$  nhất định, nhờ đồ thị  $E(\varphi)$  và đồ thị  $J_T(\varphi)$ , ta xác định được các giá trị  $E(\varphi_k)$  và  $J_T(\varphi_k)$  tương ứng. Với cặp giá trị  $[J_T(\varphi_k); E(\varphi_k)]$  sẽ xác định được điểm K tương ứng của đồ thị  $E(J_T)$ . Đồ thị  $E(J_T)$  chính là tập hợp các điểm K vừa xác định.

➤ **Ghi chú**

+ Trong chế độ chuyển động bình ổn, cứ sau một chu kỳ động lực học  $\Phi_\omega$  của máy,  $J_T(\varphi)$  và  $A(\varphi)$  (hay  $\Delta E(\varphi)$ ) trở về giá trị ban đầu, do đó điểm K cũng trở về vị trí ban đầu. Do đó đường cong  $E(J_T)$  là một đường cong kín không bao quanh gốc O.

+ Việc cho  $\varphi_k$  biến thiên cũng tương ứng với việc cho điểm K chạy trên đường cong  $E(J_T)$  và ngược lại.

➤ **Xác định  $\omega_1(\varphi)$**

• Từ phương trình (6.3) hay từ biểu thức

$$E = J_T \frac{\omega_1^2}{2}, \text{ suy ra :}$$

$$E(\varphi_k) = J_T(\varphi_k) \frac{\omega_1^2(\varphi_k)}{2} \Rightarrow \omega_1^2(\varphi_k) = \frac{2E(\varphi_k)}{J_T(\varphi_k)}$$

Giá trị  $\varphi_k$  ứng với một điểm K trên đồ thị  $E(J_T)$ .

Gọi  $(x_k, y_k)$  là tọa độ của điểm K.  $\mu_J; \mu_E$  : tỷ xích hai trục của đồ thị  $E(J_T)$ , ta có :

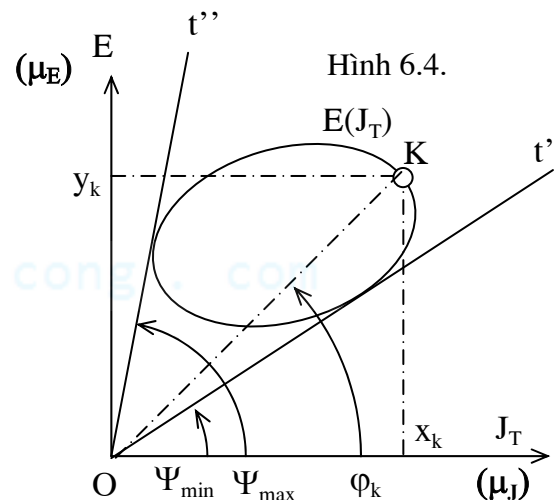
$$\text{Ta có : } \frac{E(\varphi_k)}{J_T(\varphi_k)} = \frac{y_k \mu_E}{x_k \mu_J} = \text{tg} \Psi_k \cdot \frac{\mu_E}{\mu_J}$$

$$\text{Suy ra : } \omega_1(\varphi) = \sqrt{\frac{2\mu_E}{\mu_J} \text{tg} \Psi_k} \quad (6.6)$$

• Trong chế độ chuyển động bình ổn,  $E(J_T)$  là đường cong kín không bao quanh gốc O. Do đó, nếu gọi Ot' và Ot'' là tiếp tuyến dưới và trên của đồ thị  $E(J_T)$  lần lượt hợp với trục hoành góc  $\Psi_{\min}; \Psi_{\max}$  thì  $\Psi_k$  sẽ dao động giữa hai cực trị  $\Psi_{\min}; \Psi_{\max}$  :  $\Psi_{\min} \leq \Psi_k \leq \Psi_{\max}$

Ứng với các cực trị  $\Psi_{\min}; \Psi_{\max}$ , ta có các cực trị  $\omega_{\min}; \omega_{\max}$  của vận tốc góc khâu dẫn

$$\omega_1(\varphi)_{\max}^{\min} = \sqrt{\frac{2\mu_E}{\mu_J} \text{tg} \Psi_k^{\max}^{\min}} \Rightarrow \omega_{\min} \leq \omega_k \leq \omega_{\max}$$



#### §4. Làm đều chuyển động máy

##### 1) Đại cương về làm đều chuyển động máy

###### a) Hệ số không đều

- Trong giai đoạn chuyển động bình ổn, vận tốc góc thực  $\omega_1(\varphi)$  khâu dẫn biến thiên có chu kỳ xung quanh một giá trị trung bình nhất định (nghĩa là khâu dẫn chuyển động không đều).
- Để đánh giá tính không đều của chuyển động, người ta dùng hệ số không đều  $\delta$  :

$$\delta = \frac{\omega_{l\max} - \omega_{l\min}}{\omega_{tb}}$$

Trong đó :  $\omega_{l\max}; \omega_{l\min}$  là các cực trị của  $\omega_l(\varphi)$  và  $\omega_{tb} = \frac{\omega_{l\max} + \omega_{l\min}}{2}$

- Đối với mỗi máy, người ta quy định một giá trị cho phép  $[\delta]$  của hệ số không đều.

Nếu  $\delta \leq [\delta]$  : máy được gọi là chuyển động đều.

### b) Vận tốc cực đại và cực tiểu cho phép của khâu dẫn

Ứng với mỗi giá trị  $\omega_{tb}$  của khâu dẫn và giá trị hệ số không đều cho phép  $[\delta]$ , ta suy được các cực trị cho phép của vận tốc góc thực  $\omega_l(\varphi)$  của khâu dẫn. Ta có :

$$[\omega_{l\max}] + [\omega_{l\min}] = 2\omega_{tb}$$

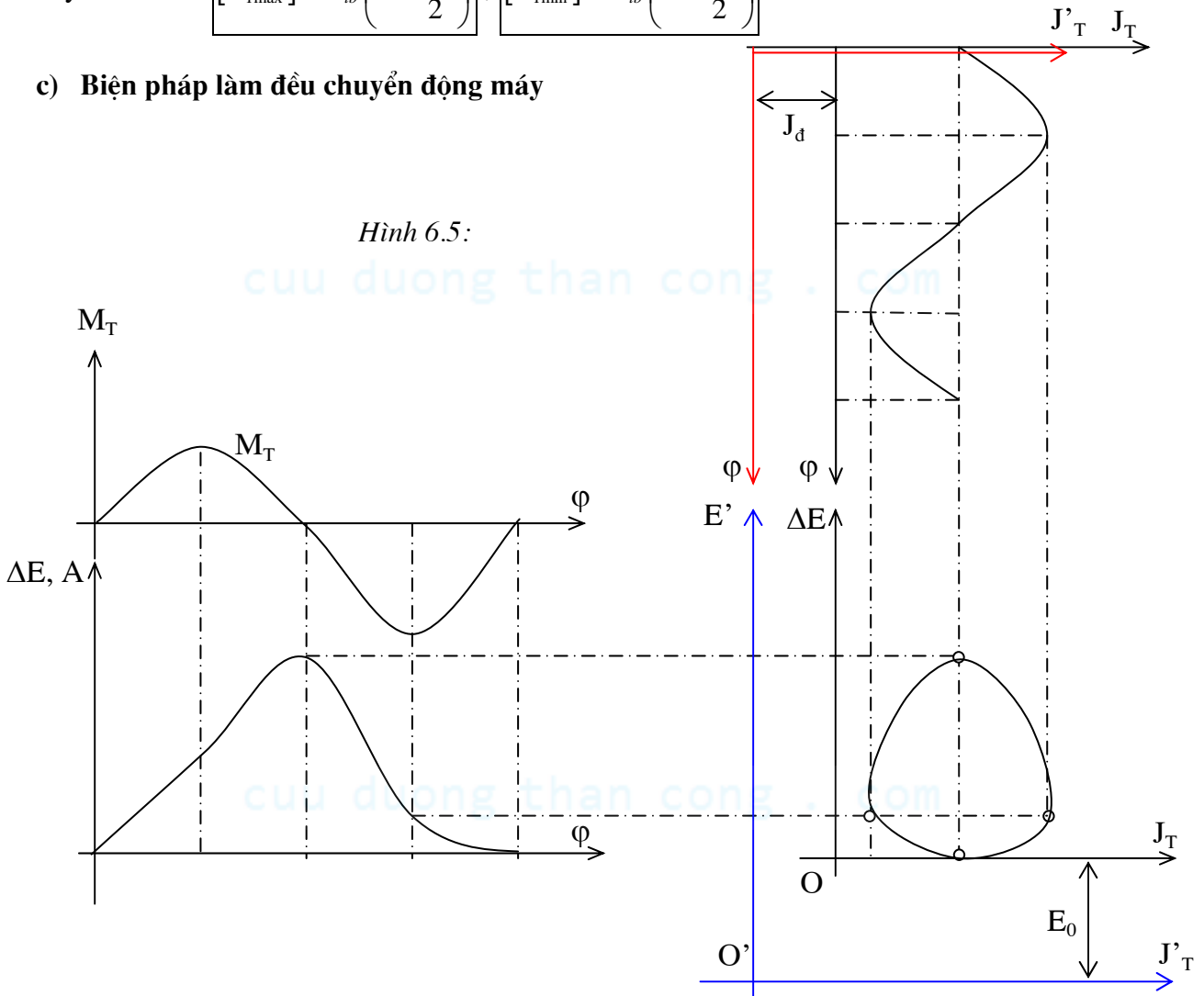
$$[\omega_{l\max}] - [\omega_{l\min}] = \omega_{tb} [\delta]$$

Suy ra :

$$[\omega_{l\max}] = \omega_{tb} \left( 1 + \frac{[\delta]}{2} \right); [\omega_{l\min}] = \omega_{tb} \left( 1 - \frac{[\delta]}{2} \right)$$

### c) Biện pháp làm đều chuyển động máy

Hình 6.5:



- Khi  $\delta > [\delta]$  : máy được gọi là chuyển động không đều. Khi đó, phải làm đều chuyển động máy, tức là giữ nguyên  $\omega_{tb}$ , tìm cách giảm hệ số không đều  $\delta$  sao cho:  $\delta \leq [\delta]$ .

- Thông thường, momen quán tính thay thế  $J_T$  của máy biến thiên tuần hoàn theo góc quay của khâu dẫn  $\varphi$  và gồm hai phần :  $J_T = J_C + J_\varphi$

Với  $J_C$  là momen quán tính thay thế cho bản thân khâu dẫn và các khâu có tỷ số truyền cố định đối với khâu dẫn;  $J_\varphi$  là momen quán tính thay thế cho các khâu còn lại của máy,  $J_\varphi$  là đại lượng biến thiên theo góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn.

- Dễ dàng chứng minh được rằng: Khi giữ nguyên  $\omega_{tb}$  và tăng momen quán tính thay thế  $J_T$  thêm một lượng  $J_d$  bằng hằng số (momen quán tính thay thế lúc này bằng :  $J'_T = J_T + J_d$ ) thì hệ số không đều  $\delta$  sẽ giảm xuống.

- Trong trường hợp  $M_{TD}$  và  $M_{TC}$  chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi$  :

$M_{TD} = M_{TD}(\varphi)$ ;  $M_{TC} = M_{TC}(\varphi)$  có thể dùng đồ thị  $\Delta E(J_T)$  để chứng minh như sau :

+ Khi tăng  $J_T$  thêm một lượng  $J_d$  = hằng số (tức là momen quán tính thay thế lúc này bằng  $J'_T = J_T + J_d$ ), vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu dẫn có thể bị thay đổi, nhưng do  $J_T$  chỉ phụ thuộc  $\varphi$ , nên đồ thị  $J_T(\varphi)$  không đổi dạng, chỉ có trục  $\varphi$  dời về phía trái một lượng  $J_d$ .

Đồ thị  $E(J_T)$  trở thành  $E'(J'_T)$ . Vận tốc  $\omega_1$  của khâu dẫn trở thành  $\omega'_1$ .

+ Do momen thay thế  $M_T = M_{TD} + M_{TC}$  chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi$ , nên đồ thị  $\Delta E(\varphi)$  không thay đổi.

+ Từ đó suy ra rằng đồ thị  $\Delta E(J_T)$  và  $E(J_T)$  không đổi dạng. Chỉ có trục  $E'$  của đồ thị  $E'(J'_T)$  dời về phía trái một lượng  $J_d$ . Góc  $O'$  của đồ thị  $E'(J'_T)$  nằm tại một vị trí xác định trên trục  $E'$ .

+ Từ  $O'$  kẻ hai tiếp tuyến dưới  $t_1$  và trên  $t_2$  với đồ thị  $E(J_T)$ , suy được hai góc  $\Psi_{\min}; \Psi_{\max}$  ứng với các cực trị  $\omega_{\min}; \omega_{\max}$  của  $\omega_1$  (hình 6.6).

+ Gọi  $a = t_1 \cap$  trục  $E'$ ,  $b = t_2 \cap$  trục  $E'$ . Ta xét ba trường hợp sau :

- Trường hợp  $O'$  thuộc nửa đường thẳng  $ay^+$  :

Từ  $O'$  kẻ hai tiếp tuyến dưới và trên với đồ thị  $E'(J'_T)$ , ta suy ra được hai góc  $\Psi'_{\min}; \Psi'_{\max}$  ứng với các cực trị  $\omega'_{\min}; \omega'_{\max}$  của  $\omega'_1$ .

Ta thấy :  $\Psi'_{\min} < \Psi_{\max} \Rightarrow \omega'_{\min} < \omega_{\max} \Rightarrow \omega_{tb} = \frac{\omega'_{\max} + \omega'_{\min}}{2} < \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} = \omega_{tb}$

Tức là  $\omega_{tb}$  giảm xuống (trái với giả thiết).

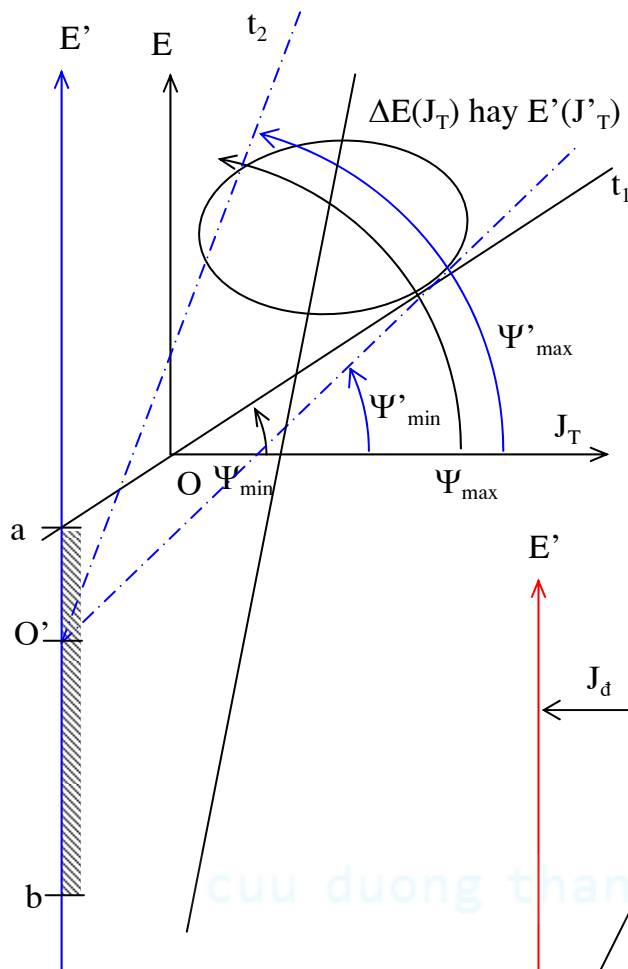
- Trường hợp điểm  $O'$  thuộc  $by^-$  :

Tương tự như trên, ta cũng thấy rằng  $\omega_{tb}$  tăng lên ( trái với giả thiết).

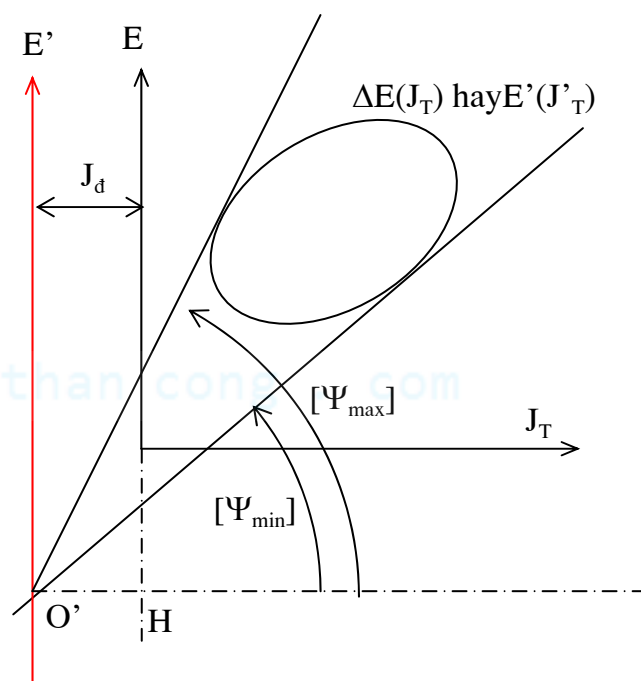
- Trường hợp điểm  $O'$  thuộc  $ab$ : Ta có:  $\Psi'_{\max} < \Psi_{\max}$ ;  $\Psi'_{\min} > \Psi_{\min} \Rightarrow \omega'_{\max} < \omega_{\max}$ ;  $\omega'_{\min} > \omega_{\min}$ , do vậy có thể giữ nguyên giá trị  $\omega_{tb}$ .

Khi  $\omega_{tb}$  được giữ nguyên thì :  $\delta' = \frac{\omega'_{\max} - \omega'_{\min}}{\omega_{tb}} < \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{tb}} = \delta$

Tức là hệ số không đều  $\delta$  đã giảm xuống.



Hình 6.6.



Hình 6.7.

### • Biện pháp làm đều chuyển động máy

Từ chứng minh trên, ta thấy rằng : Để hệ số không đều giảm xuống, cần tăng momen quán tính thay thế  $J_T$  thêm một lượng  $J_d$  bằng hằng số. Muốn vậy phải lắp trên khâu dẫn (hay trên khâu có tỷ số truyền cố định đối với khâu dẫn) một khối lượng phụ gọi là *bánh đà*.

Giá trị momen quán tính  $J_d$  của bánh đà phải được chọn sao cho:  $\delta \leq [\delta]$ .

Ta sẽ xét trường hợp giới hạn :  $\delta = [\delta]$ .

### 2) Xác định momen quán tính của bánh đà

• Trường hợp  $M_{TD}$  và  $M_{TC}$  chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi$  :  $M_{TD} = M_{TD}(\varphi)$  ;  $M_{TC} = M_{TC}(\varphi)$  , có thể dùng đồ thị  $\Delta E(J_T)$  để xác định momen quán tính của bánh đà (Phương pháp này được gọi là phương pháp Vit-ten-bauơ).

### • Số liệu cho trước

Đồ thị  $M_{TD} = M_{TD}(\varphi)$  ;  $M_{TC} = M_{TC}(\varphi)$  ;  $J_T = J_T(\varphi)$  . Cho thêm  $\omega_{ib}$  và  $[\delta]$  .

• Giả sử bánh đà có momen quán tính  $J_d$  được lắp vào khâu dẫn. Khi lắp bánh đà vào khâu dẫn, momen quán tính thay thế  $J_T$  sẽ tăng thêm một lượng  $J_d$  bằng hằng số :  $J'_T = J_d + J_T$ .

Vận tốc góc  $\omega_1$  có thể bị thay đổi, nhưng do  $J_T$  chỉ phụ thuộc vào góc quay  $\varphi$ , do đó đồ thị  $J_T(\varphi)$  không đổi dạng, chỉ có trục hoành dời về bên trái một lượng  $J_d$ . Do  $M_T$  chỉ phụ thuộc góc quay  $\varphi$  nên đồ thị  $\Delta E(\varphi)$  và  $E(\varphi)$  cũng không đổi dạng (hình 6.5).

- Từ đó suy ra rằng đồ thị  $\Delta E(J_T)$  và  $E(J_T)$  cũng không đổi dạng : đồ thị  $\Delta E(J_T)$  và  $E(J_T)$  trước và sau khi lắp bánh đà có dạng như nhau. Trục  $E'$  của  $E'(J_T)$  dời về bên trái so với trục  $\Delta E$  một lượng là  $J_d$ . Gốc  $O'$  của đồ thị  $E'(J_T)$  nằm tại một vị trí nào đó trên trục  $E'$ .
- Do vậy, momen quán tính của bánh đà được xác định bằng cách : Từ gốc  $O'$  của đồ thị  $E'(J_T)$  hạ đoạn thẳng  $O'H$  vuông góc với trục  $E'$ . Momen quán tính của bánh đà :

$$J_d = O'H \cdot \mu_J$$

• **Cách xác định gốc  $O'$  của đồ thị  $E'(J_T)$**

Nếu biết trước đồ thị  $E'(J_T)$  và gốc  $O'$  của đồ thị này, có thể suy ra các góc  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$  tương ứng với các cực trị cho phép  $[\omega_{\max}]; [\omega_{\min}]$  của vận tốc góc  $\omega_1(\varphi)$  của khâu dẫn : Từ gốc  $O'$ , kẻ hai tiếp tuyến trên và dưới với đồ thị  $E'(J_T)$ ,  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$  chính là góc hợp bởi hai tiếp tuyến nói trên với trục hoành.

Ngược lại, nhờ biết trước đồ thị  $E'(J_T)$ , nhưng chưa biết gốc  $O'$ , có thể xác định gốc  $O'$  như sau : Kẻ hai tiếp tuyến trên  $t_2$  và dưới  $t_1$  với đồ thị  $E'(J_T)$ , lần lượt hợp với trục hoành các góc  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$ . Giao điểm của hai tiếp tuyến trên chính là gốc  $O'$  của đồ thị  $E'(J_T)$  (Hình 6.7).

• **Cách xác định  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$**

Giá trị  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$  tương ứng với các cực trị cho phép của  $\omega_1(\varphi)$  và với hệ số không đều cho phép  $[\delta]$ .

$$\begin{aligned} \text{Thế mà : } \quad & \operatorname{tg} \left[ \Psi_{\max \atop \min} \right] = \frac{\mu_J}{2\mu_E} [\omega_{\max \atop \min}]^2 \\ \Rightarrow \quad & \operatorname{tg} \left[ \Psi_{\max \atop \min} \right] = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega_{tb}^2 \left[ 1 \pm \frac{[\delta]}{2} \right]^2 \quad \text{với } [\delta] \ll 1 \\ \Rightarrow \quad & \operatorname{tg} \left[ \Psi_{\max \atop \min} \right] = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega_{tb}^2 (1 \pm [\delta]) \end{aligned}$$

• **Trình tự xác định momen quán tính của bánh đà bằng đồ thị  $\Delta E(J_T)$  :**

Tóm lại, có thể xác định momen quán tính của bánh đà theo trình tự sau :

+ Cộng hai đồ thị  $M_{TD} = M_{TD}(\varphi)$ ;  $M_{TC} = M_{TC}(\varphi)$ , ta được đồ thị  $M_T(\varphi)$ .

+ Tích phân đồ thị  $M_T(\varphi)$  suy được đồ thị  $A(\varphi)$ . Đây cũng chính là đồ thị  $\Delta E(\varphi)$ .

+ Khử  $\varphi$  từ hai đồ thị  $J_T(\varphi)$  và  $\Delta E(\varphi)$  suy được đồ thị  $\Delta E(J_T)$ .

+ Tính  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$  theo biểu thức  $\operatorname{tg} \left[ \Psi_{\max \atop \min} \right] = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega_{tb}^2 (1 \pm [\delta])$ .

+ Kẻ hai tiếp tuyến trên  $t_2$  và dưới  $t_1$  với đồ thị  $E'(J_T)$  (hay cũng chính là đồ thị  $\Delta E(J_T)$ ), lần lượt hợp với trục hoành các góc  $[\Psi_{\max}]; [\Psi_{\min}]$

+ Gọi  $O' = t_1 \cap t_2$ . Hạ  $O'H$  vuông góc với trục tung của đồ thị  $\Delta E(J_T)$

Ta có :

$$J_d = O'H \cdot \mu_J$$



## HIỆU SUẤT

### §1. Khái niệm về hiệu suất

• Ta đã biết rằng khi máy chuyển động bình ổn, sau từng khoảng thời gian bằng chu kỳ động lực học  $\Phi_\omega$  của máy, công động cung cấp cho máy và công cản mà máy tiêu hao phải cân bằng nhau:

$$A_D = -A_C$$

Thế mà :

$$A_C = A_{MS} + A_{CI}$$

Với :  $A_{CI}$  và  $A_{MS}$  lần lượt là công dùng để khắc phục các lực cản có ích và công tiêu hao bởi các lực ma sát trong các khớp động trong một chu kỳ động lực học của máy.

Do đó :

$$A_D = -(A_{MS} + A_{CI})$$

Như vậy, công động cung cấp cho máy một phần được dùng để khắc phục các lực cản có ích, phần còn lại tiêu hao do ma sát trong các khớp động.

• Để đánh giá hiệu quả sử dụng công động của máy, người ta sử dụng hiệu suất  $\eta$ :

$$\eta = \frac{|A_{CI}|}{A_D}$$

(7.1)

• Do  $A_D = -(A_{MS} + A_{CI}) \Rightarrow |A_{CI}| = A_D - |A_{MS}| \Rightarrow \eta = \frac{A_D - |A_{MS}|}{A_D}$

$\Rightarrow$

$$\eta = 1 - \frac{|A_{MS}|}{A_D}$$

(7.2)

• Gọi  $\varphi = \frac{|A_{MS}|}{A_D}$  là hệ số tổn thất, ta có :  $\eta = 1 - \varphi$

(7.3)

• Trong cơ cấu, công của lực ma sát luôn luôn khác không, do đó từ (7.2) suy ra:  $\eta < 1$ .

Khi  $|A_{MS}| = A_D$ , tức là toàn bộ công động cung cấp bị tiêu hao do ma sát trong các khớp động, từ (7.2) suy ra:  $\eta = 0$ .

Để máy hay cơ cấu chuyển động được, phải có:  $A_D > |A_{MS}|$ , do đó từ (7.2) suy ra:  $\eta > 0$ .

Tóm lại:

$$0 \leq \eta < 1$$

Khi tính toán nếu hiệu suất  $\eta < 0$  thì điều này chứng tỏ rằng cơ cấu đang rơi vào trạng thái tự hãm.

### §2. Hiệu suất của một chuỗi khớp động (hay chuỗi cơ cấu)

Hiệu suất của từng khớp động có thể xác định bằng thực nghiệm hay tính toán. Trong các tài liệu kỹ thuật, thường cho trước hiệu suất của các khớp động thông dụng, ví dụ hiệu suất của một cặp bánh răng, của ổ bi... Làm thế nào để xác định hiệu suất của một chuỗi khớp động hay của một chuỗi cơ cấu ?

#### 1) Trường hợp chuỗi khớp động nối tiếp

Xét một chuỗi gồm n khớp động nối tiếp (hình 7.1).

Gọi  $\eta_i$  là hiệu suất của khớp động thứ i.

✓ Xét khớp động thứ 1 : Gọi  $A_D$  là công động cung cấp. Công có ích nhận được là  $A_1$ . Hiệu suất của khớp :  $\eta_1 = \frac{|A_1|}{A_D}$ .

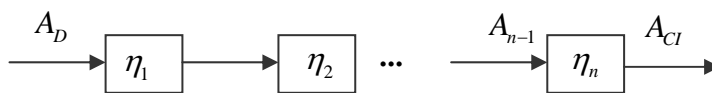
✓ Với khớp động thứ 2, công cung cấp là  $A_1$ , công có ích nhận được là  $A_2$ . Hiệu suất của khớp động :  $\eta_2 = \frac{|A_2|}{|A_1|}$ .

✓ Với khớp động thứ n, công cung cấp là  $A_{n-1}$ , công có ích nhận được là  $A_{CI}$ . Hiệu suất của khớp :  $\eta_n = \frac{|A_{CI}|}{|A_{n-1}|}$ .

✓ Với chuỗi khớp động, công cung cấp là  $A_D$ , công có ích nhận được là  $A_{CI}$ .

Do đó, hiệu suất của chuỗi khớp động nối tiếp :

$$\eta_n = \frac{|A_{CI}|}{A_D} = \frac{|A_{CI}|}{|A_{n-1}|} \cdot \frac{|A_{n-1}|}{|A_{n-2}|} \cdots \frac{|A_2|}{|A_1|} \cdot \frac{|A_1|}{A_D} \Rightarrow \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdots \eta_n \Rightarrow \eta = \prod_{i=1}^n \eta_i$$



Hình 7.1:

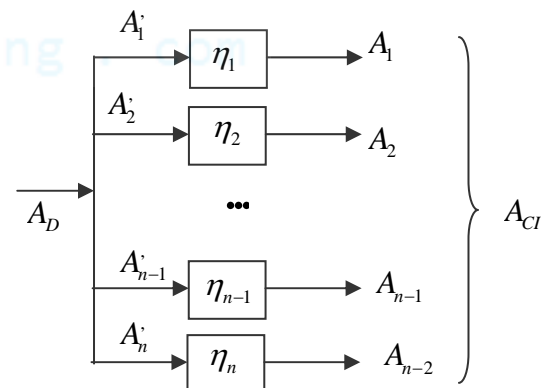
## 2) Trường hợp chuỗi khớp động song song

Xét một chuỗi gồm n khớp động song song (hình 7.2).

Gọi  $\eta_i$  là hiệu suất của khớp động thứ i.

✓ Với khớp động thứ i: Công cung cấp  $A_i'$ , công có ích nhận được  $A_i$ . Hiệu suất của khớp:  $\eta_i = \frac{|A_i|}{A_i'}$

✓ Với toàn bộ chuỗi khớp động : Công suất cung cấp  $A_D = \sum_{i=1}^n A_i' \Rightarrow A_D = \sum_{i=1}^n \frac{|A_i|}{\eta_i}$ . Công suất có ích nhận được  $A_{CI} = \sum_{i=1}^n A_i$ . Do đó, hiệu suất của chuỗi khớp



Hình 7.2:

động song song:

$$\eta = \frac{|A_{CI}|}{A_D} = \frac{\left| \sum_{i=1}^n A_i \right|}{\sum_{i=1}^n \frac{|A_i|}{\eta_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n |A_i|}{\sum_{i=1}^n \frac{|A_i|}{\eta_i}}$$

## 3) Trường hợp chuỗi khớp động hỗn hợp

Xét trường hợp tổng quát : Hệ thống gồm m chuỗi khớp động nối tiếp bố trí song song với nhau (hình 7.3). Mỗi chuỗi khớp động nối tiếp gồm n khớp động.

✓ Với toàn bộ hệ thống: Công cung cấp :  $A_D = \sum_{j=1}^m A_j$ , công có ích nhận được :  $A_{CI} = \sum_{j=1}^m A_j$



$$\text{Hiệu suất của hệ thống : } \eta = \frac{|A_{CI}|}{A_D} = \frac{\left| \sum_{j=1}^m A_j \right|}{\sum_{j=1}^m A_j} = \frac{\sum_{j=1}^m |A_j|}{\sum_{j=1}^m A_j} \quad (7.4)$$

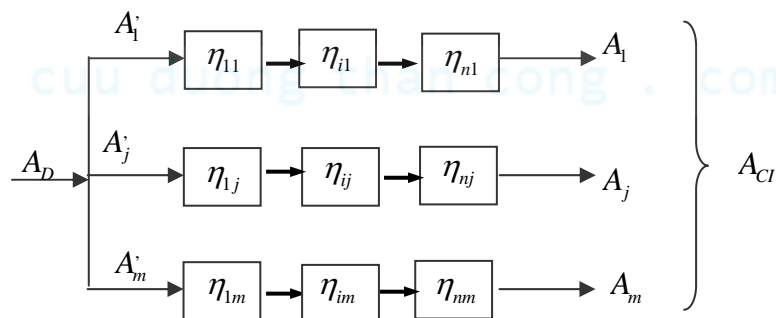
✓ Với chuỗi khớp động nối tiếp thứ j : Công cung cấp :  $A_j$ , công có ích nhận được :  $A_j$ .

$$\text{Hiệu suất của chuỗi khớp động thứ j : } \eta_j = \frac{|A_j|}{A_j}. \text{ Suy ra : } A_j = \frac{|A_j|}{\eta_j}.$$

Gọi  $\eta_{ij}$  là hiệu suất của mỗi khớp động trong chuỗi thứ j ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), ta có:  $\eta_j = \prod_{i=1}^n \eta_{ij}$ .

$$\text{Do đó : } A_j = \frac{|A_j|}{\eta_j} = \frac{|A_j|}{\prod_{i=1}^n \eta_{ij}} \quad (7.5)$$

$$\text{Thay (7.5) vào (7.4), suy ra : } \eta = \frac{|A_{CI}|}{A_D} = \frac{\sum_{j=1}^m |A_j|}{\sum_{j=1}^m \frac{|A_j|}{\prod_{i=1}^n \eta_{ij}}}$$



Hình 7.3:



cuu duong than cong . com

## Chương VIII :

# ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA MÁY

### §1. Đặt vấn đề :

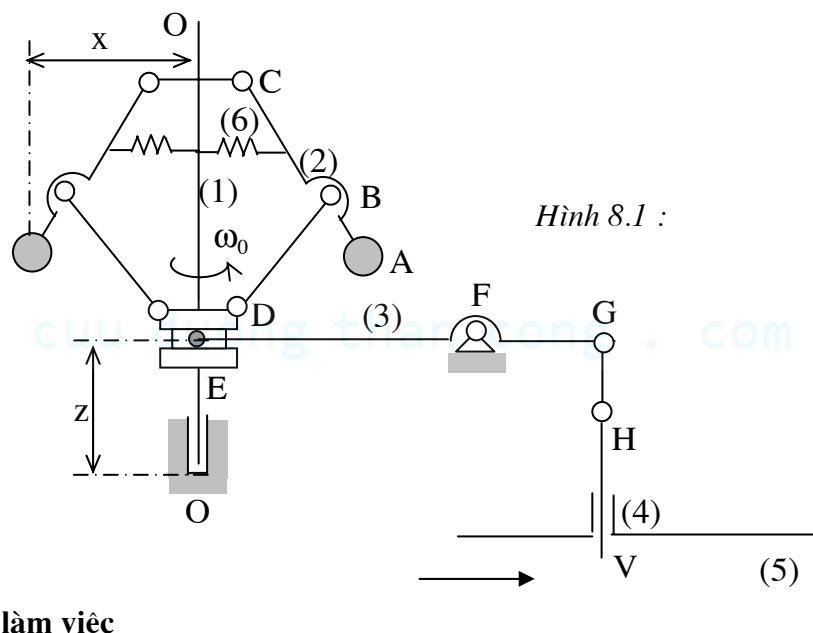
- Để máy chuyển động bình ổn, sau một khoảng thời gian nhất định, công động và công cản phải cân bằng nhau :  $A_D = A_C$ . Khi đó vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu dẫn biến thiên có chu kỳ xung quanh một giá trị trung bình  $\omega_{tb}$  xác định. Nếu biên độ dao động của  $\omega_1$  vượt quá giá trị cho phép, thì phải dùng bánh đà để làm đều chuyển động máy. Đây là nội dung của bài toán làm đều chuyển động thực của máy.
- Tuy nhiên, trong quá trình làm việc, tải trọng của máy có thể biến thiên bất thường. Khi đó công động và công cản không cân bằng nhau nữa, chuyển động của máy sẽ mất bình ổn. Để bảo đảm chuyển động của máy luôn luôn bình ổn, mặc dù có sự thay đổi bất thường của tải trọng, phải dùng biện pháp *điều chỉnh tự động* để điều chỉnh công động cung cấp cho máy sao cho công động và công cản trở lại cân bằng nhau.
- Điều chỉnh tự động chuyển động của máy là một lĩnh vực hẹp của lý thuyết điều chỉnh tự động.
- Có thể dùng các bộ điều chỉnh khác nhau dùng đến các thiết bị điện, điện tử hay cơ khí, Ở đây, chỉ giới thiệu bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm là loại chỉ dùng các thiết bị cơ khí. Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm được sử dụng rộng rãi trong các động cơ nổ.

### §2. Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp

#### 1) Cấu tạo

Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp bao gồm các phần tử sau đây (hình 8.1) :

1. Trục quay OO
2. Cơ cấu tay quay con trượt kép ABCD mang quả nặng A.
3. Hệ thống cánh tay đòn EFGH.
4. Van V.
5. Ống dẫn chất sinh công.
6. Lò xo.



#### 2) Nguyên lý làm việc

- Trục quay OO được nối với khâu dẫn của máy bằng một cơ cấu có tỷ số truyền không đổi, do đó vận tốc góc trung bình của trục quay OO tỷ lệ với vận tốc góc trung bình  $\omega_1$  của khâu

dẫn.

- Khi máy chuyển động bình ổn trục OO có vận tốc góc trung bình là  $\omega_0$ .

Lúc này, lực ly tâm do các quả nặng A :  $P_A = 2m_A\omega_0^2x$

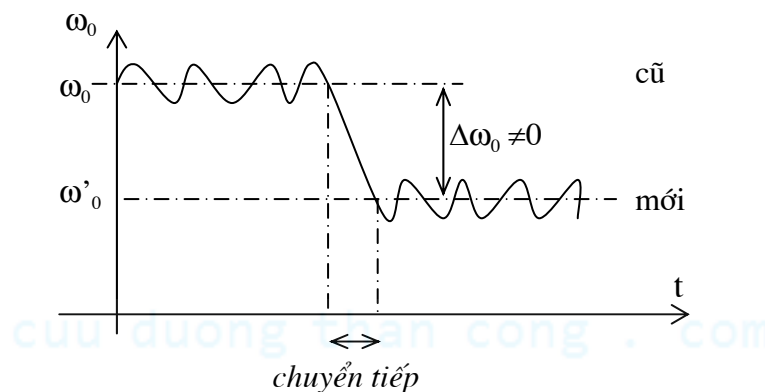
Với :  $m_A$ : khối lượng của quả nặng A;  $x$  : khoảng cách từ tâm quả nặng A đến trục OO

- Lực ly tâm  $P_A$  có xu hướng kéo quả nặng A đi lên và được gọi là *lực nâng*.

Trọng lượng quả nặng, trọng lượng các khâu, lực phục hồi của lò xo... có xu hướng kéo quả nặng đi xuống. Các lực này được gọi là *lực hạ*.

Dưới tác động của lực nâng và lực hạ, quả nặng A hay cơ cấu sẽ có một vị trí cân bằng nhất định, ứng với một giá trị của lực nâng  $P_A$  hay ứng với một vị trí nhất định của con trượt D (xác định bằng tọa độ  $z$ ). Vị trí cân bằng này ứng với một giá trị nhất định của  $\omega_0$ .

- Khi có sự thay đổi bất thường của tải trọng bên ngoài, ví dụ khi tải trọng tăng. Khi đó công cân  $A_C$  mà máy tiêu thụ tăng lên, vận tốc  $\omega_0$  giảm xuống, khiến lực nâng  $P_A$  giảm xuống, làm cho quả nặng A và con trượt D đi xuống, thông qua hệ thống cánh tay đòn EFGH mở rộng van V, tăng thêm chất sinh công đi vào động cơ. Nhờ đó công động  $A_D$  cung cấp cho máy tăng trở lại, sự cân bằng giữa công động và công cản được phục hồi, vận tốc góc  $\omega_0$  trở lại ổn định (hình 8.2).



Hình 8.2 :

### 3) Một số khái niệm cơ bản

Hãy làm quen với một vài khái niệm cơ bản dùng trong lý thuyết điều khiển tự động :

- + Động cơ nổ được gọi *đối tượng cần điều chỉnh*
- + Vận tốc góc  $\omega_0$  của trục quay OO được gọi là *thông số cần điều chỉnh*
- + Sự thay đổi bất thường của tải trọng bên ngoài được gọi là *kích động*
- + Sự sai lệch của thông số điều chỉnh  $\omega_0$  so với giá trị ban đầu được gọi là *tín hiệu điều chỉnh*
- + Con trượt D và cơ cấu tay quay con trượt kép ABCD có nhiệm vụ phát hiện sự sai lệch của thông số điều chỉnh so với yêu cầu được gọi là *phần tử nhạy*
- + Hệ thống cánh tay đòn EFGH chịu tác động của *phần tử nhạy* và có nhiệm vụ đóng mở van V, điều chỉnh chất sinh công đi vào động cơ, để đưa thông số điều chỉnh trở về giá trị yêu cầu, được gọi là *phần tử chấp hành*.
- + Hệ thống gồm *bộ điều chỉnh tự động* và *đối tượng cần điều chỉnh* (động cơ) được gọi là *hệ điều chỉnh tự động*.

### 4) Ưu nhược điểm của bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp

Bộ điều chỉnh vừa nêu trên đây được gọi là bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp. Sở dĩ có tên gọi như vậy, bởi vì phần tử nhạy của bộ điều chỉnh này được nối trực tiếp với phần tử chấp hành.

- **Ưu điểm**

Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp có kết cấu đơn giản.

- **Nhược điểm**

- Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp không nhạy với các tín hiệu nhỏ :

Công phát sinh do sự biến thiên của lực quán tính  $P_A$  khi  $\omega_0$  thay đổi, vừa dùng để nâng hạ các quả nặng (tức là cung cấp năng lượng cho phân tử nhảy), vừa được dùng để đóng mở van (tức là dẫn động phân tử chấp hành). Do đó, khi kích động không đủ lớn, năng lượng nói trên không đủ để dẫn động phân tử chấp hành, hệ thống sẽ không hoạt động.

- Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp để lại một sai số tĩnh khác không sau quá trình điều chỉnh:

Khi chuyển động bình ổn mới được xác lập, công cản  $A_C$  và do vậy công động  $A_D$  đã khác trước, do đó vị trí van V và con trượt D cũng phải khác trước. Vì mỗi vị trí của con trượt D ứng với một vận tốc  $\omega_0$  nhất định, nên trong chế độ chuyển động bình ổn mới được tái lập, vận tốc  $\omega_0$  đã có một trị số  $\omega_0$  khác trước :  $\omega_0 \neq \omega_0$  . Sai số  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_0$  được gọi là sai số tĩnh :  $\Delta\omega \neq 0$  (Hình 8.2).

### §3. Các bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp

+ Để khắc phục nhược điểm không nhạy với các tín hiệu nhỏ của bộ điều chỉnh trực tiếp, người ta dùng bộ điều chỉnh *gián tiếp*, trong đó năng lượng dẫn động phân tử chấp hành không lấy trực tiếp từ phân tử nhảy mà thông qua một phân tử khuếch đại.

+ Trong các bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp, phân tử khuếch đại là một hệ thống thủy lực còn được gọi là *động cơ trợ động*.

#### 1) Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp phi tĩnh

##### a) Cấu tạo

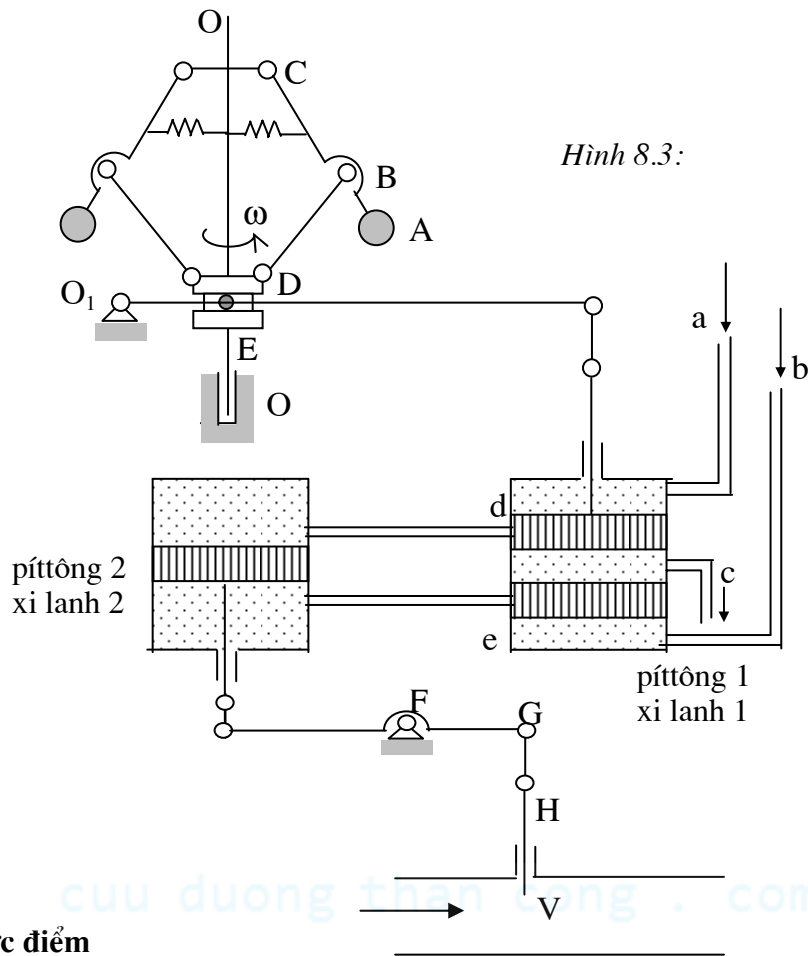
Khác với bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm trực tiếp ở chỗ có thêm một *hệ thống thủy lực* gồm pittông 1 và 2 chuyển động trong các xi lanh 3 và 4 chứa dầu và các ống dẫn a, b, c, d , e (Hình 8.3).

##### b) Nguyên lý làm việc

- Khi máy chuyển động bình ổn, cơ cấu có một vị trí cân bằng nhất định ứng với một vị trí nhất định của con trượt D, ứng với một vận tốc góc trung bình  $\omega_0$  nhất định của trục quay OO.

Khi đó pittông nằm ở vị trí đóng kín các cửa d, e. Các khoang của pittông 2 được tức dầu, sẽ được giữ ở một vị trí xác định, ứng với một vị trí xác định của van V.

- Khi có sự thay đổi bất thường của tải trọng bên ngoài, ví dụ khi tải trọng tăng. Khi đó công cản  $A_C$  mà máy tiêu thụ tăng lên, vận tốc  $\omega_0$  giảm xuống, khiến lực nâng  $P_A$  giảm xuống, làm cho quả nặng A và con trượt D đi xuống, thông qua hệ thống cánh tay đòn EFGH kéo pittông 1 đi xuống, cửa a thông với d, cửa e thông với c, dầu cao áp từ ống a đi qua ống d vào khoang trên của pittông 2, dầu ở mặt dưới của pittông 2 theo ống e và c thoát ra ngoài. Nhờ đó pittông 2 đi xuống, thông qua hệ thống cánh tay đòn EFGH mở rộng van V, tăng thêm chất sinh công đi vào động cơ, khiến công động  $A_D$  cung cấp cho máy tăng trở lại, *một mặt* phục hồi sự cân bằng giữa công động và công cản, vận tốc góc  $\omega_0$  tăng trở lại. *Mặt khác*, khi vận tốc góc  $\omega_0$  bắt đầu tăng trở lại, lực nâng  $P_A$  tăng lên, con trượt D và pittông 1 đi lên trở lại, đóng dần hai cửa d, e. Chỉ khi nào pittông 1 trở về vị trí đóng kín hoàn toàn hai cửa d, e (vị trí ban đầu) thì pittông 2 mới thôi đi xuống và van V mới ngừng hẳn, không mở rộng nữa.



Hình 8.3:

### c) Ưu nhược điểm

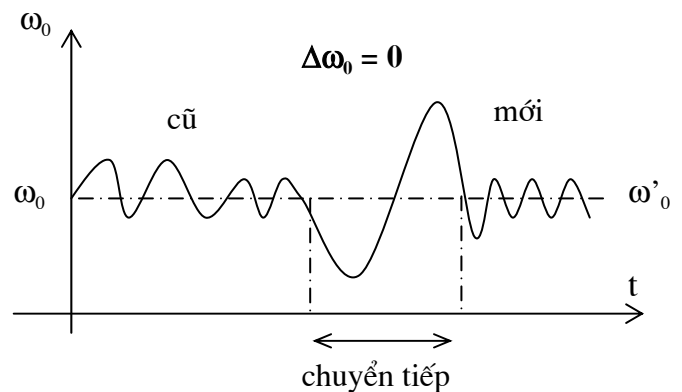
#### • Ưu điểm

- Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp phi tĩnh nhạy với những tín hiệu nhỏ, bởi vì năng lượng để dẫn động phần tử chấp hành không lấy trực tiếp từ phần tử nhạy mà thông qua phần tử khuếch đại.

- Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp phi tĩnh không để lại sai số tĩnh :

$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_0 = 0$ . Thật vậy, khi chế độ chuyển động bình ổn mới được xác lập, công cản  $A_C$  và do vậy công động  $A_D$  đã khác trước, do đó vị trí van V cũng khác trước. Tuy nhiên vị trí pittông 1 vẫn nằm tại vị trí đóng kín các cửa d và e, nghĩa là vẫn như trong chế độ bình ổn ban đầu, do

đó vị trí của con trượt D cũng như vận tốc góc  $\omega_0$  vẫn không khác trước :  $\omega_0 = \omega_0$  tức là sai số tĩnh  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_0 = 0$  (hình 8.4).



Hình 8.4:

#### • Nhược điểm

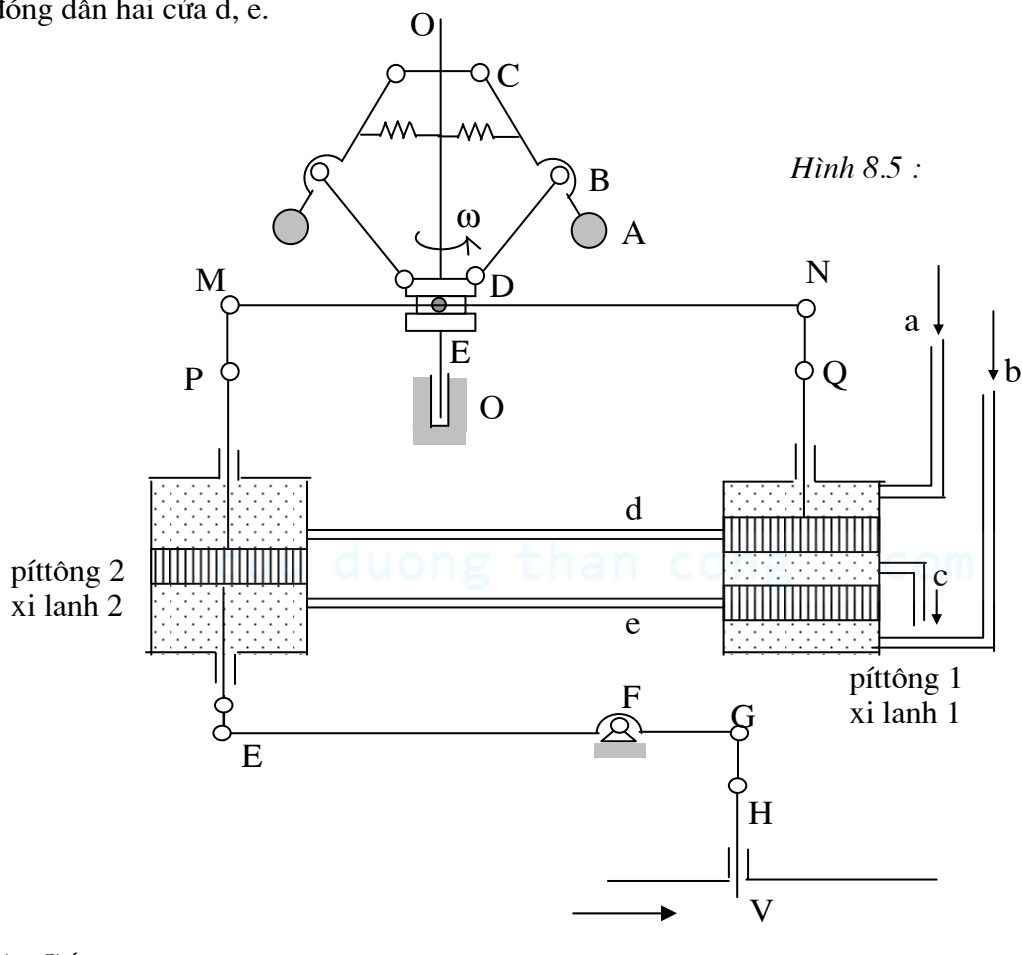
Trong bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp phi tĩnh có thể xảy ra hiện tượng mất ổn định động lực học : Thật vậy, khi công động  $A_D$  tăng lên để phục hồi chế độ chuyển động bình ổn thì  $\omega_0$  hiện đang giảm tăng trở lại, làm cho pittông 1 đi lên trở lại, trở về vị trí đóng kín hai cửa d và e. Chỉ khi nào pittông 1 đóng kín hoàn toàn hai cửa d và e thì van V mới ngừng hẳn, không mở rộng nữa. Tuy nhiên, do có quán tính, van V có thể đã mở quá mức cần thiết, làm

cho  $A_D$  lớn  $A_C$ , quá trình điều chỉnh ngược lại có thể xảy ra, khiến cho van V có thể dao động liên tục (hiện tượng này được gọi là hiện tượng mất ổn định động lực học).

## 2) Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp có liên hệ ngược cứng

Để khắc phục hiện tượng mất ổn định động lực học của bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp *phi tĩnh* thì cần phải đóng dần hai cửa d và e của xi lanh 1 ngay trong quá trình đóng mở van V, tức là ngay trong quá trình điều chỉnh.

Muốn vậy, phải có thêm một *liên hệ ngược* sao cho ngay khi hệ thống cánh tay đòn EFGH hoạt động đóng mở van V thì đồng thời, thông qua liên hệ ngược, cũng đưa pittông 1 về vị trí đóng dần hai cửa d, e.



### a) Cấu tạo

Tương tự như bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp *phi tĩnh*, nhưng ở đây có thêm liên hệ ngược. là hệ thống cánh tay đòn PMDNQ nối từ phần tử chấp hành EFGH đến pittông 1. Liên hệ ngược này được gọi là *liên hệ ngược cứng* vì hệ thống cánh tay đòn PMDNQ là hệ thống cứng, giữa tín hiệu ở đầu liên hệ ngược có quan hệ tỷ lệ (hình 8.5).

### b) Nguyên lý làm việc

- Khi máy chuyển động bình ổn, cơ cấu có một vị trí cân bằng nhất định ứng với một vị trí nhất định của con trượt D, hay ứng với một vận tốc góc trung bình  $\omega_0$  nhất định của trục quay OO'. Khi đó pittông nằm ở vị trí đóng kín các cửa d, e. Các khoang của pittông 2 được tức dầu, sẽ được giữ ở một vị trí xác định, ứng với một vị trí xác định của van V.
- Khi có sự thay đổi bất thường của tải trọng bên ngoài, ví dụ khi tải trọng tăng. Khi đó công cân  $A_C$  mà máy tiêu thụ tăng lên, vận tốc  $\omega_0$  giảm xuống, khiến lực nâng  $P_A$  giảm xuống, làm cho quả nặng A và con trượt D đi xuống. Do lúc bắt đầu quá trình điều chỉnh, hai khoang của pittông 2 được tức dầu, nên khi con trượt D đi xuống, điểm N và vì vậy pittông 1 cũng đi

xuống, mở ống a thông với d, ống e thông với c. Dầu cao áp từ a qua d vào khoang trên của pittông 2, dầu từ khoang dưới của pittông 2 qua e và c chảy ra ngoài, khiến cho pittông 2 đi xuống:

- Một mặt, thông qua hệ thống cánh tay đòn EFGH, mở rộng van V, tăng thêm chất sinh công đi vào động cơ, nhờ đó công động  $A_D$  tăng lên, *phục hồi* sự cân bằng giữa công động và công cản.

- Mặt khác, thông qua liên hệ ngược PMDNQ, kéo pittông 1 đi lên, đóng dần dần hai cửa d và e. Khi sự cân bằng giữa công động và công cản được phục hồi hoàn toàn thì pittông 1 cũng vừa đóng kín hai cửa d và e, van V không mở rộng thêm nữa. Nhờ vậy khắc phục được hiện tượng mất ổn định động lực học.

### c) Ưu nhược điểm

#### • Ưu điểm

Khắc phục được hiện tượng mất ổn định động lực học.

#### • Nhược điểm

Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp có liên hệ ngược *cứng* để lại sai số tĩnh khác 0. Thật vậy, khi chế độ chuyển động bình ổn *mới* được phục hồi, công động  $A_D$  và vì vậy vị trí van V khác trước. Do hệ thống cánh tay đòn HGFEPM là một hệ thống cứng nên vị trí điểm M cũng phải khác trước. Trong khi đó khi chuyển động bình ổn mới được tái lập, vị trí pittông 1 và do vậy vị trí điểm N vẫn như cũ, nên con trượt D phải có một vị trí mới khác trước ứng với một vận tốc góc  $\omega_0$  khác trước : sai số tĩnh  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_0 \neq 0$ .

### 3) Bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp có liên hệ ngược mềm

Để khắc phục nhược điểm là để lại sai số tĩnh khác 0 của bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm gián tiếp có liên hệ ngược cứng, đồng thời vẫn bảo đảm vẫn đảm bảo được tính ổn định động lực học của hệ thống, người ta phải dùng *liên hệ ngược mềm*. Liên hệ ngược mềm cũng nối từ điểm E đến điểm M như liên hệ ngược cứng, nhưng có bố trí thêm một lò xo và một bộ giảm chấn, nhờ đó quan hệ chuyển vị của hai điểm E và M không còn là tuyến tính.

Với liên hệ ngược mềm, hai nhược điểm là mất ổn định động lực học và sai số tĩnh khác không của các bộ điều chỉnh vận tốc ly tâm được khắc phục.

## §3. Nhận xét về cấu trúc của một hệ điều chỉnh tự động

Một hệ điều chỉnh tự động nói chung bao gồm (hình 8.6)

1. Đối tượng cần điều chỉnh với thông số cần điều chỉnh

2. Bộ điều chỉnh tự động gồm có các phần tử :

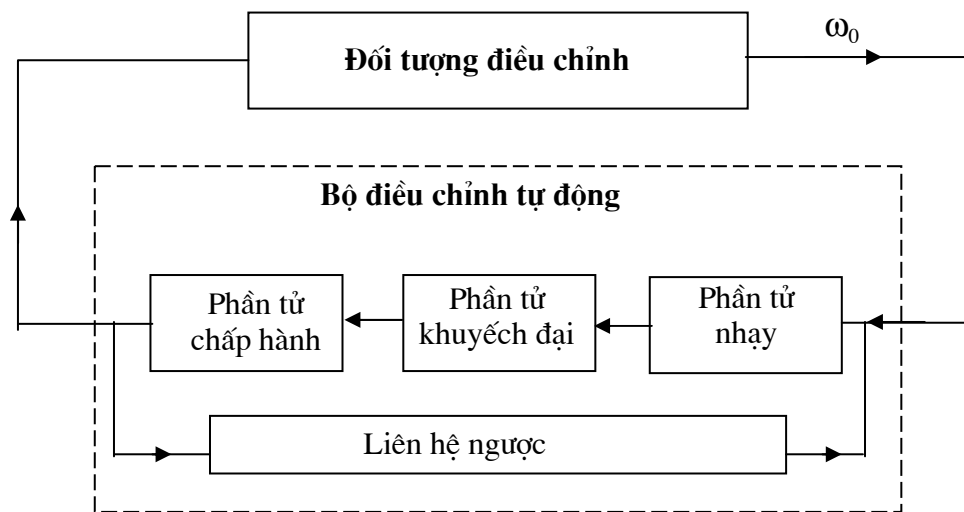
+ *Phần tử nhạy* : có nhiệm vụ phát hiện độ lệch của thông số điều chỉnh so với yêu cầu và đưa ra tín hiệu điều khiển.

+ *Phần tử khuếch đại* : nhằm tăng thêm công suất của tín hiệu điều khiển.

+ *Phần tử chấp hành*: có nhiệm vụ thực hiện động tác điều chỉnh đối tượng điều chỉnh để đưa thông số điều chỉnh trở về giá trị yêu cầu

+ Ngoài ra, còn có *liên hệ ngược* (hay còn gọi là phản hồi phụ) để cải thiện điều kiện làm việc của hệ thống.





Hình 8.6.



cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

## §1. Đại cương

### 1) Khái niệm về cơ cấu cam

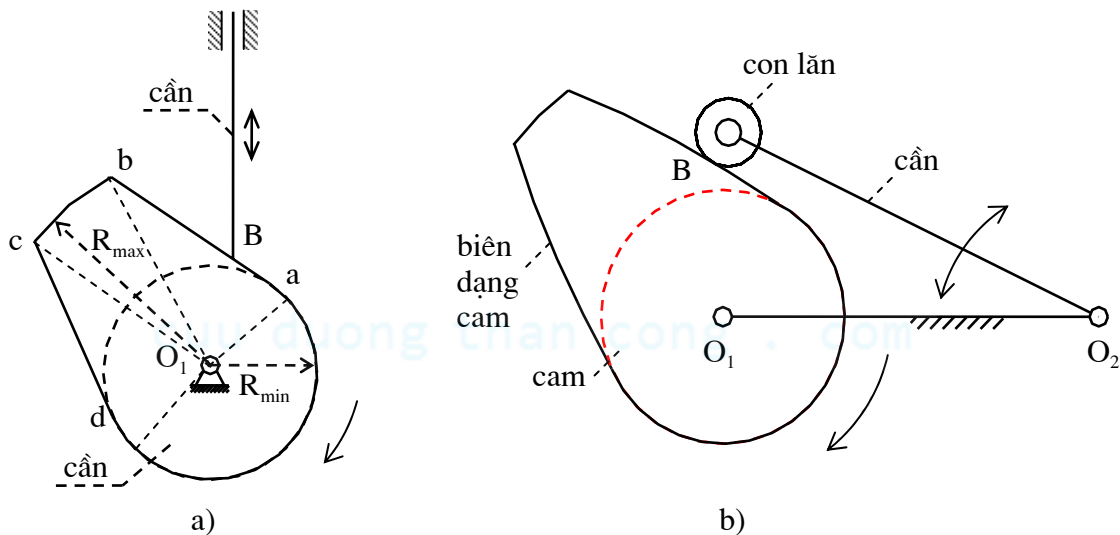
• Cơ cấu cam là cơ cấu có khớp cao, được dùng để tạo nên chuyển động qua lại (có thể có lúc dừng) theo một quy luật cho trước của khâu bị dẫn.

Khâu dẫn của cơ cấu được gọi là *cam*, còn khâu bị dẫn được gọi là *cần* (hình 9.1).

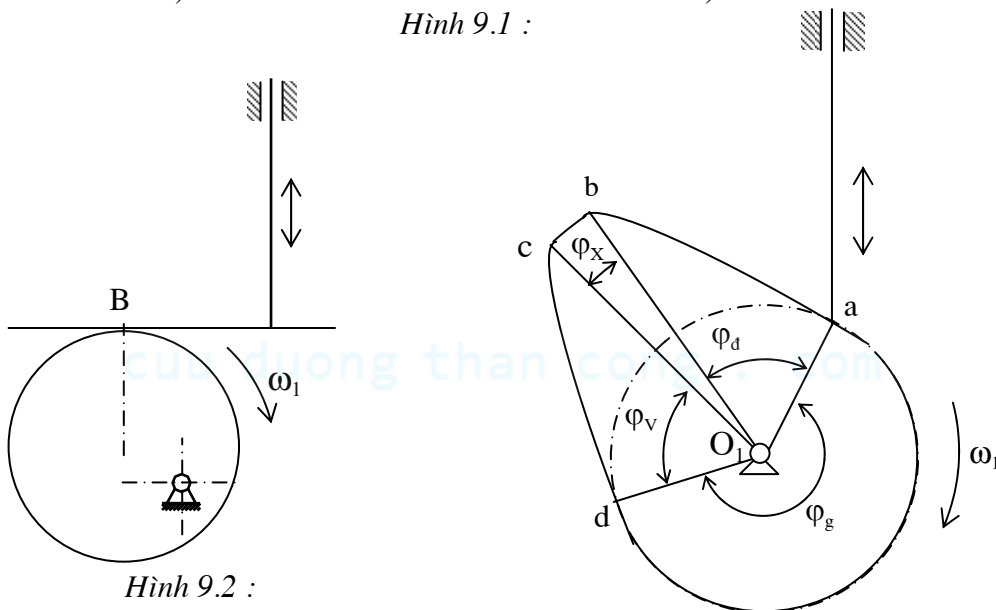
• Cơ cấu cam phẳng là cơ cấu cam, trong đó cam và cần chuyển động trong cùng một mặt phẳng hay trong các mặt phẳng song song với nhau. Trong chương này, chúng ta chỉ nghiên cứu ***cơ cấu cam phẳng***.

• Trong cơ cấu cam, cam và cần được nối với giá bằng khớp thấp (khớp trượt, khớp quay) và được nối với nhau bằng khớp cao. Thông thường, cam được nối với giá bằng khớp quay.

Khi cần nối với giá bằng khớp trượt, tức là cần chuyển động tịnh tiến qua lại, ta có cơ cấu cam *cần đẩy* (hình 9.1a). Khi cần nối với giá bằng khớp quay, tức là cần chuyển động lắc qua lại, ta có cơ cấu cam *cần lắc* (hình 9.1b).



Hình 9.1 :



Hình 9.2 :

Hình 9.3 : Các góc công nghệ

Thành phần khớp cao trên cam trong khớp cao nối cam với cần là một đường cong kín gọi là *biên dạng cam*. Bán kính vectơ lớn nhất của biên dạng cam là  $R_{max}$ , bán kính vectơ nhỏ nhất là  $R_{min}$  (hình 9.1).

Thành phần khớp cao trên cần trong khớp cao nối cần với cam có thể là một *điểm* hay một *đường thẳng*. Khi thành phần khớp cao này là một điểm, ta có *cần đáy nhọn* (hình 9.1a), còn khi nó là một đường thẳng, ta có *cần đáy bằng* (hình 9.2).

Để giảm ma sát và mòn, ta lắp trên cần đáy nhọn một con lăn, khi đó cần được gọi là *cần đáy lăn* (hình 9.1b).

- Xét cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn như trên hình 9.1a. Cam và cần tiếp xúc nhau tại điểm B. Biên dạng cam có bốn phần khác nhau : Hai cung tròn bc và da có tâm  $O_1$  và có bán kính lần lượt bằng  $R_{\max}$  và  $R_{\min}$ . Khi cho cam quay (1) quay liên tục, cần (2) sẽ chuyển động được nhờ sự thay đổi của bán kính vector  $\overline{O_1B}$  của điểm tiếp xúc B giữa cam và cần.

Với chiều quay của cam (1) như hình 9.1a, ta thấy khi điểm tiếp xúc B nằm trong cung ab, bán kính vector  $\overline{O_1B}$  tăng dần từ  $R_{\min}$  đến  $R_{\max}$  : cần đi xa dần tâm cam (từ vị trí gần đến vị trí xa tâm cam nhất), còn ứng với cung cd, bán kính vector  $\overline{O_1B}$  giảm dần : cần đi về gần tâm cam (từ vị trí xa đến vị trí gần tâm cam nhất), ứng với cung tròn bc (hay cung tròn ad), bán kính vector  $\overline{O_1B}$  không đổi : cần sẽ đứng yên ở vị trí xa tâm cam nhất (hay gần tâm cam nhất).

## 2) Các thông số cơ bản của cơ cấu cam

### a) Thông số hình học của cam

- Bán kính vector lớn nhất  $R_{\max}$  và bán kính vector nhỏ nhất  $R_{\min}$  của biên dạng cam.
- *Các góc công nghệ* là góc được xác định trên biên dạng cam ứng với các cung làm việc khác nhau của biên dạng này. Để cần chuyển động qua lại và có lúc dừng thì trên biên dạng cam phải có bốn góc công nghệ :

Góc công nghệ đi xa  $\gamma_d$  : ứng với giai đoạn cần đi xa tâm cam

Góc công nghệ đứng xa  $\gamma_x$  : ứng với giai đoạn cần đứng yên ở vị trí xa tâm cam nhất

Góc công nghệ về gần  $\gamma_v$  : ứng với giai đoạn cần về gần tâm cam

Góc công nghệ đứng gần  $\gamma_g$  : ứng với giai đoạn cần đứng yên ở vị trí gần tâm cam nhất

Để cần chuyển động qua lại, tối thiểu trên biên dạng cam phải có hai góc  $\gamma_d$  và  $\gamma_v$ .

### b) Thông số động học của cơ cấu cam

- Đối với cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn (hình 9.4a) :

Độ lệch tâm  $e = O_1H_0$ , trong đó  $H_0$  là chân của đường vuông góc hạ từ tâm cam  $O_1$  đến phương trượt xx của cần.

Khi  $e = 0$  tức là khi phương trượt xx đi qua  $O_1$ , ta có cơ cấu cam *cần đẩy chính tâm*.

Đối với cơ cấu cam cần lắc đáy nhọn (hình 9.4b) :

- Khoảng cách tâm cam - tâm cần  $l_{O_1O_2}$

- Chiều dài cần  $l_{O_2B_0}$  (chiều dài đoạn thẳng nối tâm cần và đáy nhọn của cần)

- *Các góc định kỳ* là góc quay của cam ứng với các giai đoạn chuyển động khác nhau của cần. Có bốn góc định kỳ tương ứng với bốn góc công nghệ nói trên :

Góc định kỳ đi xa  $\varphi_d$  ứng với giai đoạn cần đi xa dần tâm cam

Góc định kỳ đứng xa  $\varphi_x$  ứng với giai đoạn cần đứng yên ở vị trí xa tâm cam nhất

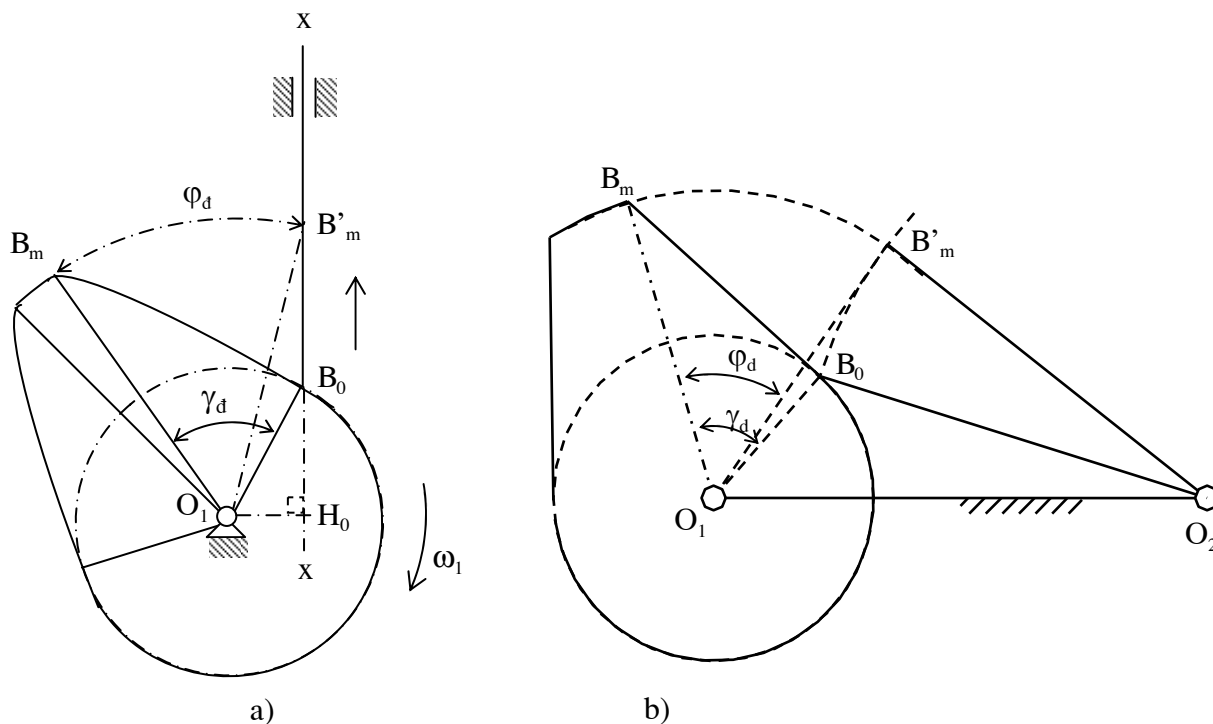
Góc định kỳ về gần  $\varphi_v$  ứng với giai đoạn cần đi về gần tâm cam

Góc định kỳ đứng gần  $\varphi_g$  ứng với giai đoạn cần đứng yên ở vị trí gần tâm cam nhất

- *Cách xác định góc định kỳ đi xa trong cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn (hình 9.4a)*

Gọi  $B_0$  và  $B_m$  là điểm đầu và điểm cuối của cung đi xa trên biên dạng cam :  $\widehat{B_0O_1B_m} = \gamma_d$ . Giả sử ban đầu cam và cần đang tiếp xúc nhau tại điểm  $B_0$ , lúc này đáy cần đang ở vị trí gần tâm cam  $O_1$  nhất. Gọi  $B'_m$  là giao điểm của vòng tròn tâm  $O_1$  bán kính  $R_{\max} = O_1B_m$  với phương trượt xx. Cho cam quay từ vị trí ban đầu đến khi điểm  $B_m$  đến trùng với điểm  $B'_m$ , khi đó đáy cần sẽ đến vị trí  $B'_m$  xa tâm cam  $O_1$  nhất. Như vậy, góc định kỳ đi xa bằng  $\varphi_d = \widehat{B_mO_1B'_m}$ .

Tương tự đối với cơ cấu cam cần lắc đẩy nhon (hình 9.4b), nếu gọi  $B'_m$  là giao điểm của vòng tròn tâm  $O_1$  bán kính  $R_{\max} = O_1B_m$  với vòng tròn tâm  $O_2$  bán kính  $l_{\text{cần}} = O_2B_0$  thì góc định kỳ đi xa bằng  $\varphi_d = \widehat{B_m O_1 B'_m}$ .



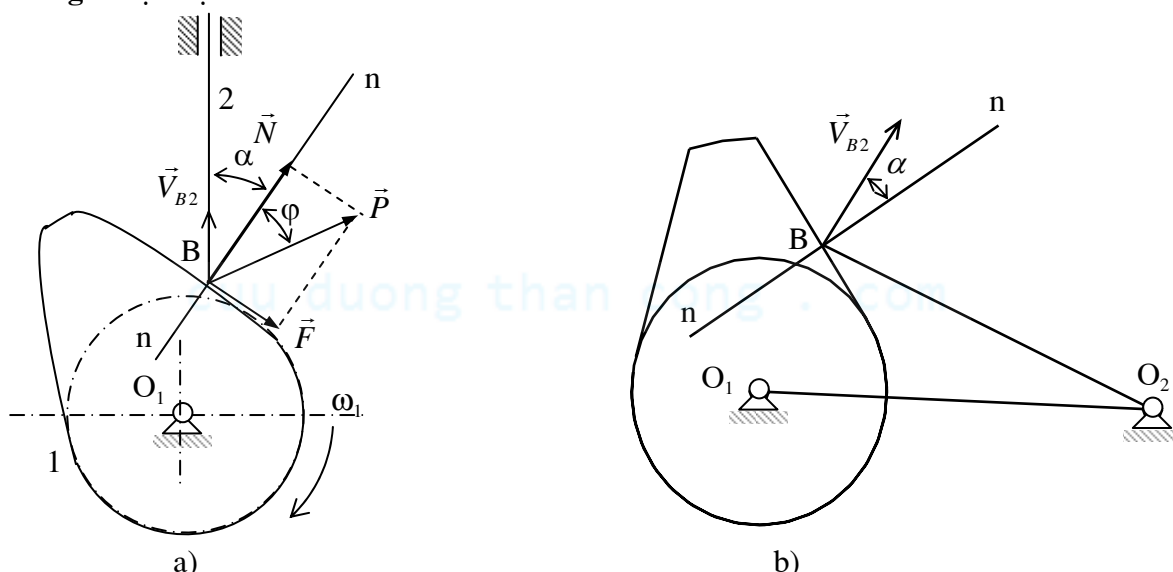
Hình 9.4 : Góc định kỳ  $\varphi_d$

- Nói chung các góc công nghệ và các góc định kỳ tương ứng không bằng nhau :

$$\gamma_d \neq \varphi_d; \quad \gamma_v \neq \varphi_v$$

Đối với cơ cấu cam cần đẩy nhon, để góc công nghệ và góc định kỳ tương ứng bằng nhau, thì phương trượt xx đi qua tâm cam  $O_1$ , tức là ứng với cơ cấu cam cần đẩy nhon chính tâm (hình 9.4a), còn đối với cơ cấu cam cần lắc đẩy nhon, phải có điều kiện : ba điểm  $O_1$ ,  $B_0$  và  $B'_m$  thẳng hàng (hình 9.4b).

### c) Thông số lực học của cơ cấu cam



Hình 9.5 : Góc áp lực đẩy cần

- Góc áp lực đẩy cần là góc hợp bởi pháp tuyến  $Bn$  của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B giữa cam và cần và vận tốc  $\vec{V}_{B2}$  của đẩy cần B tại vị trí này :  $\alpha = (Bn, \vec{V}_{B2})$  (hình 9.5).

Góc áp lực đẩy cần nói chung biến thiên theo vị trí tiếp xúc B giữa cam và cần.

- Góc áp lực đẩy cần đặc trưng cho khả năng truyền lực của cơ cấu cam. Thật vậy, xét cơ cấu cam cần đẩy đẩy nhọn trên hình 9.5a. Gọi  $\vec{N}$  và  $\vec{F}$  lần lượt là áp lực và lực ma sát từ cam tác dụng lên cần, và  $\vec{P} = \vec{N} + \vec{F}$  thì công suất được truyền từ cam sang cần:  $W = P.V_{B2} \cdot \cos(\alpha + \varphi)$  với  $\varphi$  là góc ma sát giữa cam và cần. Khi góc áp lực  $\alpha$  càng bé, công suất truyền động càng lớn, hay nói khác đi hiệu quả của lực đẩy  $\vec{P}$  càng lớn.

## §2. Phân tích động học cơ cấu cam

Nội dung của bài toán phân tích động học cơ cấu cam :

- + *Số liệu cho trước* : Lược đồ động của cơ cấu cam, quy luật chuyển động của cam.

- + *Yêu cầu* : Xác định quy luật chuyển động của cần, cụ thể là xác định quy luật chuyển vị, quy luật vận tốc và quy luật gia tốc của cần.

Trong chương này chủ yếu giới thiệu phương pháp đồ thị (phương pháp vẽ dựng – dựng hình).

### 1) Bài toán chuyển vị

- + *Số liệu cho trước* : Lược đồ động của cơ cấu cam.

- + *Yêu cầu* : Xác định quy luật chuyển vị của cần theo góc quay  $\varphi$  của cam, cụ thể là quy luật biến thiên góc lắc  $\psi = \psi(\varphi)$  của cần theo góc quay  $\varphi$  của cam đối với cơ cấu cam cần lắc, quy luật chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần theo góc quay  $\varphi$  của cam đối với cơ cấu cam cần đẩy.

#### a) Xác định quy luật chuyển vị của cần trong cơ cấu cam cần đẩy đẩy nhọn

- Ứng với cung đứng xa và cung đứng gần trên biên dạng cam, chuyển vị  $s$  của cần là không đổi, do đó ta chỉ cần xác định chuyển vị của cần ứng với cung đi xa và cung về gần.

- Giả sử ban đầu cần và cam đang tiếp xúc nhau tại điểm gần tâm cam nhất  $B_0$  (điểm đầu của cung đi xa). Gọi  $H_0$  là chân đường vuông góc hạ từ  $O_1$  xuống phương trượt  $xx$  của cần. Tại vị trí ban đầu này, phương trượt  $xx$  tiếp xúc với vòng tròn tâm sai (có tâm là  $O_1$ , có bán kính bằng  $e = O_1H_0$ ) tại điểm  $H_0$ .

- Chuyển vị của cần so với giá không phụ thuộc vào việc chọn khâu nào làm hệ quy chiếu, do đó ta có thể xét chuyển vị của cần so với giá trong hệ quy chiếu gắn liền với cam, tức là xét trong chuyển động tương đối của cơ cấu đối với cam.

Trong chuyển động tương đối này, cam coi như đứng yên, còn cần và giá coi như quay xung quanh tâm cam  $O_1$  với vận tốc góc bằng  $-\omega_1$ , tuy nhiên phương trượt  $xx$  của cần vẫn luôn tiếp xúc với vòng tròn tâm sai ( $O_1, e$ ).

Khi cho giá quay từ vị trí ban đầu ứng với điểm  $H_0$  đến vị trí mà điểm tiếp xúc giữa phương trượt  $xx$  và vòng tròn ( $O_1, e$ ) là  $H_i$  thì góc quay của giá trong chuyển động tương đối bằng :

$\varphi_i = \widehat{H_0O_1H_i}$ . Góc quay  $\varphi_i = \widehat{H_0O_1H_i}$  cũng chính bằng góc quay của cam trong chuyển động tuyệt đối (hình 9.6).

Lấy điểm tiếp xúc  $H_i$  làm gốc để xác định chuyển vị  $s_i$  của cần so với giá, gọi  $B_i$  là điểm tiếp xúc giữa cam và cần trong chuyển động tương đối ( $B_i$  là giao điểm của biên dạng cam và đường thẳng qua  $H_i$  tiếp xúc với vòng tròn ( $O_1, e$ )) thì  $s_i = \overline{H_iB_i}$  chính là chuyển vị tương ứng của cần so với giá trong chuyển động tương đối.

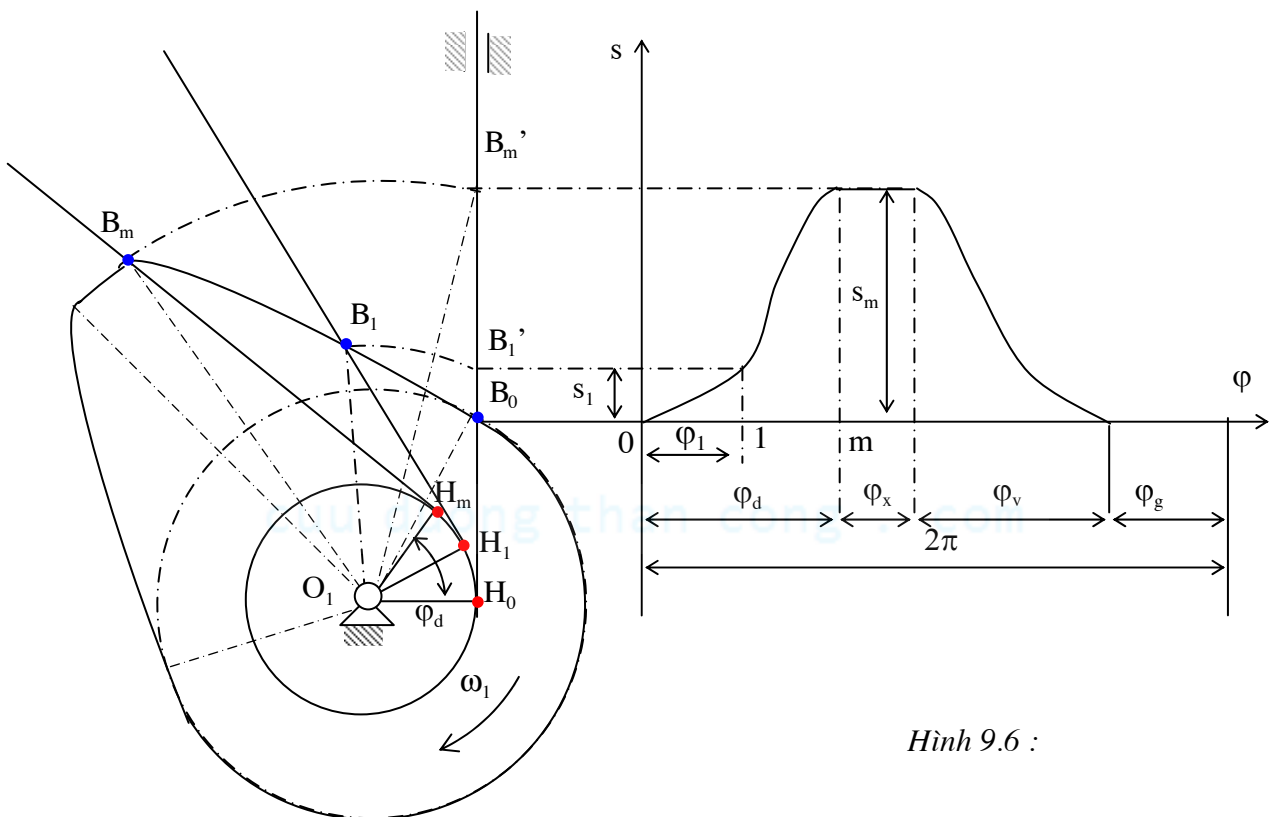
Như vậy, trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu,  $s_i = \overline{H_iB_i}$  chính là chuyển vị của cần so với giá tương ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{H_0O_1H_i}$  của cam.

- Từ đó có thể xây dựng đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần theo trình tự sau đây :

- Xác định góc định kỳ đi xa  $\varphi_d$  : Vẽ vòng tròn tâm sai ( $O_1, e$ ). Qua  $B_m$ , kẻ đường thẳng tiếp xúc với vòng ( $O_1, e$ ), điểm tiếp xúc là  $H_m$ . Suy ra :  $\varphi_d = \widehat{H_0O_1H_m}$

- Chia vòng tròn ( $O_1, e$ ) thành  $n$  phần đều nhau bằng các điểm  $H_0, H_1, H_2, \dots, H_i, \dots, H_m$ .

- Từ  $H_i$ , kẻ tiếp tuyến với vòng tròn  $(O_1, e)$  cắt biên dạng cam tại điểm  $B_i$ . Suy ra:  $s_i = \overline{H_i B_i}$  chính là chuyển vị của cần ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{H_0 O_1 H_i}$  của cam.
- Với các cặp  $(\varphi_i, s_i)$  khác nhau, ta xây dựng được đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần ứng với góc định kỳ đi xa  $\varphi_d$ .
- Tiến hành tương tự như trên để xây dựng đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần ứng với góc định kỳ về gần  $\varphi_v$ .
- Ứng với các góc định kỳ đi xa  $\varphi_x$  và về gần  $\varphi_g$ , đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần là các đoạn thẳng nằm ngang.



Hình 9.6 :

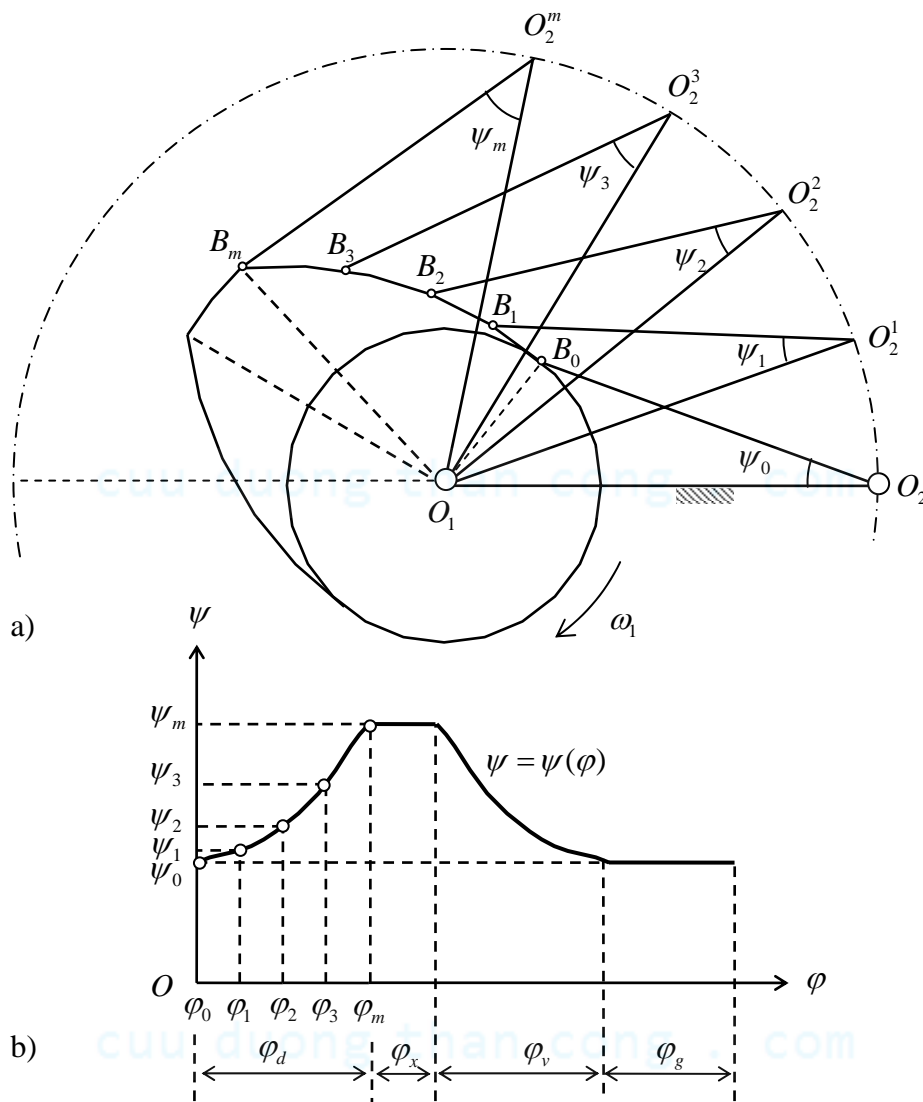
### b) Xác định quy luật chuyển vị của cần trong cơ cấu cam cần lắc đáy nhọn

- Tương tự như trong cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn, ta cũng xét chuyển động tương đối của cơ cấu đối với cam. Trong chuyển động tương đối này, cần và giá quay xung quanh tâm cam  $O_1$  với vận tốc góc bằng  $-\omega_1$ , tâm cần  $O_2$  vạch nên vòng tròn tâm cần tâm (có tâm  $O_2$  và bán kính  $l_{\text{cần}} = O_2 B_0$ ). Khi cho giá quay theo chiều  $-\omega_1$ , từ vị trí ban đầu ứng  $O_1 O_2$  đến vị trí  $O_1 O_2^i$ , tức là quay một góc  $\varphi_i = \widehat{O_2 O_1 O_2^i}$  thì điểm tiếp xúc giữa cam và cần di chuyển đến vị trí  $B_i$ , giao điểm của vòng tròn tâm  $O_2^i$  bán kính  $l_{\text{cần}}$  với biên dạng cam. Góc lắc tương ứng của cần so với giá sẽ bằng:  $\psi_i = \widehat{O_1 O_2^i B_i}$ .

Như vậy, trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu,  $\psi_i = \widehat{O_1 O_2^i B_i}$  chính là góc lắc của cần so với giá ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{O_2 O_1 O_2^i}$  của cam (hình 9.7).

- Từ đó có thể xây dựng đồ thị biến thiên góc lắc  $\psi = \psi(\varphi)$  của cần theo trình tự sau đây :

- Xác định góc định kỳ đi xa  $\varphi_d$  : Vẽ vòng tròn tâm cần ( $O_2, l_{\text{cần}}$ ). Vẽ vòng tròn tâm  $B_m$ , bán kính  $l_{\text{cần}}$ , cắt vòng tròn tâm cần tại  $O_2^m$ . Ta có :  $\varphi_d = \widehat{O_2 O_1 O_2^m}$ .
- Chia vòng tròn tâm cần thành n phần đều nhau bằng các điểm  $O_2, O_2^1, O_2^2, \dots, O_2^i, \dots, O_2^m$ .
- Từ  $O_2^i$ , vẽ vòng tròn tâm  $O_2^i$  bán kính  $l_{\text{cần}}$ , cắt biên dạng cam tại  $B_i$ . Suy ra  $\psi_i = \widehat{O_1 O_2^i B_i}$  chính là chuyển vị góc của cần ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{O_2 O_1 O_2^i}$  của cam.
- Với các cặp  $(\varphi_i, \psi_i)$  khác nhau, ta xây dựng được đồ thị chuyển vị  $\psi = \psi(\varphi)$  của cần tương ứng với góc định kỳ đi xa  $\varphi_d$ .
- Tiến hành tương tự như trên để xây dựng đồ thị  $\psi = \psi(\varphi)$  của cần tương ứng với  $\varphi_v$ ,  $\varphi_x$  và  $\varphi_g$ .



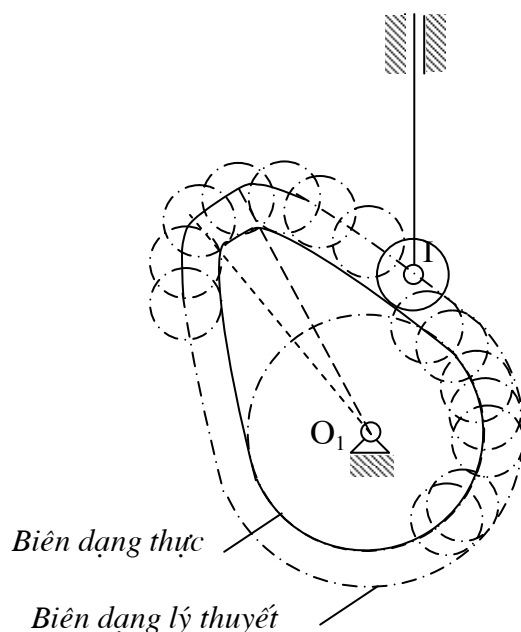
Hình 9.7 :

### c) Xác định quy luật chuyển vị của cần trong cơ cấu cam cần đáy lăn

- Trong chuyển động tương đối của cơ cấu đối với cam, tâm I của con lăn vạch nên một đường cong cách đều biên dạng cam một khoảng bằng bán kính  $r_l$  của con lăn. Đường cong cách đều này gọi là *biên dạng cam lý thuyết*, còn biên dạng cam ban đầu gọi là *biên dạng cam thực*. Như vậy bài toán phân tích động học cơ cấu cam cần đáy lăn được quy về bài toán phân tích động học cơ cấu cam cần đáy nhọn với đáy nhọn nằm tại tâm I của con lăn, còn biên dạng được sử dụng khi phân tích động học là biên dạng cam lý thuyết.

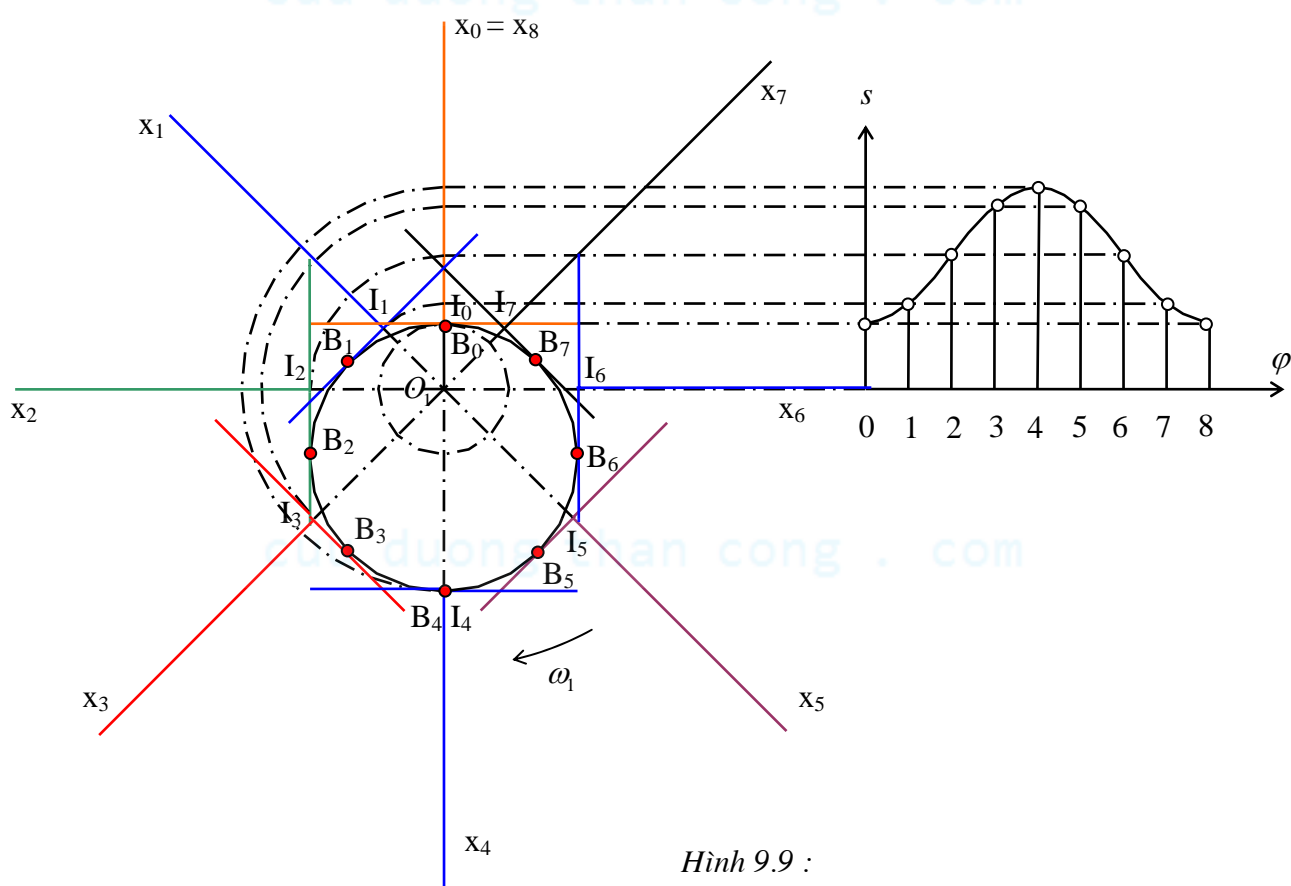


- Cách vẽ biên dạng cam lý thuyết từ biên dạng cam thực : Vẽ một họ vòng tròn con lăn có tâm nằm trên biên dạng thực, có bán kính bằng  $r_L$ . Bao hình của họ vòng tròn nói trên chính là biên dạng cam lý thuyết tương ứng (hình 9.8).



Hình 9.8 : Cách vẽ biên dạng cam lý thuyết từ biên dạng thực

**d) Xác định quy luật chuyển vị của cần trong cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng**



Hình 9.9 :

- Tương tự như trong cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn, ta cũng xét chuyển động tương đối của cơ cấu đối với cam. Trong chuyển động tương đối này, cần và giá coi như quay quanh tâm cam  $O_1$

với vận tốc góc bằng  $-\omega_1$ , tuy nhiên phương trượt xx của cần vẫn luôn đi qua  $O_1$  (hình 9.9). Khi cho giá quay theo chiều  $-\omega_1$ , từ vị trí ban đầu  $O_1x_0$  đến vị trí  $O_1x_i$ , tức là quay được một góc  $\varphi_i = \widehat{x_0O_1x_i}$ , thì điểm tiếp xúc giữa đáy cần và cam di chuyển đến vị trí  $B_i$ . Nếu lấy tâm cam  $O_1$  làm gốc để xác định chuyển vị  $s_i$  của cần so với giá, thì  $s_i = \overline{O_1I_i}$  chính là chuyển vị tương ứng của cần so với giá trong chuyển động tương đối.

Như vậy, trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu,  $s_i = \overline{O_1I_i}$  chính là chuyển vị của cần so với giá tương ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{x_0O_1x_i}$  của cam.

• Từ đó có thể xây dựng đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần theo trình tự sau đây :

- Qua tâm cam  $O_1$ , các kẻ đường thẳng  $O_1x_i$  phân bố đều xung quanh  $O_1$ . Suy ra :  $\varphi_i = \widehat{x_0O_1x_i}$
- Kẻ đường thẳng  $I_1B_i$  vuông góc với  $O_1x_i$  và tiếp xúc với biên dạng cam tại  $B_i$ . Suy ra  $s_i = \overline{O_1I_i}$  chính là chuyển vị của cần ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{x_0O_1x_i}$  của cam.
- Với các cặp  $(\varphi_i, s_i)$  khác nhau, ta xây dựng được đồ thị chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần.

## 2) Bài toán vận tốc và gia tốc

### • Nội dung của bài toán vận tốc và gia tốc

+ *Số liệu cho trước* : Lược đồ động của cơ cấu cam, vận tốc góc  $\omega_1$  của cam.

Giả thiết  $\omega_1 =$  hằng số (tức là gia tốc góc của cam :  $\varepsilon_1 = 0$ ).

+ *Yêu cầu* : Xác định quy luật vận tốc và gia tốc của cần theo góc quay  $\varphi$  của khâu dẫn. Đối với cần đẩy, quy luật vận tốc (dài) và gia tốc (dài) là  $v = v(\varphi)$  và  $a = a(\varphi)$ . Đối với cần lắc, quy luật vận tốc (góc) và gia tốc (góc) là  $\omega = \omega(\varphi)$  và  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$ .

• Trước đây, khi giải bài toán vận tốc và gia tốc, ta đã dùng *phương pháp hoạ đồ vectơ*. Phương pháp này được sử dụng chủ yếu cho các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp. Đối với cơ cấu cam là cơ cấu có khớp cao, để thuận tiện ta sử dụng phương pháp *đồ thị động học*.

Sau đây sẽ giải bài toán vận tốc và gia tốc cho cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn.

### • Bài toán vận tốc

Ta có :

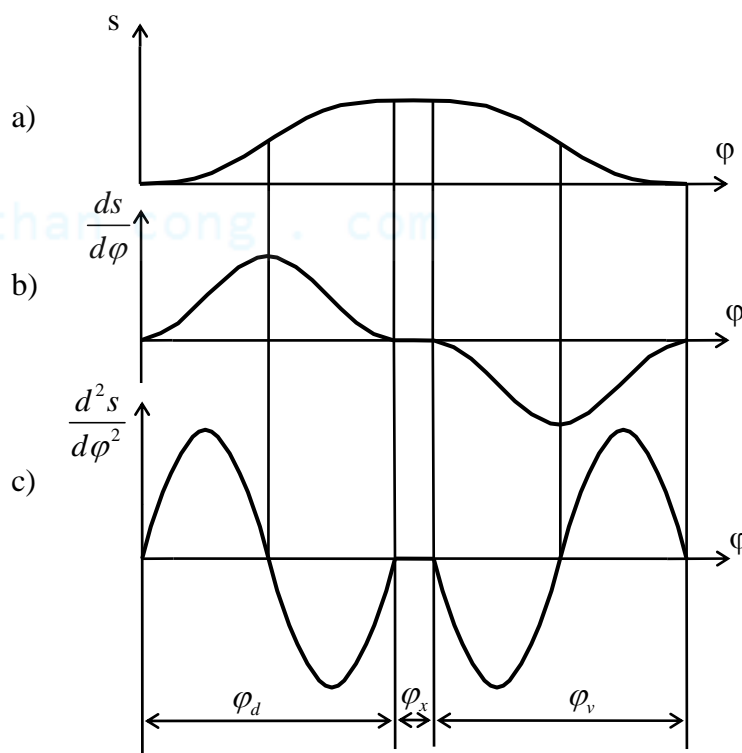
$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega_1 \frac{ds}{d\varphi} \quad (9.1)$$

Từ đồ thị chuyển vị  $s(\varphi)$ , dùng phương pháp vi phân đồ thị, ta suy được đồ thị  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$  (hình 9.10b).

Do  $\omega_1 =$  hằng số, nên từ biểu thức (9.1) ta thấy đồ thị  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$  cũng có thể dùng để biểu diễn vận tốc dài  $v(\varphi)$  của cần.

### • Bài toán gia tốc

Ta có :



Hình 9.10 : Đồ thị vận tốc và gia tốc của cần

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \omega_1 \frac{ds}{d\varphi} \right) = \frac{d\omega_1}{dt} \frac{ds}{d\varphi} + \omega_1 \frac{d^2s}{dt d\varphi} = \varepsilon_1 \frac{ds}{d\varphi} + \omega_1 \frac{d\varphi}{dt} \frac{d^2s}{d\varphi^2} = \varepsilon_1 \frac{ds}{d\varphi} + \omega_1^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2}$$

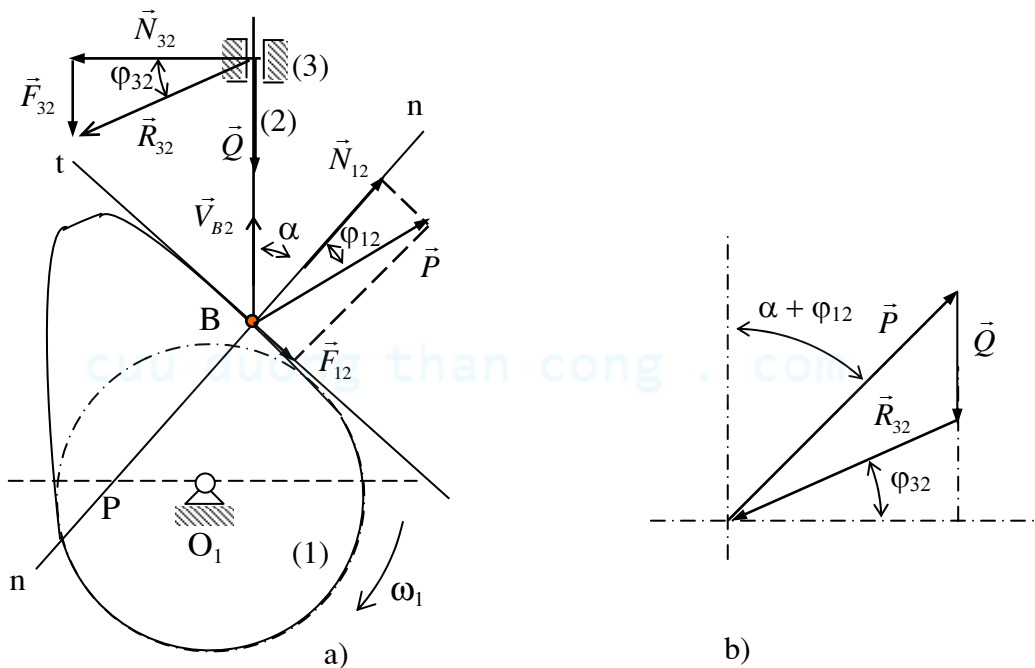
$$\text{Do : } \varepsilon_1 = 0 \Rightarrow a = \omega_1^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2} \quad (9.2)$$

Từ đồ thị  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ , dùng phương pháp vi phân đồ thị, ta suy được đồ thị  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$  (hình 9.10c). Do

$\omega_1 = \text{hằng số}$ , nên biểu thức (9.2) cho thấy đồ thị  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$  cũng có thể dùng để biểu diễn gia tốc  $a(\varphi)$  của cần.

### §3. Phân tích lực trên cơ cấu cam

#### 1) Lực tác dụng trên cơ cấu cam - Góc áp lực tới hạn và góc áp lực cực đại cho phép



Hình 9.11 :

Hãy xét cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn (hình 9.11a). Gọi B là điểm tiếp xúc giữa cam và cần, nn là pháp tuyến của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B.

• Lực tác dụng lên cần bao gồm :

+ Lực từ cam tác động lên cần :

Áp lực  $\vec{N}_{12}$  nằm theo phương pháp tuyến nn.

Lực ma sát  $\vec{F}_{12}$  vuông góc với pháp tuyến nn.

Gọi  $\vec{P}$  là hợp lực của  $\vec{N}_{12}$  và  $\vec{F}_{12}$  :  $\vec{P} = \vec{N}_{12} + \vec{F}_{12}$ . Góc giữa  $\vec{P}$  và  $\vec{N}_{12}$  bằng  $\varphi_{12}$  với  $\varphi_{12}$  là góc ma sát giữa cam và cần.

+ Tải trọng  $\vec{Q}$  (bao gồm trọng lượng, lực quán tính của cần, lực phục hồi của lò xo bảo toàn khớp cao giữa cam và cần...).

+ Lực từ giá tác động lên cần :

Áp lực  $\vec{N}_{32}$  vuông góc với phương trượt xx của cần.

Lực ma sát  $\vec{F}_{32}$  song song với phương trượt xx của cần.

Gọi  $\vec{R}_{32}$  là hợp lực của  $\vec{N}_{32}$  và  $\vec{F}_{32}$  :  $\vec{R}_{32} = \vec{N}_{32} + \vec{F}_{32}$ . Góc giữa  $\vec{R}_{32}$  và  $\vec{N}_{32}$  bằng  $\varphi_{32}$  với  $\varphi_{32}$  là góc ma sát giữa cần và giá.

- Điều kiện cân bằng lực của cần cho ta :  $\vec{R}_{32} + \vec{P} + \vec{Q} = 0$

Từ hoạ đồ lực trên hình 9.11b, suy ra :

$$\frac{P}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{32}\right)} = \frac{Q}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi_{32} - \varphi_{12}\right)} \Rightarrow \boxed{P = Q \frac{\cos \varphi_{32}}{\cos(\alpha + \varphi_{32} + \varphi_{12})}} \quad (9.3)$$

- Từ biểu thức (9.3) ta thấy khi  $\alpha + \varphi_{32} + \varphi_{12} = \frac{\pi}{2}$  thì  $P \rightarrow \infty$ . Điều này có nghĩa là ngay khi lực

cần Q rất nhỏ, cho dù giá trị của lực đẩy  $\vec{P}$  có giá trị lớn bao nhiêu đi nữa, cơ cấu vẫn không thể chuyển động được : cơ cấu cam rơi vào trạng thái *tự hãm*.

Góc áp lực ứng với khi cơ cấu bị tự hãm gọi là *góc áp lực tới hạn* và được ký hiệu là  $\alpha_{th}$  :

$$\boxed{\alpha_{th} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{32} - \varphi_{12}}$$

Như vậy, khi  $\alpha \leq \alpha_{th}$  thì cơ cấu cam bị tự hãm.

- Để tránh hiện tượng tự hãm của cơ cấu, hơn thế nữa để cho cơ cấu làm việc được nhẹ nhàng, bảo đảm một hiệu suất hợp lý, phải thiết kế sao cho *tại mọi vị trí tiếp xúc* giữa đáy cần và cam, góc áp lực đáy cần phải nhỏ hơn hay bằng một *giá trị cực đại cho phép*  $[\alpha_{max}]$  :

$$\boxed{\forall \alpha_i : \alpha_i \leq [\alpha_{max}]}$$

Trong đó :

$$[\alpha_{max}] < \alpha_{th}$$

## 2) Quan hệ giữa góc áp lực, vị trí tâm cam và quy luật chuyển động của cần

### - Xác định góc áp lực và pháp tuyến của biên dạng cam

#### a) Trường hợp cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn

- Hãy xét cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn (hình 9.12). Giả sử cam và cần đang tiếp xúc nhau tại điểm B, tại đó pháp tuyến với biên dạng cam là nn. Hạ  $O_1H_0$  vuông góc với phương trượt xx của cần. Góc giữa pháp tuyến nn và vận tốc  $\vec{V}_{B_2}$  của điểm tiếp xúc B trên đáy cần chính là góc áp lực đáy cần  $\alpha$ .

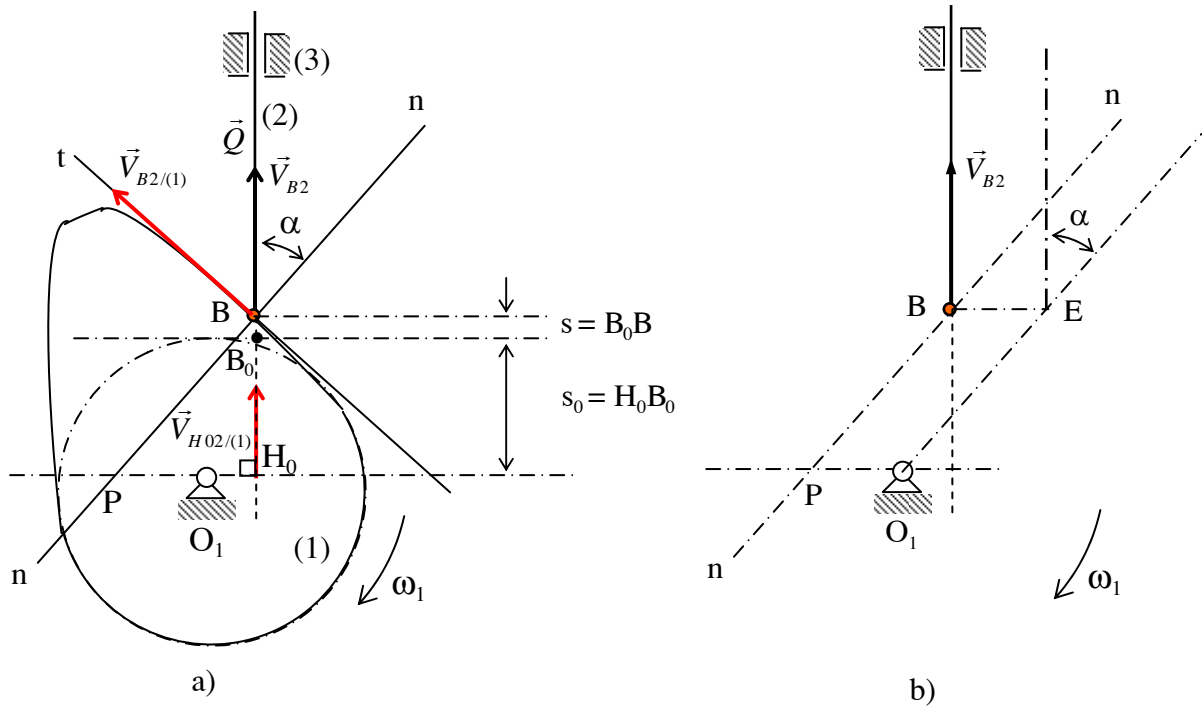
- Ta hãy tìm tâm quay tức thời của cần trong chuyển động tương đối đối với cam.

Trong chuyển động tương đối này, vận tốc của điểm  $B_2$  trên đáy cần là  $\vec{V}_{B_2/(1)}$  vuông góc với pháp tuyến nn, còn vận tốc của điểm  $H_0$  trên cần là  $\vec{V}_{H_0/(1)}$  vuông góc với  $O_1H_0$ . Do đó, tâm quay tức thời của cần trong chuyển động tương đối đối với cam là điểm  $P = O_1H_0 \cap nn$ .

Nếu gọi  $P_1$  và  $P_2$  là hai điểm lần lượt thuộc khâu (1) và (2) hiện đang trùng nhau tại P, thì trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu, ta có :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{P_1} &= \vec{V}_{P_2} \\ \Rightarrow \omega_1 PO_1 &= \left| \frac{ds}{dt} \right| \text{ với } s \text{ là chuyển vị của cần.} \\ \Rightarrow PO_1 &= \left| \frac{ds}{d\varphi} \right| \text{ với } \varphi \text{ góc quay của cam.} \end{aligned}$$

Hơn nữa, trên hình 9.12a ta thấy phương chiều của vectơ  $\overrightarrow{PO_1}$  là phương chiều của vectơ  $\vec{V}_{B_2}$  quay đi  $90^\circ$  theo chiều của  $\omega_1$ .



Hình 9.12 :

- Tại vị trí tiếp xúc B giữa cam và cần (hình 9.12a), ta có :

$$tg\alpha = \frac{PH_0}{H_0B} = \frac{PO_1 + O_1H_0}{H_0B} \Rightarrow tg\alpha = \frac{\left| \frac{ds}{d\varphi} \right| + e}{s_0 + s} \quad (9.4)$$

Trong đó :  $s$  là chuyển vị của cần (gốc để xác định chuyển vị  $s$  là  $B_0$ , vị trí gần tâm cam nhất của đáy cần),  $e$  là độ lệch tâm của cơ cấu cam.

Hệ thức (9.4) cho ta mối quan hệ giữa góc áp lực đáy cần, vị trí tâm cam (tâm sai  $e$ ) và quy luật chuyển động của cần ( $s$  và  $\frac{ds}{d\varphi}$ ).

- *Xác định góc áp lực và pháp tuyến của biên dạng cam*

Nếu biết vị trí B của đáy cần (B cũng là điểm tiếp xúc giữa đáy cần và biên dạng cam), tâm cam  $O_1$ , vận tốc  $\vec{V}_{B2}$  của điểm B trên đáy cần và giá trị  $\frac{ds}{d\varphi}$  tương ứng thì có thể xác định được góc áp lực đáy cần  $\alpha$  và pháp tuyến  $nn$  của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B nói trên như sau: Dụng điểm E với  $BE = \left| \frac{ds}{d\varphi} \right|$ , phương chiều của vectơ  $\vec{BE}$  là phương chiều của vectơ  $\vec{V}_{B2}$  quay đi  $90^\circ$  theo chiều của  $\omega_1$ . Nối  $O_1E$ . Do  $\vec{BE} = \vec{PO_1}$  nên  $PO_1EB$  là một hình bình hành. Do đó  $O_1E$  song song với  $PB$ , nghĩa là pháp tuyến  $nn$  của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B song song với  $O_1E$ ; góc giữa  $\vec{V}_{B2}$  và  $O_1E$  chính là góc áp lực đáy cần (hình 9.12b).

#### b) Trường hợp cơ cấu cam cần lắc đáy nhon

- Trong chuyển động tương đối của cơ cấu đối với cam, vận tốc  $\vec{V}_{B2}/(1)$  của điểm  $B_2$  trên cần vuông góc với pháp tuyến  $nn$  của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B, vận tốc  $\vec{V}_{O2}/(1)$  của điểm  $O_2$

trên cần vuông góc với  $O_1O_2$ . Do đó tâm quay tức thời P trong chuyển động tương đối giữa cần và cam là  $P = O_1O_2 \cap nn$  (hình 9.13a).

- Tương tự như trong cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn, ta cũng tìm được mối quan hệ giữa góc áp lực đáy cần  $\alpha$ , vị trí tâm cam  $O_1$ , vị trí tâm cần  $O_2$  và quy luật chuyển động của cần ( $\psi$  và  $\frac{d\psi}{d\varphi}$ ).

- *Xác định góc áp lực và pháp tuyến của biên dạng cam*

+ Do P là tâm quay tức thời, nên trong chuyển động tuyệt đối, ta có :

$$\vec{V}_{P1} = \vec{V}_{P2} \Rightarrow \omega_1 PO_1 = \left| \frac{d\psi}{dt} \right| PO_2 \Rightarrow PO_1 = \left| \frac{d\psi}{d\varphi} \right| PO_2 \quad (9.5)$$

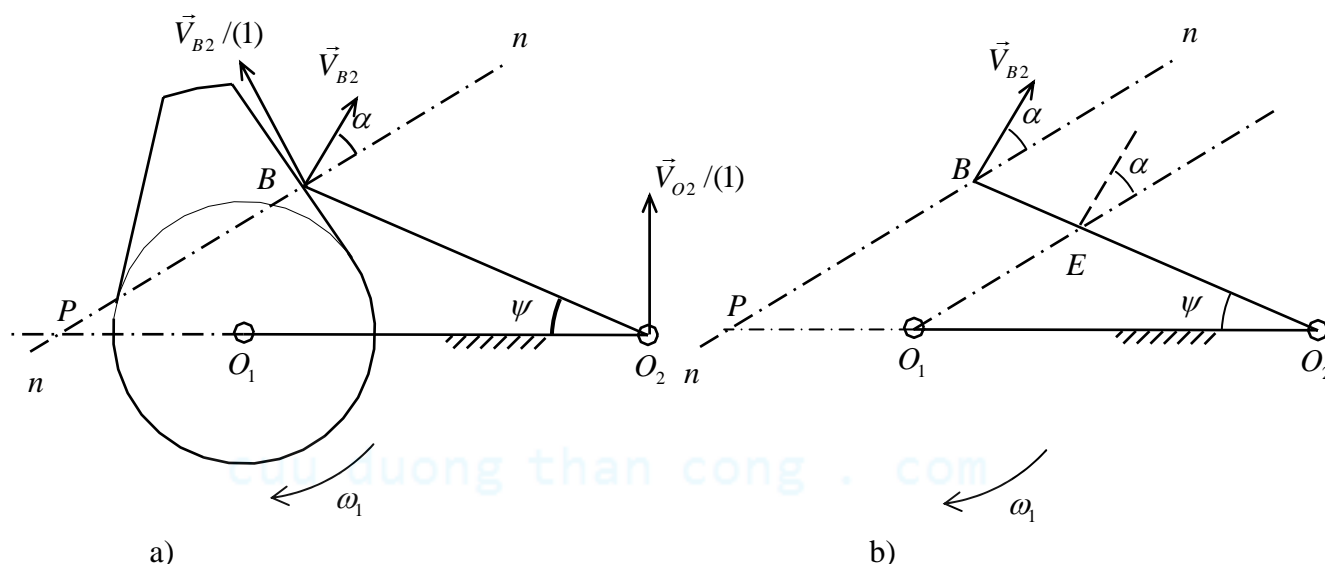
Từ  $O_1$  kẻ đường thẳng  $O_1E$  song song với PB, suy ra :  $\frac{PO_1}{PO_2} = \frac{BE}{l_{can}}$

Kết hợp với biểu thức (9.5), suy ra :  $BE = l_{can} \left| \frac{d\psi}{d\varphi} \right|$ .

Hơn thế nữa, phương chiều của vectơ  $\vec{BE}$  chính là phương chiều của vectơ  $\vec{V}_{B2}$  quay  $90^\circ$  theo chiều  $\omega_1$ .

+ Như vậy nếu biết vị trí B của đáy cần, tâm cam  $O_1$ , vận tốc  $\vec{V}_{B2}$  của điểm B trên đáy cần và giá trị  $\frac{d\psi}{d\varphi}$  tương ứng thì có thể xác định được góc áp lực đáy cần  $\alpha$  và phương của pháp tuyến nn của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B như sau :

Dựng điểm E với  $BE = l_{can} \left| \frac{d\psi}{d\varphi} \right|$ , phương chiều của vectơ  $\vec{BE}$  là phương chiều của vectơ  $\vec{V}_{B2}$  quay  $90^\circ$  theo chiều  $\omega_1$ . Nối  $O_1E$ . Pháp tuyến nn sẽ song song với  $O_1E$  và góc giữa  $O_1E$  và  $\vec{V}_{B2}$  chính là góc áp lực đáy cần.



Hình 9.13 :

#### §4. Tổng hợp cơ cấu cam

- **Nội dung của bài toán tổng hợp cơ cấu cam :**

Cho trước quy luật chuyển động của cần, phải thiết kế cơ cấu cam thực hiện được quy luật chuyển động này.

Với cơ cấu cam cần đẩy : quy luật chuyển vị  $s = s(\varphi)$  của cần theo góc quay  $\varphi$  của cam, với cơ cấu cam cần lắc : quy luật biến thiên góc lắc  $\psi = \psi(\varphi)$  của cần  $\psi = \psi(\varphi)$  theo góc quay  $\varphi$  của cam.

• **Bài toán tổng hợp cơ cấu cam gồm hai bước :**

- + Xác định vị trí tâm cam
- + Tổng hợp động học cơ cấu cam hay xác định biên dạng cam

**1) Tổng hợp cơ cấu cam cần đẩy nhon**

Trong cơ cấu cam cần đẩy nhon, góc áp lực đẩy cần  $\alpha$  thay đổi theo vị trí tiếp xúc giữa cam và cần. Ứng với mỗi vị trí tiếp xúc, góc áp lực đẩy cần  $\alpha$  có một giá trị xác định.

Để bảo đảm cho cơ cấu cam làm việc được nhẹ nhàng, không bị tự hãm, thì góc áp lực đẩy cần  $\alpha$  ứng với mọi vị trí tiếp xúc phải nhỏ hơn hay bằng một giá trị cực đại cho phép :

$$\forall \alpha_i : \alpha_i \leq [\alpha_{\max}] < \alpha_{th} \quad (9.6)$$

Thế mà, như chứng minh ở phần trên, khi cho trước quy luật chuyển động của cần, góc áp lực đẩy cần  $\alpha$  lại phụ thuộc vào vị trí tâm cam  $O_1$ . Như vậy, để thỏa mãn điều kiện (9.6), cần phải chọn vị trí tâm cam  $O_1$  một cách hợp lý.

**a) Xác định vị trí tâm cam cần đẩy nhon**

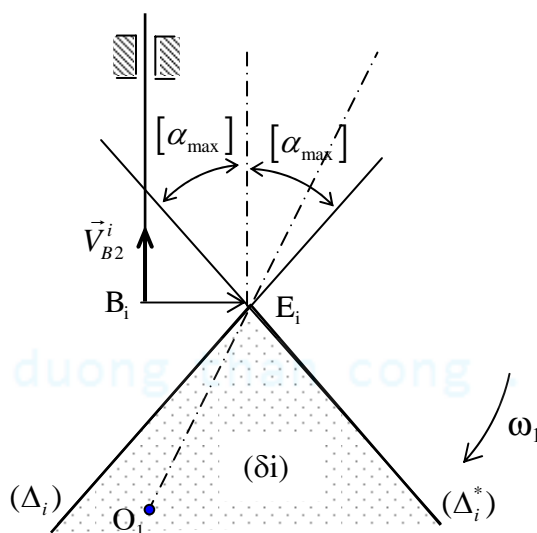
• **Miền tâm cam trong cơ cấu cam cần đẩy nhon**

✓ Xét cơ cấu cam cần đẩy nhon (hình 9.14). Gọi  $B_i$  là điểm tiếp xúc giữa cam và cần và  $\alpha_i$  là góc áp lực đẩy cần tại vị trí đang xét.

Khi cho trước tâm cam  $O_1$ , nếu dựng điểm  $E_i$  với  $B_i E_i = \left| \frac{ds}{d\varphi} \right|_i$  trong đó  $\left| \frac{ds}{d\varphi} \right|_i$  là giá trị tuyệt đối

của  $\left( \frac{ds}{d\varphi} \right)$  ứng với vị trí nói trên, phương chiều của vector  $\overrightarrow{B_i E_i}$  là phương chiều của vector vận tốc

$\vec{V}_{B_2}^i$  của điểm  $B_i$  trên cần quay đi  $90^\circ$  theo chiều  $\omega_1$ , thì góc áp lực  $\alpha_i$  ứng với vị trí tiếp xúc  $B_i$  chính là góc giữa  $\vec{V}_{B_2}^i$  và  $\overrightarrow{O_1 E_i}$ ,



Hình 9.14 :

+ Ngược lại, khi chưa biết vị trí tâm cam  $O_1$ , nếu qua  $E_i$  kẻ đường thẳng  $(\Delta_i)$  hợp với vận tốc  $\vec{V}_{B_2}^i$  một góc bằng  $[\alpha_{\max}]$  thì :



Khi  $O_1$  nằm trên đường  $(\Delta_i)$ , ta có :  $\alpha_i = [\alpha_{\max}]$

Khi  $O_1$  nằm phía dưới  $(\Delta_i)$ , ta có :  $\alpha_i < [\alpha_{\max}]$

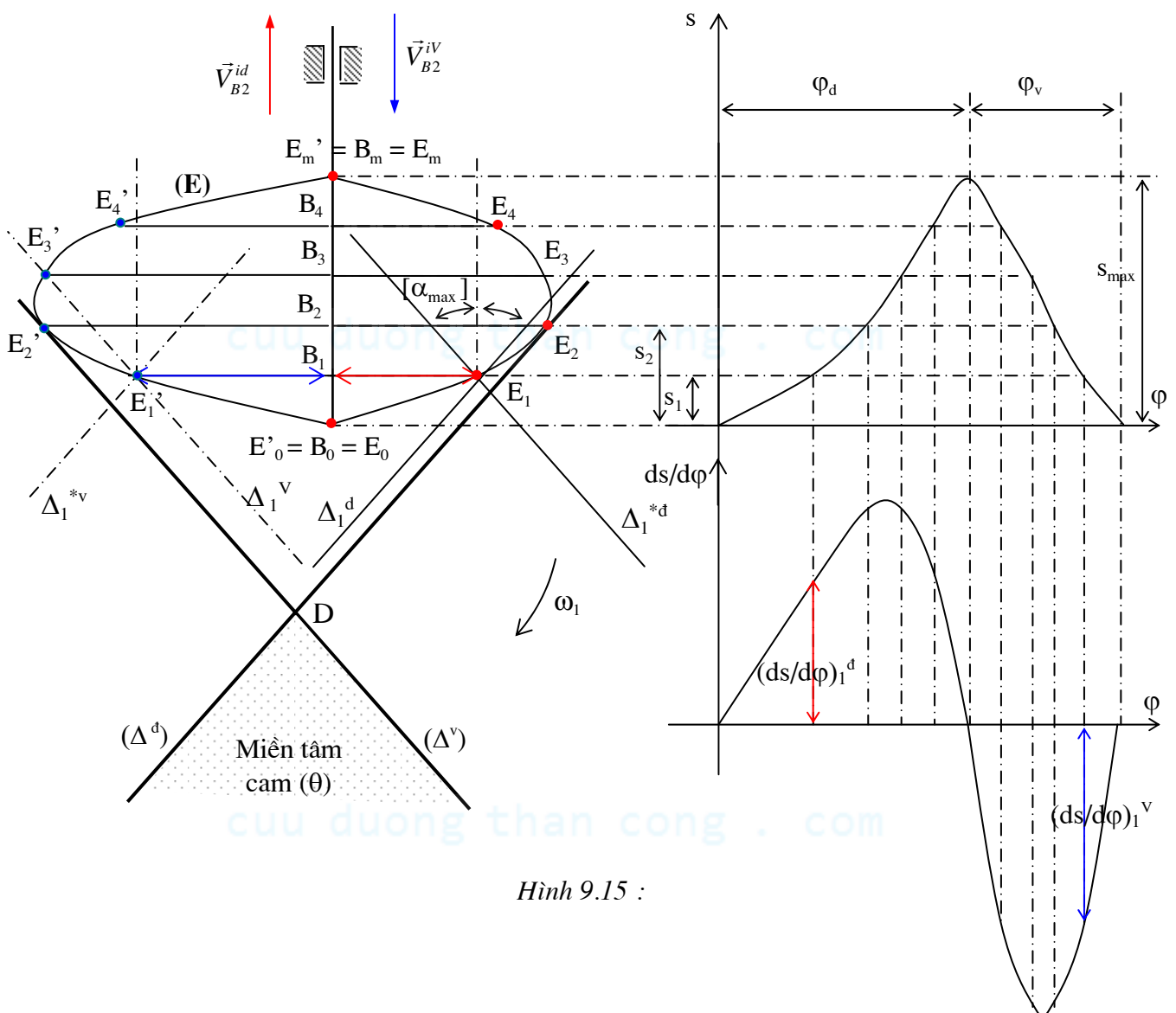
Khi  $O_1$  nằm phía trên  $(\Delta_i)$ , ta có :  $\alpha_i > [\alpha_{\max}]$

Lưu ý rằng ta có thể đặt đường  $(\Delta_i)$  về phía bên phải hay về phía bên trái của điểm  $E_i$ , ứng với phía phải ta có đường  $(\Delta_i)$ , còn ứng với phía trái ta có đường  $\Delta_i^*$ .

✓ Như vậy để thỏa mãn điều kiện  $\alpha_i \leq [\alpha_{\max}]$  thì tâm cam  $O_1$  phải nằm phía dưới hai đường thẳng  $\Delta_i$  và  $\Delta_i^*$ , hay nói khác đi tâm cam  $O_1$  phải nằm trong miền  $(\delta_i)$ .

✓ Để thỏa mãn điều kiện  $\forall \alpha_i, \alpha_i \leq [\alpha_{\max}]$  thì tâm cam  $O_1$  phải nằm phía dưới mọi đường thẳng  $\Delta_i$  và  $\Delta_i^*$ , tức là trong miền  $(\theta)$  giao của mọi miền  $(\delta_i)$  nói trên (hình 9.15).

+ Cách dựng hình để tìm miền tâm cam



Hình 9.15 :

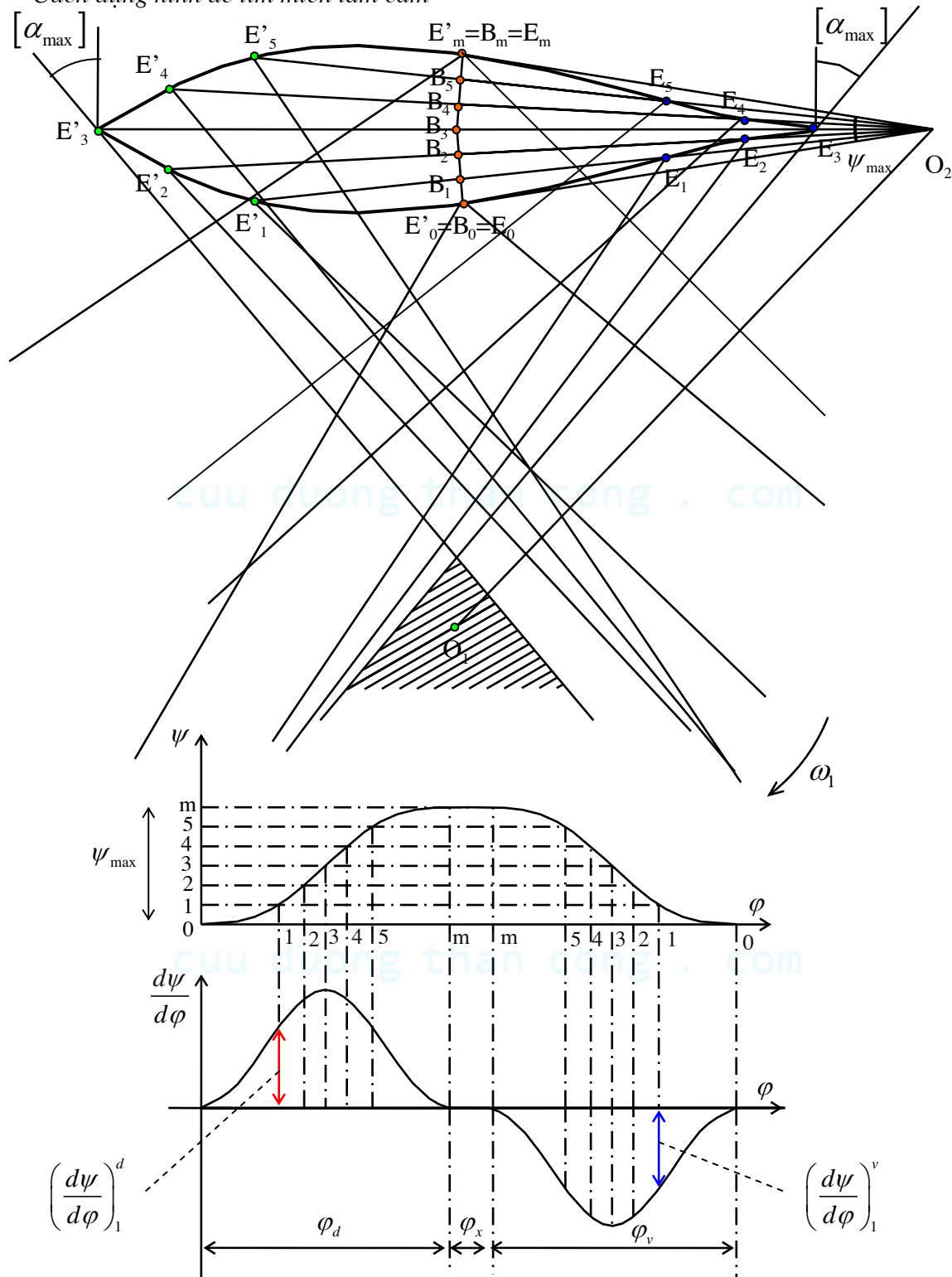
Ta cần dựng tất cả được các đường  $(\Delta_i)$  và  $(\Delta_i^*)$  ứng với các vị trí tiếp xúc khác nhau trên biên dạng cam, khi biết trước đồ thị chuyển vị  $s = s(\phi)$  và góc áp lực cực đại cho phép  $[\alpha_{\max}]$ .

Trình tự tiến hành :



✓ Tương tự như trên, để thỏa mãn điều kiện  $\forall \alpha_i, \alpha_i \leq [\alpha_{\max}]$  thì tâm cam  $O_1$  phải nằm phía dưới mọi đường thẳng  $(\Delta_i)$  và  $(\Delta_i^*)$ . Điểm  $E_i$  được xác định như sau : Từ  $B_i$  dựng điểm  $E_i$  với  $B_i E_i = l_{can} \left| \frac{d\psi}{d\phi} \right|_i$ , trong đó  $\left| \frac{d\psi}{d\phi} \right|_i$  là giá trị tuyệt đối của  $\left( \frac{d\psi}{d\phi} \right)$  ứng với vị trí nói trên ;  $l_{can}$  là chiều dài của cần lắc ; phương chiều của  $\overrightarrow{B_i E_i}$  là phương chiều của vectơ vận tốc  $\vec{V}_{B_2}^i$  của điểm  $B_i$  trên đáy cần quay đi  $90^\circ$  theo chiều  $\omega_1$  (hình 9.16).

✓ Cách dựng hình để tìm miền tâm cam



Hình 9.17 :

- Từ đồ thị  $\psi = \psi(\varphi)$ , ta xác định được góc lắc cực đại  $\psi_{\max}$  của cần. Dựng cung tròn  $B_0B_m$  có tâm là tâm cần  $O_2$ , bán kính bằng chiều dài cần  $l_{\text{can}}$  và chắn một góc bằng  $\psi_{\max}$ .

- Chia góc lắc cực đại  $\psi_{\max}$  của cần thành  $n$  phần đều nhau bằng các điểm  $B_0, B_1, B_2, \dots, B_i, \dots, B_m$ . Chia đoạn biểu diễn  $\psi_{\max}$  trên trục  $\psi$  của đồ thị  $\psi = \psi(\varphi)$  cũng thành  $n$  phần đều nhau bằng các điểm  $0, 1, 2, \dots, i, \dots, m$ .

- Từ đồ thị  $\psi = \psi(\varphi)$ , dùng phương pháp vi phân đồ thị, suy được đồ thị  $\frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi)$ . Từ đó xác định

giá trị  $\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)_i$  tương ứng với vị trí  $B_i$  của đáy cần.

- Từ  $B_i$ , dựng điểm  $E_i$  tương ứng. Ứng với góc  $\varphi_d$ , ta dựng được các điểm  $E_0, E_1, E_2, E_3, \dots, E_m$ . Ứng với góc  $\varphi_v$ , ta dựng được các điểm  $E'_0, E'_1, E'_2, E'_3, \dots, E'_m$ .

Ví dụ để dựng điểm  $E_1$  ứng với góc  $\varphi_d$ , ta tiến hành như sau : Dựng đoạn  $B_1E_1 = l_{\text{can}} \left| \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_1^d$ .

Phương chiều của  $\overrightarrow{B_1E_1}$  là phương chiều của vectơ vận tốc  $\vec{V}_{B_1}^{id}$  của điểm  $B_1$  trên đáy cần ứng với hành trình đi quay một góc  $90^\circ$  theo chiều  $\omega_1$ .

- Từ điểm  $E_i$ , dựng hai đường  $(\Delta_i)$  và  $(\Delta_i^*)$  tương ứng. Ứng với góc  $\varphi_d$  sẽ có các đường  $(\Delta_i^d)$  và  $(\Delta_i^{*d})$ , còn ứng với góc  $\varphi_v$  sẽ có các đường  $(\Delta_i^v)$  và  $(\Delta_i^{*v})$ .

- Miền tâm cam  $(\theta)$  chính là miền nằm dưới mọi đường  $(\Delta_i^d)$ ,  $(\Delta_i^{*d})$ ,  $(\Delta_i^v)$  và  $(\Delta_i^{*v})$  (hình 9.17).

#### • Ghi chú

+ Tâm cam  $O_1$  có thể chọn tại một vị trí nào đó trong miền tâm cam  $(\theta)$ . Khi chọn  $O_1$  tại đỉnh  $D$  của miền  $(\theta)$  thì kích thước cơ cấu cam sẽ nhỏ gọn nhất.

+ Khi chọn xong tâm cam  $O_1$ , ta biết thêm một số thông số sau :

- Đối với cơ cấu cam cần lắc đáy nhọn :

Bán kính vectơ nhỏ nhất  $R_{\min} = O_1B_0$  và lớn nhất  $R_{\max} = O_1B_m$

Khoảng cách tâm cam tâm cần :  $l_{O_1O_2}$

- Đối với cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn :

Bán kính vectơ nhỏ nhất  $R_{\min} = O_1B_0$  và lớn nhất  $R_{\max} = O_1B_m$

Độ lệch tâm  $e = O_1H_0$  ( $H_0$  là hình chiếu của  $O_1$  lên phương trượt  $xx$  của cần).

+ Nếu  $[\alpha_{\max}]$  càng nhỏ thì miền tâm cam  $(\theta)$  càng xa điểm  $B_0$  - vị trí gần tâm cam nhất của đáy cần, cơ cấu cam càng công kênh.

### b) Tổng hợp động học cơ cấu cam (Vẽ biên dạng cam)

Bài toán tổng hợp động học cơ cấu cam chính là bài toán ngược của bài toán phân tích động học.

#### • Tổng hợp động học cơ cấu cam cần đẩy đáy nhọn

+ Số liệu cho trước

Quy luật chuyển vị của cần :  $s = s(\varphi)$ ; Bán kính vectơ nhỏ nhất  $R_{\min}$ ; Độ lệch tâm  $e$ .

+ Yêu cầu

Vẽ biên dạng cam thực hiện quy luật chuyển động đã cho của cần.

+ Cách vẽ biên dạng cam (hình 9.6)

- Dựng phương trượt  $xx$  của cần ( $xx$  song song với trục  $s$  của đồ thị  $s = s(\varphi)$ ). Dựng điểm  $B_0$  - vị trí gần tâm cam nhất của đáy cần. Dựng tam giác  $O_1B_0H_0$  với  $O_1B_0 = R_{\min}$ ,  $O_1H_0 = e$ ;  $O_1H_0 \perp xx$ . Tâm cam chính là điểm  $O_1$ .

- Vẽ vòng tròn tâm sai  $(O_1, e)$ . Trên vòng tròn  $(O_1, e)$ , xuất phát từ điểm  $H_0$  lần lượt đặt các góc  $\varphi_d, \varphi_x, \varphi_v, \varphi_g$  theo chiều ngược với chiều của  $\omega_1$ .
- Chia cung  $\varphi_d$  trên vòng tròn  $(O_1, e)$  làm  $n$  phần đều nhau bằng các điểm  $H_0, H_1, H_2, \dots, H_i, \dots, H_m$ . Đồng thời cũng chia đoạn biểu diễn góc  $\varphi_d$  trên trục  $\varphi$  của đồ thị  $s = s(\varphi)$  làm  $n$  phần đều nhau. Dựa vào đồ thị  $s(\varphi)$ , xác định giá trị chuyển vị  $s_i$  của cần tương ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{H_0 O_1 H_i}$  của cam.
- + Kẻ tiếp tuyến với vòng tròn  $(O_1, e)$ , điểm tiếp xúc là  $H_i$ , trên tiếp tuyến này dựng điểm  $B_i$  với  $H_i B_i = H_0 B_0 + s_i$ . Điểm  $B_i$  chính là một điểm thuộc biên dạng cam. Nối các điểm  $B_i$  bằng một đường cong trơn, ta được biên dạng cam ứng với góc  $\varphi_d$ .
- Làm tương tự để vẽ biên dạng cam ứng với góc  $\varphi_v$ .
- Biên dạng ứng với các góc  $\varphi_g; \varphi_x$  là hai cung tròn tâm  $O_1$ , bán kính là  $R_{\min}$  và  $R_{\max} = R_{\min} + s_{\max}$

### • Tổng hợp động học cơ cấu cam cần lắc đáy nhọn

+ *Số liệu cho trước :*

Quy luật biến thiên góc lắc của cần :  $\psi = \psi(\varphi)$ ; Bán kính vectơ nhỏ nhất  $R_{\min}$  và lớn nhất  $R_{\max}$ ; Chiều dài cần  $l_{\text{can}}$ , Khoảng cách tâm cam tâm cần  $l_{O_1 O_2}$ .

+ *Yêu cầu :*

Vẽ biên dạng cam thực hiện quy luật chuyển động đã cho của cần.

+ *Cách vẽ biên dạng cam (hình 9.7)*

- Dựng vòng tròn tâm cần có tâm  $O_1$  bán kính bằng  $l_{O_1 O_2}$ . Trên vòng tròn tâm cần, xuất phát từ vị trí ban đầu  $O_2$  của tâm cần, lần lượt đặt các góc  $\varphi_d, \varphi_x, \varphi_v, \varphi_g$  theo chiều ngược với chiều của  $\omega_1$ .
- Chia cung  $\varphi_d$  trên vòng tròn tâm cần làm  $n$  phần đều nhau bằng các điểm  $O_2, O_2^1, O_2^2, \dots, O_2^i, \dots, O_2^m$ . Đồng thời cũng chia đoạn biểu diễn góc  $\varphi_d$  trên trục  $\varphi$  của đồ thị  $\psi = \psi(\varphi)$  làm  $n$  phần đều nhau. Dựa vào đồ thị  $\psi = \psi(\varphi)$ , xác định giá trị chuyển vị  $\psi_i$  của cần tương ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{O_2 O_1 O_2^i}$  của cam.
- Kẻ đường thẳng hợp với  $O_1 O_2^i$  một góc bằng  $\psi_i + \psi_{\max}$ , trên đó dựng điểm  $B_i$  với  $O_2^i B_i = l_{\text{can}}$ . Điểm  $B_i$  chính là một điểm thuộc biên dạng cam. Nối các điểm  $B_i$  bằng một đường cong, ta được biên dạng cam ứng với góc  $\varphi_d$ .
- Làm tương tự để vẽ biên dạng cam ứng với góc  $\varphi_v$ .
- Biên dạng cam ứng với các góc  $\varphi_g; \varphi_x$  là hai cung tròn tâm  $O_1$ , bán kính là  $R_{\min}$  và  $R_{\max}$ .

## 2) Tổng hợp cơ cấu cam cần đáy lặn

• Trong chuyển động tương đối của cơ cấu đối với cam, tâm I của con lăn vạch nên biên dạng lý thuyết, đồng thời tại điểm tiếp xúc  $B_i$  giữa biên dạng cam và con lăn, pháp tuyến của biên dạng lý thuyết và biên dạng thực trùng nhau. Do vậy, bài toán tổng hợp cơ cấu cam cần đáy lặn được quy về bài toán tổng hợp cơ cấu cam cần đáy nhọn với đáy nhọn nằm tại tâm I của con lăn, biên dạng cam vẽ được chính là biên dạng cam lý thuyết.

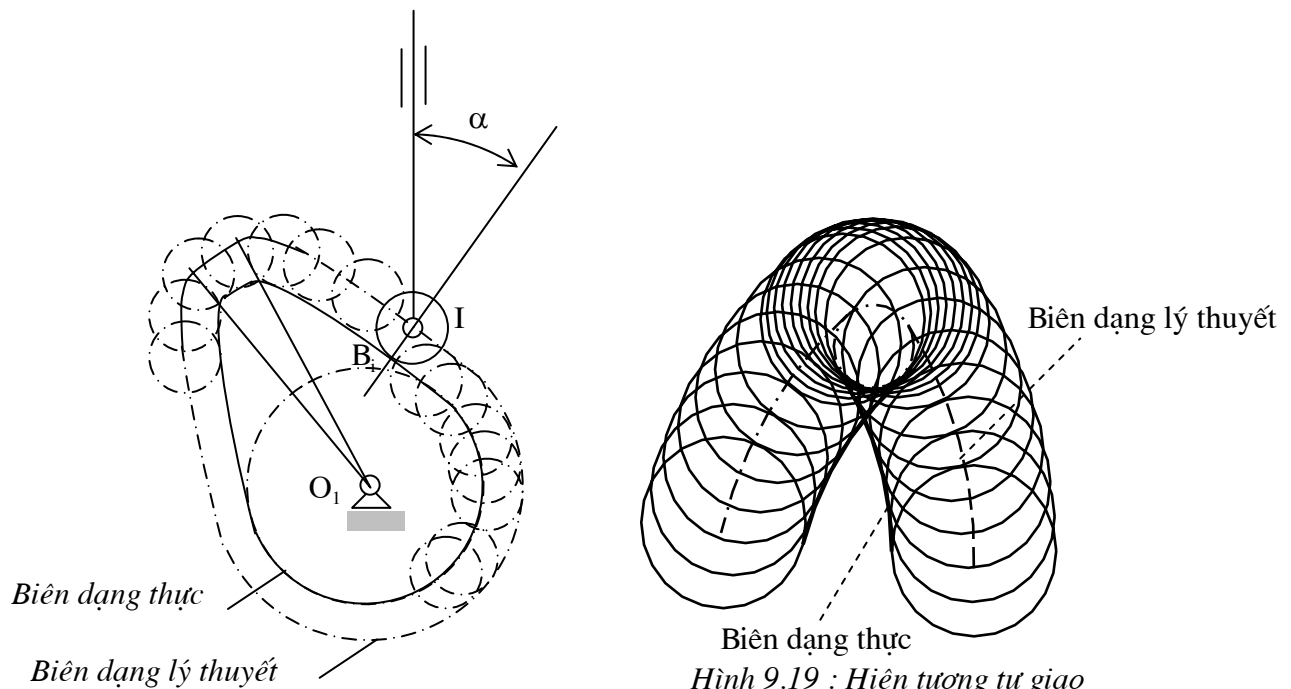
• *Cách vẽ biên dạng thực từ biên dạng lý thuyết*

Vẽ họ vòng tròn con lăn có tâm I, có bán kính bằng bán kính  $r_L$  của con lăn, tâm I nằm trên biên dạng lý thuyết. Bao hình của họ vòng tròn con lăn nói trên chính là biên dạng cam thực cần tìm (hình 9.18).

• *Cách chọn bán kính con lăn  $r_L$*

Khi bán kính  $r_L$  càng lớn, tổn thất do ma sát ở đáy cần càng bé. Tuy nhiên, nếu  $r_L$  lớn đến mức  $r_L > \rho_{\min}$  với  $\rho_{\min}$  là bán kính cong nhỏ nhất của biên dạng cam lý thuyết, thì trên biên dạng cam thực có thể xảy ra hiện tượng tự giao. Còn nếu  $r_L = \rho_{\min}$  thì trên biên dạng thực có thể có điểm nhọn, tại điểm nhọn sẽ có va đập giữa cần và cam và điểm nhọn dễ bị mòn.

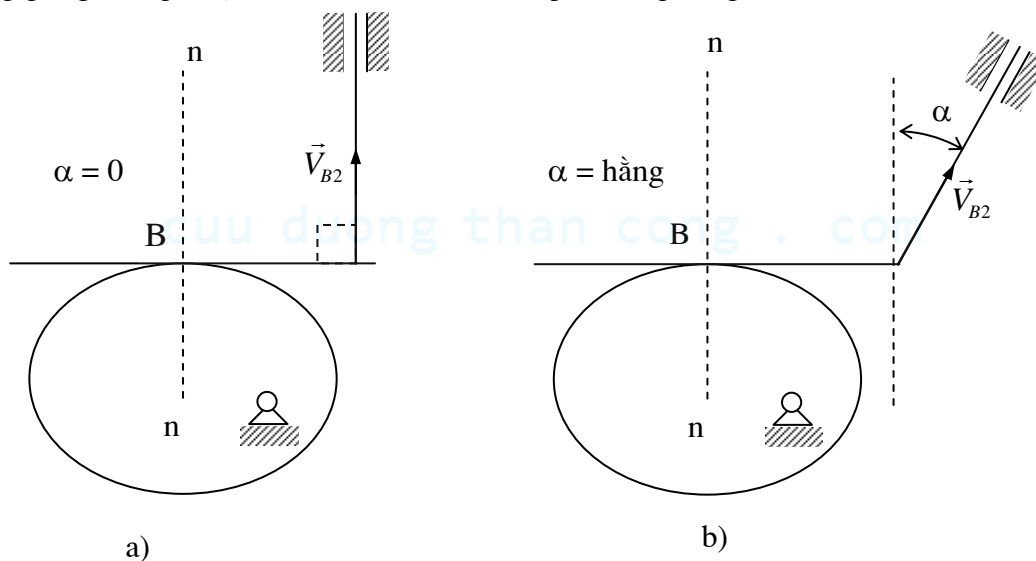
Trên hình 9.19, ta thấy khi  $r_L > \rho_{\min}$  và biên dạng cam thực là bao hình phía trong của họ vòng tròn con lăn thì trên biên dạng cam thực sẽ có hiện tượng tự giao. Do đó trong trường hợp này, bán kính  $r_L$  phải thỏa mãn điều kiện :  $r_L < \rho_{\min}$ , thông thường nên lấy  $r_L = 0,7 \rho_{\min}$ .



### 3) Tổng hợp cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng

#### a) Xác định vị trí tâm cam

- Với cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng, góc áp lực đáy cần  $\alpha$  chính là góc hợp bởi đường thẳng vuông góc với đáy cần và phương trượt xx của cần. Do đó góc  $\alpha$  không phụ thuộc vị trí tâm cam như trong cơ cấu cam cần đẩy nhọn, mà chỉ phụ thuộc vào hình dạng đáy cần : nếu đáy cần vuông góc phương trượt xx thì  $\alpha = 0$ , nếu không  $\alpha$  bằng hằng số (hình 9.20).



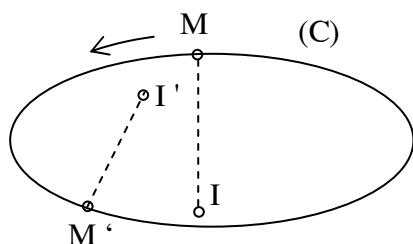
Hình 9.20 :

Như vậy, khi tổng hợp cơ cấu cam cần đẩy đẩy bằng, không cần đưa ra điều kiện :

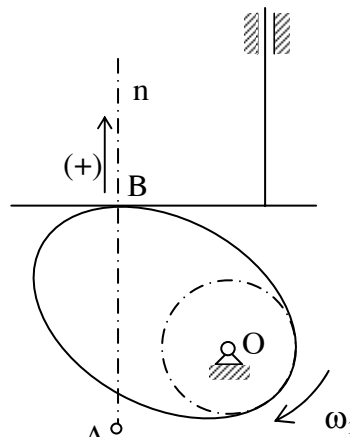
$$\forall \alpha_i, \alpha_i \leq [\alpha_{\max}]$$

- Tuy nhiên, với cơ cấu cam cần đẩy đẩy bằng, để mọi điểm của biên dạng cam có thể tiếp xúc được liên tục với cần thì biên dạng cam phải là một *đường cong lồi*.

Khi cho trước quy luật chuyển động của cần, tùy theo vị trí tâm cam  $O_1$  mà cam có thể lồi hay lõm. Do đó, cần phải chọn vị trí tâm cam hợp lý để biên dạng cam là một đường cong lồi.



Hình 9.21 :



Hình 9.22 :

### • Đường cong lồi

Cho đường cong kín (C) và một điểm M chạy trên đường cong này theo một chiều cố định. Đường cong kín (C) được gọi là *lồi*, khi tại mọi vị trí của điểm M trên đường cong này, tâm cong của đường cong luôn nằm về một phía của nó. Ví dụ đường cong trên hình 9.21 là một đường cong lồi, bởi vì khi cho M chạy trên đường cong này theo chiều ngược chiều kim đồng hồ, thì tâm cong I của đường cong ứng với M luôn luôn nằm về phía trái của nó.

### • Điều kiện lồi của biên dạng cam

- ✓ Xét cơ cấu cam cần đẩy đẩy bằng (hình 9.22). Gọi B là điểm tiếp xúc giữa cam và đáy cần, nn là pháp tuyến của biên dạng cam và A là tâm cong của biên dạng cam ứng với điểm tiếp xúc B.

Khi xét chuyển động tương đối của cần so với cam, thì điểm tiếp xúc B giữa cam và cần coi như chạy dọc theo biên dạng cam theo chiều ngược với chiều của  $\omega_1$ . Để biên dạng cam là lồi, tâm cong A của biên dạng ứng với điểm tiếp xúc B phải luôn luôn nằm phía dưới điểm tiếp xúc B. Như vậy trong chuyển động tuyệt đối, tâm cong A phải luôn nằm phía dưới điểm tiếp xúc B.

Nếu chọn chiều dương trên pháp tuyến nn hướng lên trên, điều kiện lồi của biên dạng cam:

$$\boxed{\rho = \overline{AB} > 0} \quad (\rho \text{ là bán kính cong của biên dạng cam tại điểm tiếp xúc B})$$

- ✓ Sau đây suy diễn điều kiện lồi cho trường hợp đáy cần vuông góc với phương trượt xx.

Từ  $O_1$  vẽ đường thẳng  $O_1H$  vuông góc với AB. Đường thẳng song song với đáy cần và tiếp xúc với vòng tròn tâm  $O_1$  bán kính  $R_{\min}$  ( $R_{\min}$  là bán kính nhỏ nhất của biên dạng cam), cắt AB tại M.

Ta có :

$$\rho = \overline{AB}$$

$\Rightarrow$

$$\rho = \overline{AH} + \overline{HM} + \overline{MB}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\rho = z + R_{\min} + s}$$

- ✓ Tính z

Tại thời điểm hay vị trí đang xét của cơ cấu, ta thay thế khớp cao tại B bằng khâu (3) và hai khớp thấp : khớp trượt đặt tại B có phương trượt song song với đáy cần, khớp quay đặt tại tâm cong A. Sau khi thay thế như vậy, vận tốc và gia tốc của các điểm tương ứng trên khâu (1), khâu (2) trong hai cơ cấu hình 9.23 và hình 9.24 là hoàn toàn như nhau.



Với cơ cấu trên hình 9.24, do hai điểm  $B_2$  và  $B_3$  là hai điểm trùng nhau thuộc hai khâu khác nhau nối nhau bằng khớp trượt, nên phương trình gia tốc:

$$\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_{B_3} + \vec{a}_{B_2B_3}^r + \vec{a}_{B_2B_3}^k \quad (9.7)$$

Khâu (3) nối với khâu (2) bằng khớp trượt, khâu (3) lại nối giá bằng khớp trượt, nên khâu (3) chuyển động tịnh tiến. Suy ra :  $\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_1}$ .

$\vec{a}_{B_2B_3}^r$  là gia tốc tương đối của điểm  $B_2$  so với điểm  $B_3$ ,  $\vec{a}_{B_2B_3}^r$  song song với đáy cần.

$$a_{B_2B_3}^k = 2.\omega_3.V_{B_2B_3} = 0 \text{ do } \omega_3 = 0.$$

$\vec{a}_{B_2}$  song song với phương trượt của cần.

Từ phương trình (9.7), ta dựng được hoạ đồ gia tốc (hình 9.24).

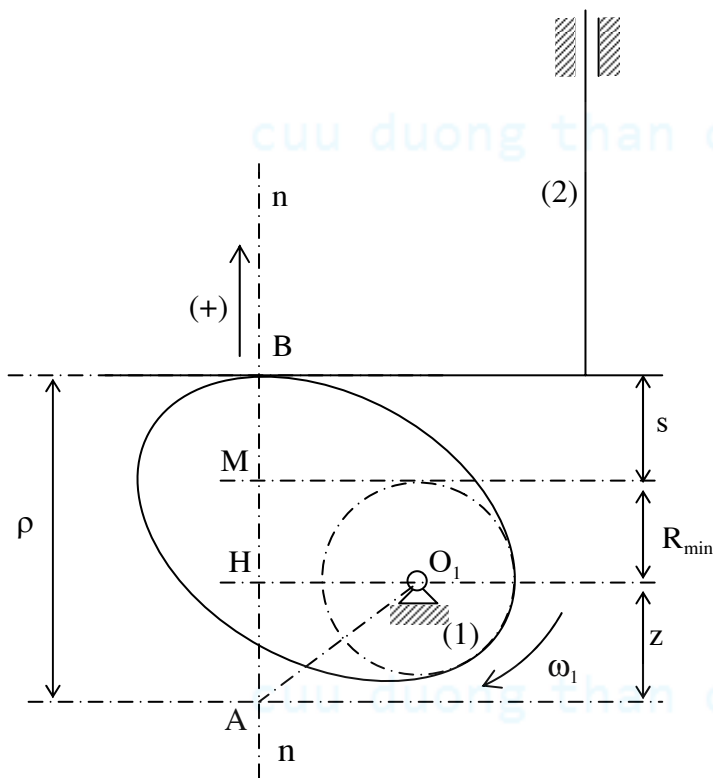
Hai tam giác  $AO_1H$  và  $\pi a'_1 b'_2$  đồng dạng nên :

$$\frac{\pi b'_2}{AH} = \frac{\pi a'_1}{O_1A} \Rightarrow \frac{a_{B_2}}{z} = \frac{a_{A_1}}{O_1A} \Rightarrow \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\omega_1^2.O_1A}{O_1A} \Rightarrow z = \frac{d^2s}{dt^2.\omega_1^2} \Rightarrow \boxed{z = \frac{d^2s}{d\varphi^2}}$$

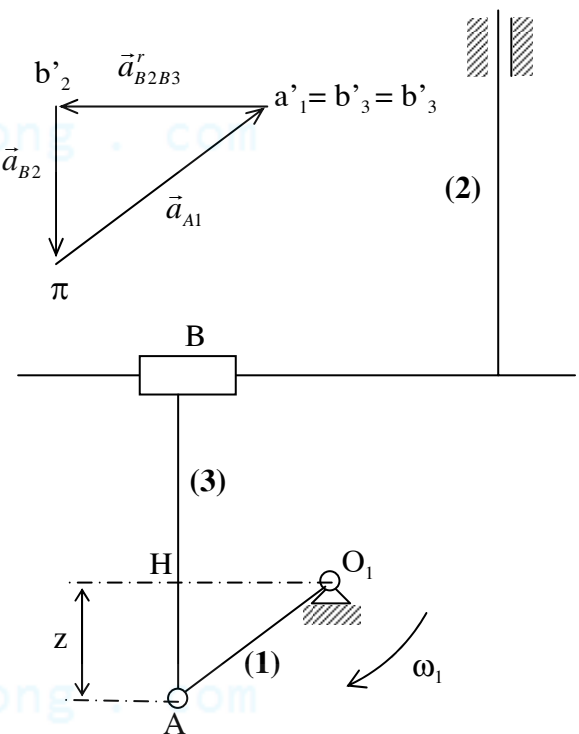
+ Tóm lại, để biên dạng cam là lồi thì tại mọi vị trí tiếp xúc B giữa cam và cần, hay nói khác đi

ứng với mọi giá trị của  $s$  và  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$  phải có :

$$\boxed{\rho = R_{\min} + \left( s + \frac{d^2s}{d\varphi^2} \right) > 0}$$



Hình 9.23 :



Hình 9.24 :

### • Miền tâm cam trong cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng

+ Để biên dạng cam là lồi thì tại mọi vị trí tiếp xúc giữa cam và đáy cần, phải luôn luôn có :

$$\rho = R_{\min} + \left( s + \frac{d^2s}{d\varphi^2} \right) > 0$$

Vì  $R_{\min} > 0$  và  $s > 0$ , còn  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$  có thể âm hay dương tùy theo vị trí tiếp xúc, do đó chỉ cần xét điều

kiện trên ứng với các vị trí tiếp xúc mà tại đó :  $\frac{d^2s}{d\varphi^2} < 0$ .

+ Từ đồ thị  $s(\varphi)$ , dùng phương pháp vi phân đồ thị, suy được đồ thị  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ . Từ đồ thị  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ , tiếp tục dùng phương pháp vi phân đồ thị, suy được đồ thị  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$ . Cộng hai đồ thị  $s(\varphi)$  và  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$ , ta được đồ thị  $s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}$  (chỉ cần cộng hai đồ thị này ứng với phần âm của đồ thị  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$ ).

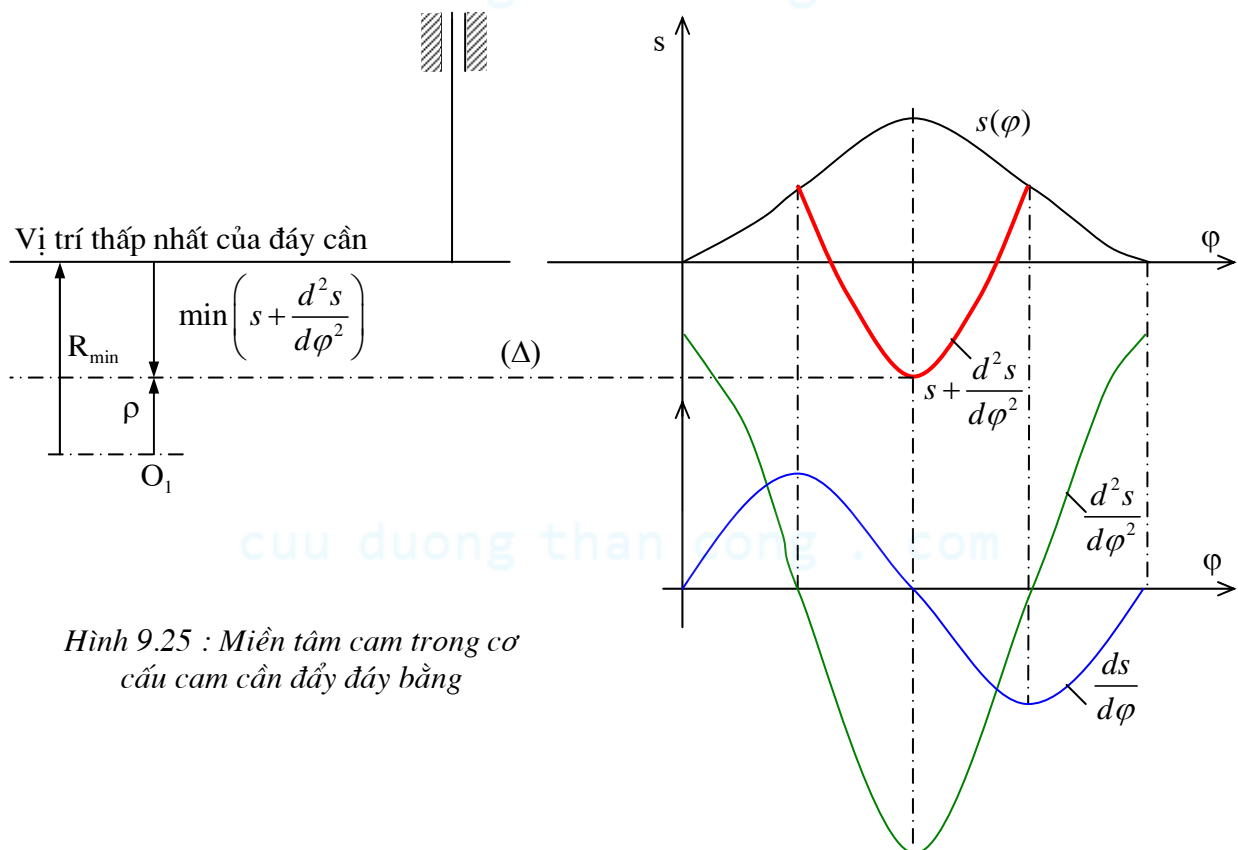
+ Gọi  $\min\left(s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}\right)$  là cực trị âm của đồ thị  $s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}$ . Như vậy, để biên dạng cam là lồi, ta phải

có điều kiện :

$$R_{\min} > \left| \min\left(s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}\right) \right|$$

+ Gọi  $(\Delta)$  là đường thẳng tiếp xúc với đồ thị  $s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}$  tại điểm có cực trị âm của nó. Ta thấy, nếu tâm cam  $O_1$  nằm phía dưới  $(\Delta)$  thì  $R_{\min} > \left| \min\left(s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}\right) \right|$  và biên dạng cam là lồi.

Tóm lại, miền tâm cam là miền nằm phía dưới đường thẳng  $(\Delta)$  (hình 9.25).



Hình 9.25 : Miền tâm cam trong cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng

• **Ghi chú :**

Sau khi chọn được tâm cam  $O_1$ , ta xác định thêm được bán kính nhỏ nhất  $R_{\min}$  của biên dạng cam (khoảng cách từ tâm cam  $O_1$  đến vị trí thấp nhất của đáy cần).

## b) Tổng hợp động học cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng

### + Số liệu cho trước

Quy luật chuyển vị của cần :  $s = s(\varphi)$  ; Bán kính vectơ nhỏ nhất  $R_{\min}$ .

### + Yêu cầu :

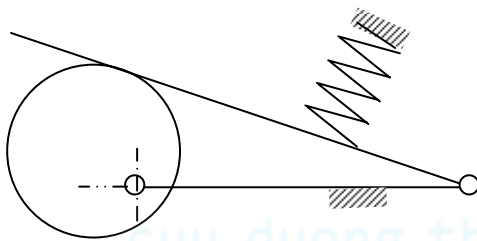
Vẽ biên dạng cam thực hiện quy luật chuyển động đã cho của cần.

### + Cách vẽ biên dạng cam (hình 9.9)

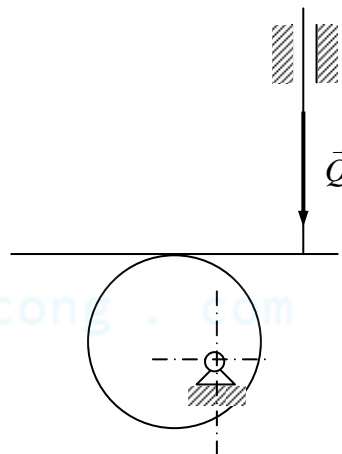
- Dựng phương trượt xx của cần (xx song song với trục s của đồ thị  $s = s(\varphi)$ ). Dựng điểm  $B_0$  – vị trí gần tâm cam nhất của đáy cần. Dựng điểm  $O_1$  nằm trên phương trượt xx với  $O_1B = R_{\min}$ , đây chính là tâm cam.

- Chia mặt phẳng làm n phần đều nhau bằng các điểm tia  $O_0x_0, O_1x_1, O_2x_2, \dots, O_ix_i, \dots, O_nx_n$ . Dựa vào đồ thị  $s(\varphi)$ , ta xác định được chuyển vị  $s_i$  của cần tương ứng với góc quay  $\varphi_i = \widehat{x_0O_1x_i}$  của cam.

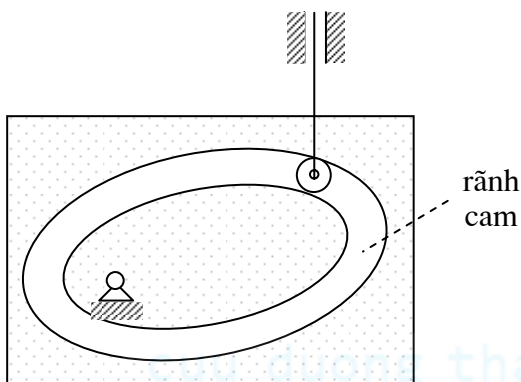
- Trên tia  $O_ix_i$ , dựng điểm  $I_i$  với  $O_iI_i = s_i + R_{\min}$ . Qua điểm  $I_i$  vẽ đường thẳng  $(D_i)$  vuông góc với đáy cần. Bao hình của họ đường thẳng  $(D_i)$  nói trên chính là biên dạng cam cần tìm.



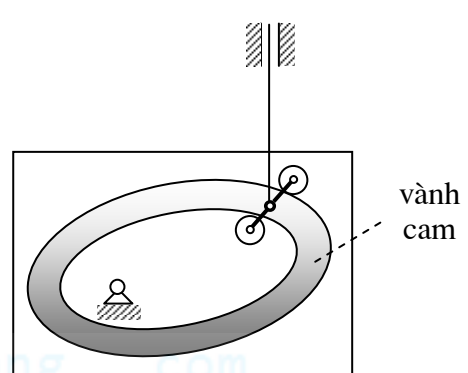
Hình 9.26a:



Hình 9.26b :



Hình 9.26c: Cam rãnh



Hình 9.26d: Cam vành

Đối với cơ cấu cam là cơ cấu có khớp cao, cần phải có biện pháp thích hợp để bảo đảm sự tiếp xúc liên tục giữa các thành phần khớp cao của cam và cần (biện pháp này được gọi là biện pháp bảo toàn khớp cao).

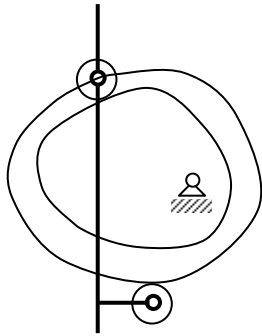
Có hai cách bảo toàn khớp cao : bảo toàn bằng lực và bảo toàn bằng hình.

### • Bảo toàn bằng lực :

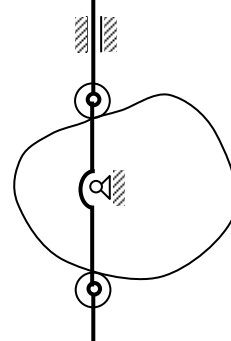
Dùng lực phục hồi của lò xo (hình 9.26a), dùng trọng lượng của cần (hình 9.26b) hoặc nhờ áp lực của chất lỏng...

### • Bảo toàn bằng hình :

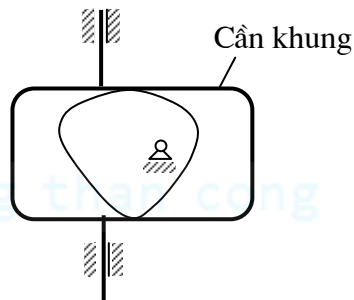
Dùng các ràng buộc hình học phụ như dùng *cam rãnh* (với cam rãnh, hai biên dạng cam là hai đường cách đều nhau - hình 9.26c), *cam vành* (dùng hai con lăn tiếp xúc ở hai phía vành cam - hình 9.26d), *cam kép* (hai cơ cấu cam cho cùng một quy luật chuyển động của cần - hình 9.26e), cam đều cử (đây chính là cơ cấu cam cần đẩy chính tâm, biên dạng cam có đặc điểm là khoảng cách giữa mọi cặp điểm đối ứng trên biên dạng cam lý thuyết của cam là một hằng số - hình 9.26f), cam cần khung (biên dạng cam có đặc điểm là khoảng cách giữa hai tiếp tuyến song song của nó là một hằng số - hình 9.26g)...



Hình 9.26e : Cam kép



Hình 9.26f : Cam đều cử



Hình 9.26g : Cam cần khung



## CHƯƠNG X :

# CƠ CẤU BÁNH RĂNG THÂN KHAI PHẪNG

### §1. Đại cương

#### 1) Khái niệm

• Cơ cấu bánh răng có hai khâu động được nối với nhau bằng khớp cao, dùng để truyền chuyển động quay giữa hai trục với một tỉ số truyền xác định (thường là bằng *hằng số*). Hai khâu động được gọi là *bánh răng*.

• Tỷ số truyền của cơ cấu :  $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  với  $\omega_1, \omega_2$  : vận tốc góc của trục dẫn và trục bị dẫn.

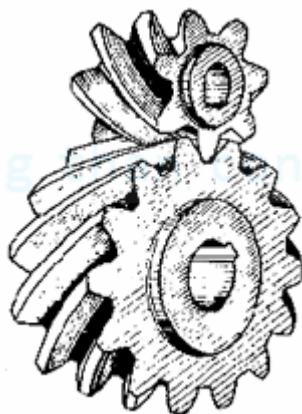
• Cơ cấu bánh răng truyền chuyển động giữa hai trục *song song* gọi là cơ cấu bánh răng *phẳng* (Cơ cấu bánh răng trụ tròn răng thẳng - hình 10a, cơ cấu bánh răng trụ tròn răng nghiêng và răng chữ V - hình 10b và 10c).

Cơ cấu bánh răng truyền chuyển động giữa hai trục *không song song* gọi là cơ cấu bánh răng

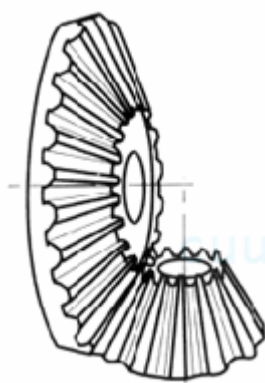
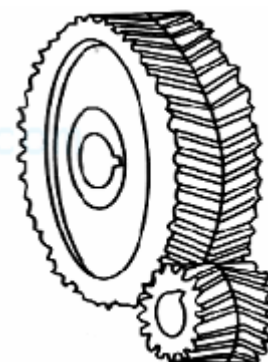
Hình 10a:



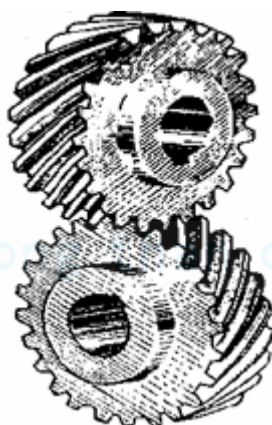
Hình 10b :



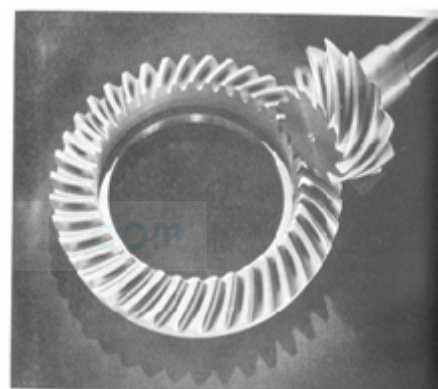
Hình 10c :



Hình 10d :

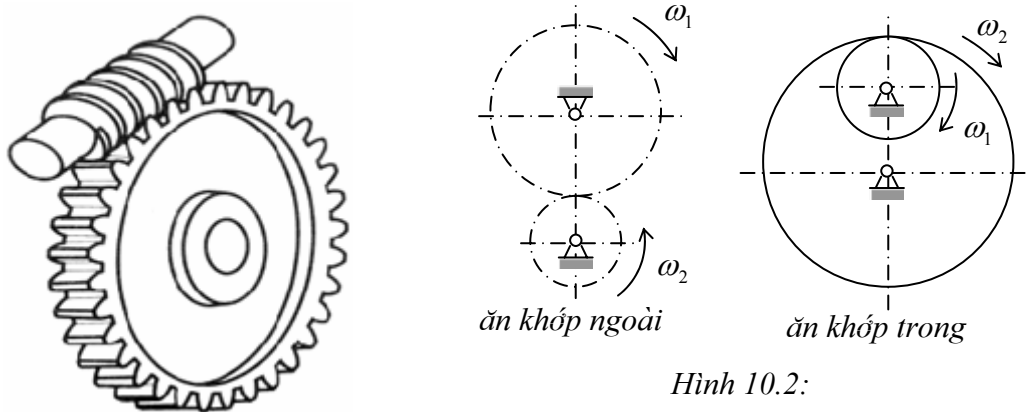


Hình 10e :



Hình 10f :

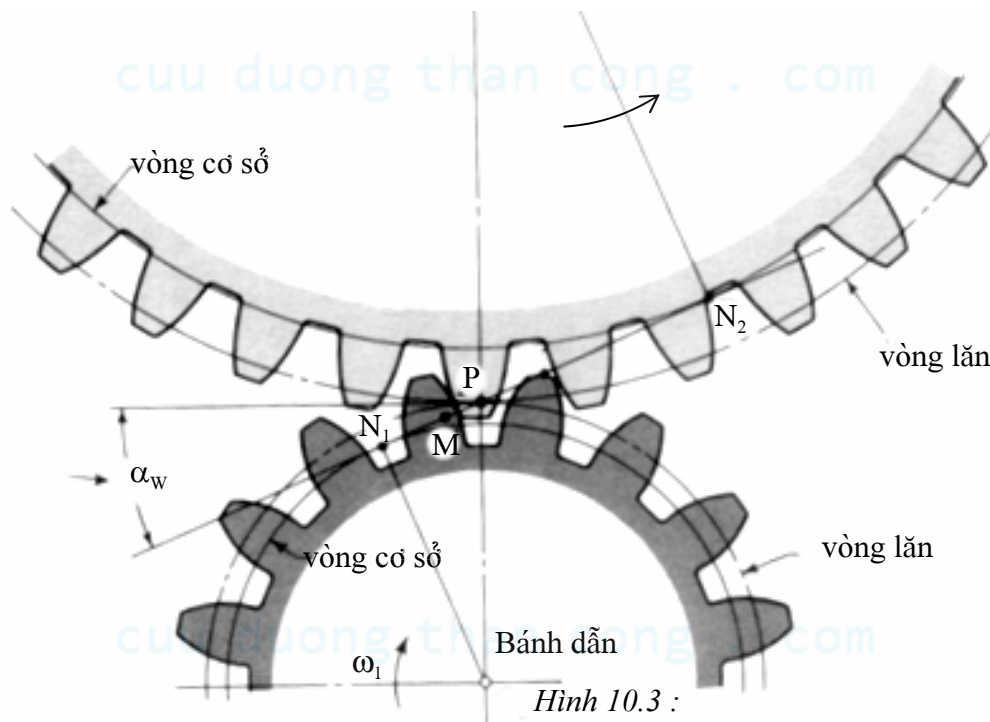
*không gian*. Hai trục có thể cắt nhau, ví dụ cơ cấu bánh răng nón - hình 10d; có thể chéo nhau, ví dụ cơ cấu bánh răng trụ trục chéo - hình 10e, cơ cấu bánh răng nón chéo - hình 10f, cơ cấu bánh vít-trục vít - hình 10g).



Hình 10.2:

Hình 10g :

- Người ta cũng chia ra cơ cấu bánh răng thành : Cơ cấu bánh răng ăn khớp ngoài (ngoại tiếp) khi vành răng bánh nhỏ nằm ngoài bánh kia, vận tốc góc hai bánh ngược chiều nhau; Bộ truyền bánh răng ăn khớp trong (nội tiếp) khi vành răng bánh nhỏ nằm trong vành răng bánh lớn, vận tốc góc hai bánh cùng chiều nhau (Hình 10.2).
- Khi truyền động, các răng của bánh dẫn lần lượt thay nhau tiếp xúc với các răng của bánh bị dẫn, đẩy bánh bị dẫn cùng chuyển động. Quá trình này được gọi là quá trình *ăn khớp* của cặp bánh răng (Hình 10.3).

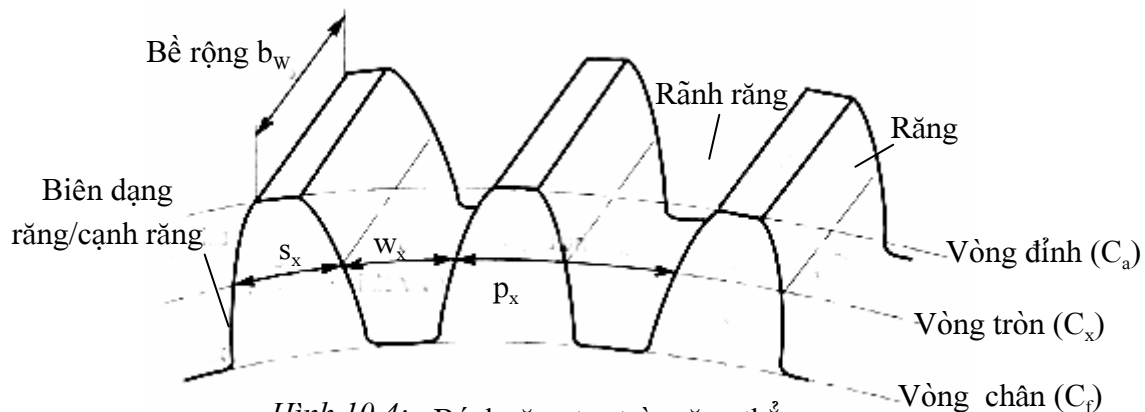


Hình 10.3 :

- Bánh răng trụ tròn răng thẳng hay răng nghiêng, có dạng *hình trụ* tròn xoay. *Vành răng* gồm các răng giống hệt nhau bố trí cách đều nhau. Trên một mặt cắt vuông góc với trục quay của bánh răng hình trụ, vành răng được giới hạn bởi hai vòng tròn đồng tâm O: vòng đỉnh ( $O, r_a$ ), vòng chân ( $O, r_f$ ). Giữa vòng đỉnh và vòng chân có vòng chia ( $O, r$ ) chia răng thành hai phần: đỉnh răng và chân răng. Mỗi răng của bánh răng được giới hạn bởi hai đoạn đường

cong, gọi là *biên dạng răng* (hay *cạnh răng*), đối xứng nhau qua đường thẳng đi qua tâm O của bánh răng. Mỗi khoảng trống giữa hai răng gọi là một *rãnh răng*.

Trên vòng tròn ( $C_x$ ) tâm O bán kính  $r_x$  với  $r_f \leq r_x \leq r_a$ , ta có các khái niệm : *Bước răng*  $p_x$  : khoảng cách giữa hai biên dạng răng cùng phía của hai răng kề nhau. *Chiều dày răng*  $s_x$  : khoảng cách của hai biên dạng răng của một răng ; *Chiều rộng rãnh*  $w_x$  : khoảng cách của hai biên dạng răng của một rãnh răng (Hình 10.4).



Hình 10.4: Bánh răng trụ tròn răng thẳng

Ta có quan hệ :

$$p_x = s_x + w_x$$

Gọi  $Z$  là số răng của bánh răng. Do các răng được bố trí cách đều nhau trên vành răng,

nên chu vi của vòng ( $C_x$ ) bằng :  $2\pi r_x = Z p_x \Rightarrow p_x = \frac{2\pi r_x}{Z}$

## 2) Định lý cơ bản về ăn khớp bánh răng

### (Điều kiện để tỷ số truyền của một cặp biên dạng răng bằng hằng số)

Tỷ số truyền trong cơ cấu bánh răng phụ thuộc vào dạng đường cong được chọn làm biên dạng răng (còn gọi là cạnh răng). Với điều kiện nào tỷ số truyền của một cặp *biên dạng răng* bằng hằng số ?

#### a) Tỷ số truyền của một cặp biên dạng răng

Xét hai biên dạng răng ( $b_1$ ) và ( $b_2$ ) bất kỳ lần lượt thuộc bánh răng (1) và (2) tiếp xúc nhau tại điểm M (Hình 10.5).

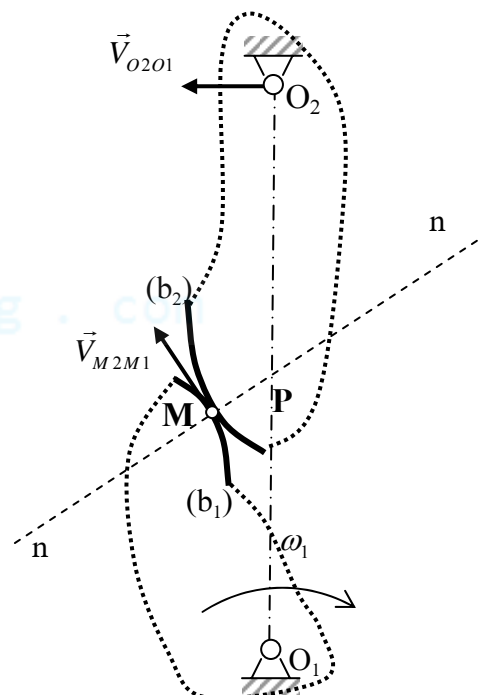
Gọi  $M_1$  và  $M_2$  là hai điểm thuộc bánh răng (1) và (2) hiện đang trùng nhau tại M. Gọi  $nn$  là pháp tuyến chung tại M của ( $b_1$ ) và ( $b_2$ ). Bánh (1) và bánh (2) lần lượt quay quanh tâm  $O_1$  với vận tốc góc  $\omega_1$  và  $\omega_2$ .

Xét chuyển động *tương đối* của cơ cấu đối với bánh (1).

Trong chuyển động tương đối này, vận tốc của điểm  $O_2$  trên bánh (2) :  $\vec{v}_{O_2O_1} \perp O_1O_2$ , vận tốc của điểm  $M_2$  trên bánh

(2) nằm trên tiếp tuyến chung tại M với hai biên dạng :

$\vec{v}_{M_2M_1} \perp nn$ . Do đó, tâm quay tức thời P của bánh (2) trong chuyển động tương đối so với bánh (1) :  $P = O_1O_2 \cap nn$



Hình 10.5:



Trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu, ta có :  $\vec{v}_{P1} = \vec{v}_{P2}$  với  $P_1$  và  $P_2$  là hai điểm lần lượt thuộc bánh (1) và bánh (2) hiện đang trùng nhau tại P.

Từ đó suy ra :  $\omega_1 O_1 P = \omega_2 O_2 P$

Như vậy tỷ số truyền của cặp biên dạng răng  $(b_1)$  và  $(b_2)$  bằng :  $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P}$

### b) Định lý cơ bản về ăn khớp (Định lý Willis)

Do các tâm quay  $O_1$  và  $O_2$  cố định nên để tỷ số truyền  $i_{12}$  của cặp biên dạng răng bằng hằng số thì điểm P phải là điểm cố định trên  $O_1 O_2$ .

Từ đó ta có định lý cơ bản về ăn khớp như sau: "Để thực hiện được một tỷ số truyền bằng hằng số, cặp biên dạng răng ăn khớp với nhau phải thỏa mãn điều kiện : Pháp tuyến chung nn tại vị trí tiếp xúc bất kỳ M phải cắt đường nối tâm  $O_1 O_2$  của hai bánh răng tại một điểm P cố định".

### c) Một vài khái niệm và định nghĩa

- Điểm tiếp xúc M của hai biên dạng răng được gọi là *điểm ăn khớp*. Hai biên dạng  $(b_1)$  và  $(b_2)$  được gọi là cặp biên dạng *ăn khớp* (hay cặp biên dạng *đối tiếp*).

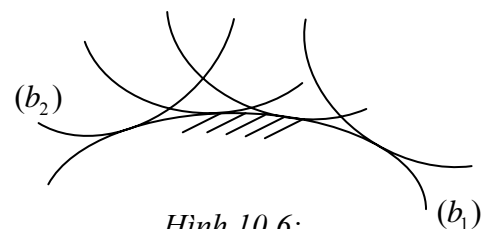
- Điểm P, tâm quay tức thời trong chuyển động tương đối giữa hai bánh răng gọi là *tâm ăn khớp*. Trường hợp tỷ số truyền  $i_{12} =$  hằng số thì P là điểm cố định trên  $O_1 O_2$ . Khi cơ cấu chuyển động, P vạch nên trên bánh (1) vòng tròn  $C_{W1}(O_1, r_{W1} = O_1 P)$  và trên bánh (2) vòng tròn  $C_{W2}(O_2, r_{W2} = O_2 P)$ .

Do  $\vec{v}_{P1} = \vec{v}_{P2}$  nên  $(C_{W1})$  và  $(C_{W2})$  lăn không trượt với nhau. Hai vòng tròn này được gọi là hai *vòng lăn*.

- Khi ăn khớp (khi tiếp xúc và đẩy nhau chuyển động), hai biên dạng  $(b_1)$   $(b_2)$  vừa lăn vừa trượt trên nhau. Vận tốc trượt tương đối giữa hai biên dạng răng  $\vec{v}_{M2M1}$  nằm theo phương tiếp tuyến chung tại điểm tiếp xúc M với hai biên dạng :  $v_{M2M1} = |\omega_2 - \omega_1| \cdot PM$  (Hình 10.5).

Khi tiếp xúc tại tâm ăn khớp P thì  $PM = 0$ , vận tốc trượt tương đối  $\vec{v}_{M2M1} = 0$ .

- Hai biên dạng răng ăn khớp với nhau là *bao hình của nhau* trong chuyển động tương đối giữa chúng. Thật vậy, trong chuyển động tương đối của khâu (2) đối với khâu (1),  $(b_1)$  coi như đứng yên, còn  $(b_2)$  chuyển động và luôn tiếp xúc với  $(b_1)$ , do đó trong chuyển động tương đối này,  $(b_1)$  là bao hình các vị trí khác nhau của  $(b_2)$  (hình 10.6).



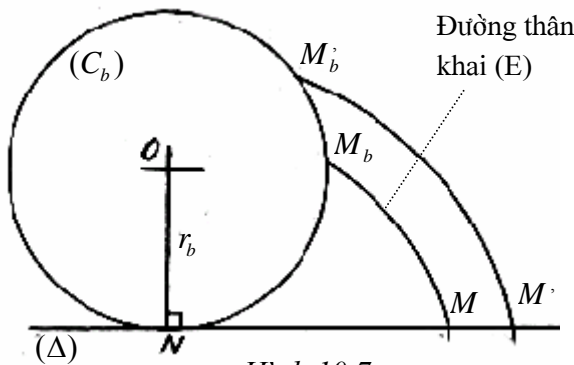
Hình 10.6:

### 3) Biên dạng răng thân khai

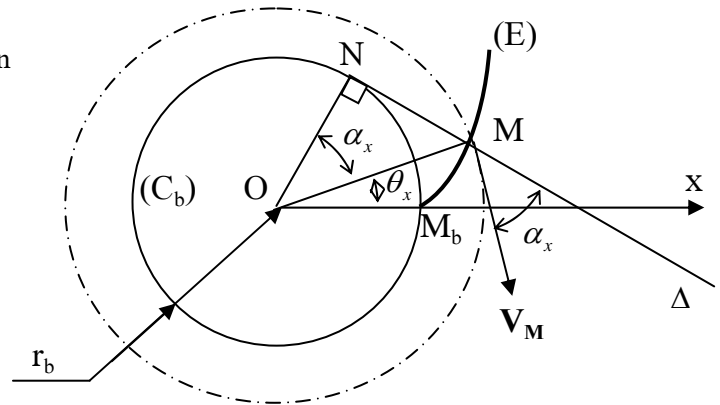
- Hai biên dạng ăn khớp  $(b_1)$ ,  $(b_2)$  là bao hình của nhau trong chuyển động tương đối giữa chúng, nên về nguyên tắc khi chọn trước một đường cong  $(b_1)$  làm biên dạng răng cho bánh (1) thì bằng phương pháp bao hình hoàn toàn có thể xác định được một đường cong  $(b_2)$  làm biên dạng thứ hai, thỏa mãn điều kiện tỷ số truyền bằng hằng số của cặp biên dạng. Nói khác

đi, có vô số cặp đường cong tương ứng nhau mà khi dùng làm cặp biên dạng răng sẽ thoả mãn điều kiện tỷ số truyền bằng hằng số.

- Trong thực tế, người ta thường dùng các đường cong sau đây làm biên dạng răng : Đường xicloid, đường tròn, đường thân khai vòng tròn, trong đó đường thân khai vòng tròn được sử dụng rộng rãi hơn cả.
- Chương này ta chỉ nghiên cứu *bánh răng có biên dạng răng là đường thân khai*, truyền chuyển động quay giữa hai trục với tỷ số truyền bằng *hằng số* và chỉ nghiên cứu trường hợp cặp bánh răng ngoại tiếp.



Hình 10.7 :



Hình 10.8 :

#### a) Đường thân khai vòng tròn và tính chất

##### • Định nghĩa

Khi cho đường thẳng (Δ) lăn không trượt trên vòng tròn  $C_b(O, r_b)$  thì một điểm M bất kỳ trên đường (Δ) sẽ vạch nên một đường cong (E) gọi là *đường thân khai* vòng tròn. Vòng tròn  $C_b(O, r_b)$  gọi là *vòng tròn cơ sở* của đường thân khai. Điểm  $M_b$  gọi là *gốc* của đường thân khai (E) trên vòng cơ sở (Hình 10.7).

##### • Tính chất

- ✓ Đường thân khai (E) không có điểm nào nằm trong vòng tròn cơ sở ( $C_b$ )
- ✓ Pháp tuyến tại điểm M của (E) cũng là tiếp tuyến tại điểm N của vòng tròn cơ sở ( $C_b$ ) và ngược lại.
- ✓ Tâm cong N tại điểm M của (E) là điểm N nằm trên vòng tròn cơ sở ( $C_b$ ). Bán kính cong tại điểm M của (E) là NM bằng cung lặn  $\widehat{M_b M} : \widehat{NM} = \widehat{M_b M}$
- ✓ Các đường thân khai (E) và (E') cùng vòng tròn cơ sở có thể chồng khít lên nhau. Khoảng cách trên các pháp tuyến chung bằng chiều dài cung giữa gốc của chúng trên vòng tròn cơ sở :

$$\widehat{MM'} = \widehat{M_b M'_b}$$

#### b) Phương trình đường thân khai

- ✓ Dùng phương trình tham số trong hệ tọa độ cực (hình 10.8).

Chọn hệ tọa độ cực tâm O, trục  $\overline{Ox} = \overline{OM_b}$ .

Tọa độ của điểm M thuộc đường thân khai vòng tròn (E) :

$$M \begin{cases} \vec{r}_x = \overline{OM} \text{ (bán kính vectơ)} \\ \theta_x = \widehat{MOM_b} \text{ (góc tọa độ)} \end{cases}$$

Thế mà:  $\theta_x = \widehat{NOM}_b - \widehat{NOM} = \frac{\widehat{NM}_b}{r_b} - \alpha_x$  với  $\alpha_x = (\vec{r}_x, \vec{ON})$

Theo tính chất của đường thân khai:

$$NM = \widehat{NM}_b \Rightarrow \frac{\widehat{NM}_b}{r_b} = \frac{NM}{r_b} = tg\alpha_x \Rightarrow \theta_x = tg\alpha_x - \alpha_x$$

Mặt khác, ta có:  $r_x = \frac{r_b}{\cos\alpha_x}$

Do đó, phương trình đường thân khai:

$$\begin{cases} r_x = \frac{r_b}{\cos\alpha_x} \\ \theta_x = tg\alpha_x - \alpha_x = inv(\alpha_x) \end{cases}$$

Với  $inv(\alpha_x) = \alpha_x - tg\alpha_x$  gọi là hàm thân khai (involute function).

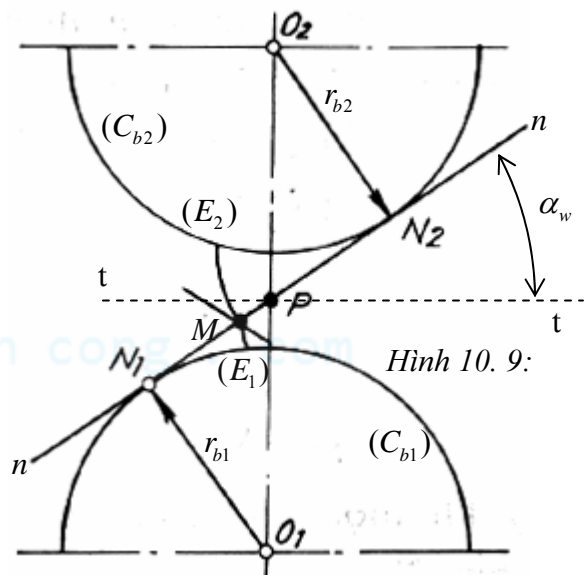
✓ Góc  $\alpha_x$  được gọi là *góc áp lực* của đường thân khai trên vòng  $C_x(O, r_x)$  bởi vì  $\alpha_x$  chính là góc giữa pháp tuyến ( $\Delta$ ) của biên dạng thân khai (E) tại điểm M thuộc vòng tròn  $C_x(O, r_x)$  với vận tốc của điểm M vòng tròn khi  $C_x(O, r_x)$  quay quanh điểm O.

### c) Biên dạng thân khai thoả mãn định lý cơ bản về ăn khớp

• Khi dùng đường thân khai vòng tròn làm biên dạng răng thì trong quá trình ăn khớp của hai biên dạng, tỉ số truyền  $i_{12}$  bằng hằng số (hình 10.9).

Thật vậy, xét hai biên dạng thân khai ( $E_1$ ) và ( $E_2$ ) có vòng cơ sở là  $C_{b1}(O_1, r_{b1}), C_{b2}(O_2, r_{b2})$ , tiếp xúc với nhau tại một vị trí bất kỳ M. Gọi nn là pháp tuyến chung tại M của hai biên dạng. Theo tính chất đường thân khai, pháp tuyến chung nn tại điểm M của ( $E_1$ ) và ( $E_2$ ) cũng là tiếp tuyến chung  $N_1N_2$  của hai vòng tròn cơ sở ( $C_{b1}$ ) và ( $C_{b2}$ ). Do hai vòng cơ sở cố định nên tiếp tuyến chung  $N_1N_2$  cũng cố định, nghĩa là pháp tuyến chung nn tại điểm M của hai biên dạng ( $E_1$ ) và ( $E_2$ ) cũng cố định.

Như vậy, pháp tuyến chung nn tại điểm M bất kỳ của hai biên dạng luôn cắt đường nối tâm  $O_1O_2$  tại một điểm P cố định: cặp biên dạng thân khai thoả mãn định lý cơ bản về ăn khớp (tức là bảo đảm tỷ số truyền  $i_{12}$  = hằng số).



Hình 10.9:

### d) Một vài khái niệm

#### • Đường ăn khớp - Đoạn ăn khớp lý thuyết

✓ Đường ăn khớp là quỹ tích các vị trí tiếp xúc M giữa hai biên dạng răng trong quá trình ăn khớp.

✓ Trong quá trình ăn khớp của cặp biên dạng răng thân khai ( $E_1$ ), ( $E_2$ ), điểm tiếp xúc M luôn di chuyển trên đường thẳng  $N_1N_2$ , tiếp tuyến chung của hai vòng tròn cơ sở ( $C_{b1}$ ), ( $C_{b2}$ ). Đường thẳng  $N_1N_2$  chính là *đường ăn khớp* của cặp biên dạng thân khai. Tuy nhiên, trong cặp

bánh răng ngoại tiếp, điểm tiếp xúc M không thể chạy vượt ra ngoài đoạn  $N_1N_2$  : đoạn thẳng  $N_1N_2$  được gọi là *đoạn ăn khớp lý thuyết*.

- **Góc ăn khớp**

Góc  $\alpha_w$  tạo bởi đường ăn khớp nn (cũng chính là pháp tuyến chung tại điểm tiếp xúc M của hai biên dạng) và tiếp tuyến chung tt tại P với hai vòng lăn  $(C_{b1}), (C_{b2})$  :  $\alpha_w = (nn, tt)$

Ta có:

$$\cos \alpha_w = \frac{r_{b1}}{r_{w1}} = \frac{r_{b2}}{r_{w2}}$$

Với cặp biên dạng thân khai, hai tâm quay  $O_1, O_2$  cho trước, các bán kính  $r_{b1}, r_{b2}$  của các vòng tròn cơ sở là không đổi nên đường ăn khớp  $N_1N_2$  cố định. Như vậy, góc ăn khớp  $\alpha_w$  trong cặp biên dạng thân khai là không đổi.

- **Khả năng dịch trục của cặp biên dạng răng thân khai**

Ta có:  $r_{b1} = O_1P \cdot \cos \alpha_w = r_{w1} \cos \alpha_w$

Và  $r_{b2} = O_2P \cdot \cos \alpha_w = r_{w2} \cos \alpha_w$

$$\Rightarrow i_{12} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

Nghĩa là tỷ số truyền có thể xác định theo bán kính các vòng tròn cơ sở, không phụ thuộc vào khoảng cách trục  $a_w = O_1O_2 = r_{w1} + r_{w2}$ . Do đó, khi thay đổi một chút ít khoảng cách trục  $a_w$  của cặp biên dạng răng thân khai cho trước, thì bán kính các vòng lăn  $r_{w1}, r_{w2}$  đều thay đổi, nhưng tỷ số truyền  $i_{12}$  vẫn không thay đổi, bởi vì bán kính các vòng cơ sở  $r_{b1}, r_{b2}$  vẫn không thay đổi.

Đặc điểm quan trọng này của cặp bánh răng thân khai gọi là *khả năng dịch trục*. Khi lắp ráp, nếu khoảng cách trục  $a_w$  của cặp bánh răng thân khai có không chính xác thì tỷ số truyền vẫn không thay đổi.

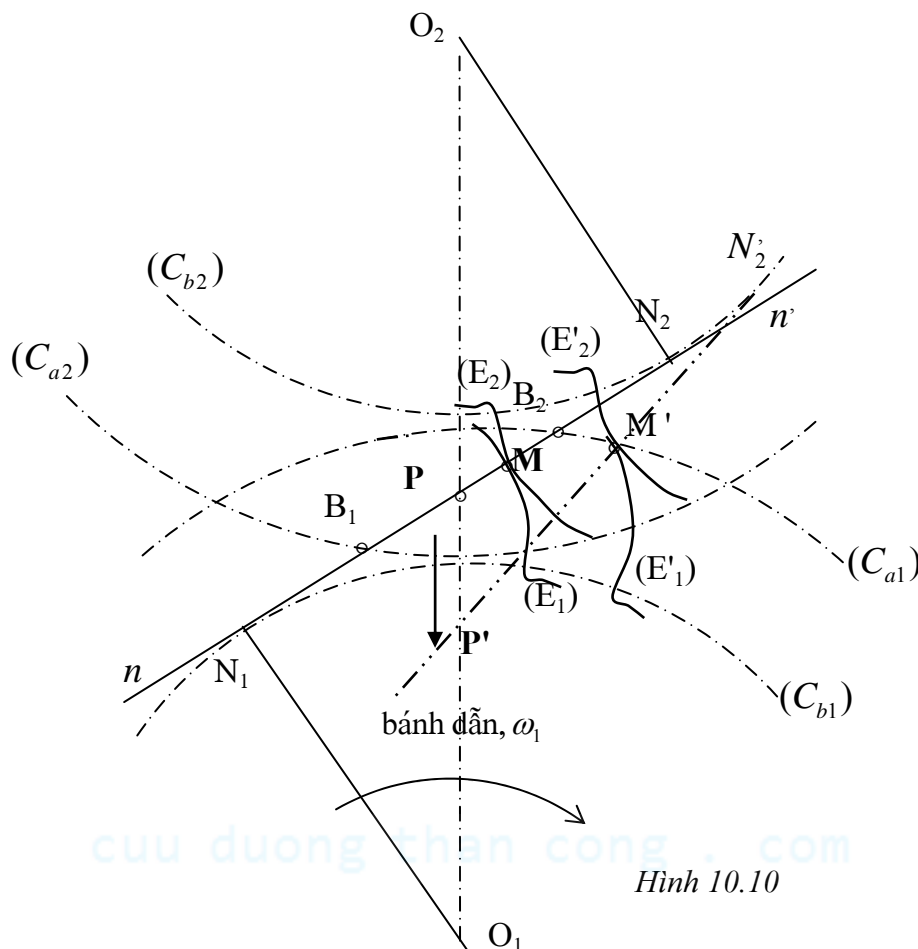
## §2. Điều kiện để tỷ số truyền của một cặp bánh răng thân khai là hằng số

- Với một cặp bánh răng thân khai, mỗi **cặp biên dạng răng** ăn khớp  $(E_1); (E_2)$  bị giới hạn bởi hai vòng đỉnh răng  $(C_{a1})$  và  $(C_{a2})$ . Gọi  $B_1 = (C_{a2}) \cap (N_1N_2)$  và  $B_2 = (C_{a1}) \cap (N_1N_2)$ . Giả sử bánh dẫn là bánh (1) và có chiều quay như hình 10.10, đường ăn khớp của cặp biên dạng răng  $(E_1), (E_2)$  sẽ là đường thẳng  $N_1N_2$ .

Chỉ khi nào điểm tiếp xúc M của **cặp biên dạng răng**  $(E_1), (E_2)$  di chuyển trong đoạn  $B_1B_2$ , từ điểm  $B_1$  đến điểm  $B_2$ , thì pháp tuyến chung nn của cặp biên dạng mới cắt đường nối tâm  $O_1O_2$  tại điểm P cố định. Lúc đó tỷ số truyền của cặp biên dạng là hằng số. Điểm  $B_1$  gọi là điểm *vào khớp*, điểm  $B_2$  gọi là điểm *ra khớp*. Đoạn thẳng  $B_1B_2$  gọi là *đoạn ăn khớp thực*.

- Sau điểm ra khớp  $B_2$ , nếu cặp biên dạng nói trên còn tiếp tục đẩy nhau chuyển động, ví dụ ở vị trí  $(E_1); (E_2)$ , chúng sẽ tiếp xúc nhau tại một điểm M' nằm trên vòng đỉnh  $(C_{a1})$  của biên dạng  $(E_1)$ . Tại điểm M', pháp tuyến của  $(E_1)$  là vô định vì M' là điểm nhọn, còn pháp tuyến của  $(E_2)$  là đường thẳng  $M'N_2$ , tiếp tuyến với vòng tròn cơ sở  $(C_{a2})$ . Khi đó, pháp tuyến chung tại điểm M' của  $(E_1); (E_2)$  sẽ là đường thẳng  $M'N_2$  và tâm ăn khớp bây giờ là

$P = M \cdot N_2 \cap O_1 O_2$  đã tiến dần về phía tâm quay  $O_1$ , tỷ số truyền  $i_{12}$  của cặp biên dạng đã bị thay đổi.



Hình 10.10

- Tóm lại, trong cặp bánh răng thân khai, mỗi cặp biên dạng ăn khớp  $(E_1)$ ,  $(E_2)$  chỉ cho tỷ số truyền  $i_{12} = \text{hằng số}$  khi điểm tiếp xúc  $M$  của chúng chạy trong đoạn  $B_1 B_2$ , từ điểm  $B_1$  đến điểm  $B_2$ .
- Quá trình ăn khớp của cặp bánh răng thân khai là *sự liên tục kế tiếp nhau vào tiếp xúc* của nhiều **cặp biên dạng** răng ăn khớp. Do đó, để tỷ số truyền  $i_{12}$  của một **cặp bánh răng** là hằng số, thì mỗi cặp biên dạng răng chỉ được tiếp xúc với nhau trong đoạn ăn khớp thực  $B_1 B_2$ . Muốn vậy thì khi cặp biên dạng ăn khớp thứ nhất  $(E_1)$ ,  $(E_2)$  đang tiếp xúc tại  $B_2$  (đang bắt đầu ra khớp tại  $B_2$ ) thì cặp biên dạng kế tiếp  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$  phải *bắt đầu vào tiếp xúc* hay *đã vào tiếp xúc* trên đoạn ăn khớp thực  $B_1 B_2$ .

Điều kiện này gọi là điều kiện *ăn khớp đều* của cặp bánh răng thân khai. Để thỏa mãn điều kiện ăn khớp đều, cần phải thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây : Điều kiện ăn khớp đúng và điều kiện ăn khớp trùng.

### 1) Điều kiện ăn khớp đúng và ăn khớp trùng của cặp bánh răng thân khai

- Giả sử cặp biên dạng thứ nhất là  $(E_1)$ ,  $(E_2)$  đang chuẩn bị ra khớp tại điểm  $B_2$ . Cặp biên dạng kế tiếp là  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$  phải đang tiếp xúc nhau tại một điểm  $M$  nằm trong đoạn  $B_1 B_2$ . Gọi  $p_{N1}$  và  $p_{N2}$  là bước răng đo trên đường ăn khớp  $N_1 N_2$  (khoảng cách đo trên đường ăn khớp giữa hai biên dạng răng cùng phía kề nhau, còn gọi là bước ăn khớp). Để  $(E'_1)$  và  $(E'_2)$  có thể tiếp xúc với nhau, phải có điều kiện :

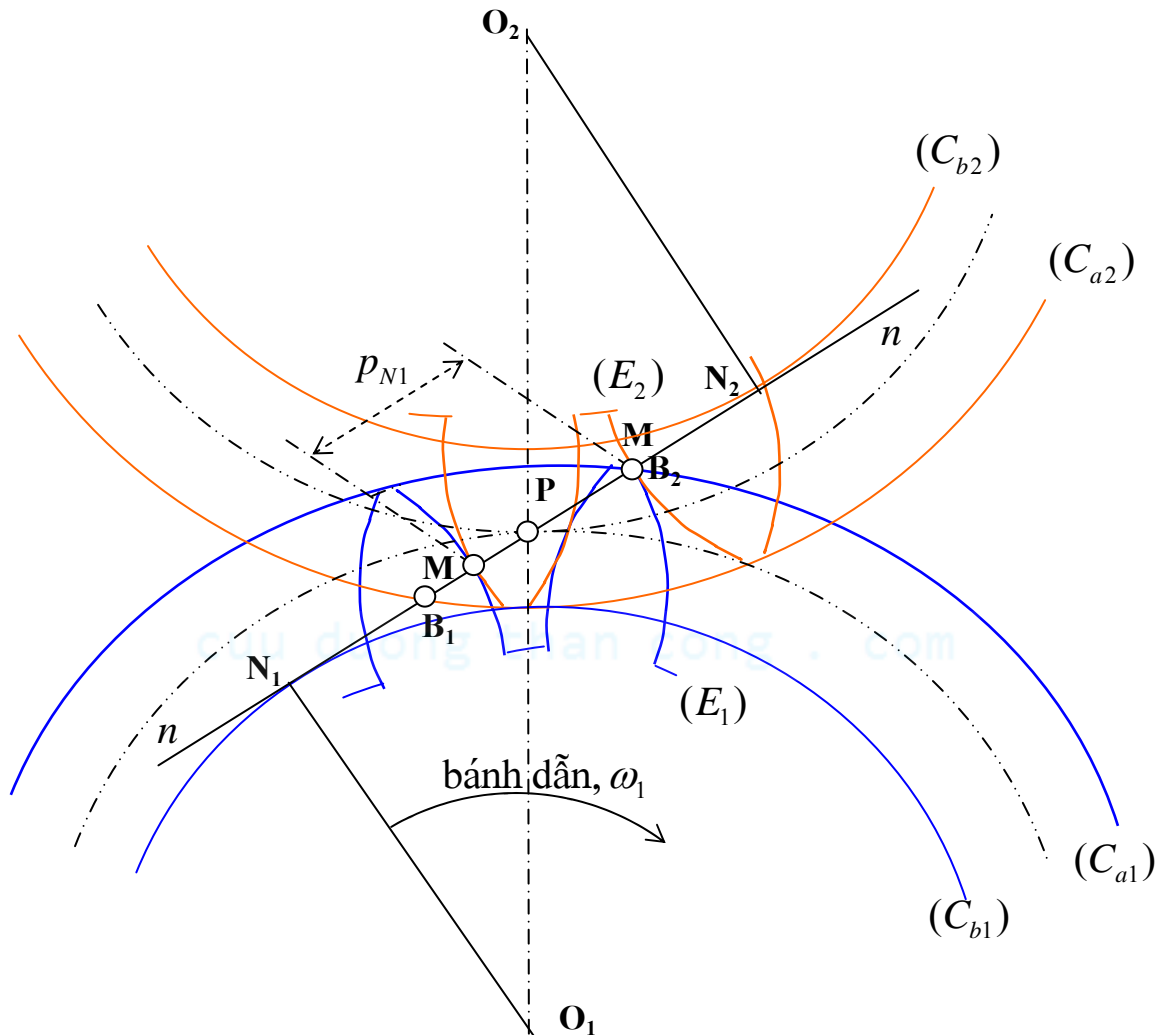
$$p_{N1} = p_{N2} = p_N \quad (10.1)$$

Hơn nữa, để  $(E'_1)$  và  $(E'_2)$  có thể tiếp xúc với nhau tại một điểm  $M'$  nằm trong đoạn ăn khớp thực  $B_1 B_2$ , phải có thêm điều kiện:

(10.2)

Điều kiện (10.1) được gọi là điều kiện ăn khớp đúng.

Điều kiện (10.2) được gọi là điều kiện ăn khớp trùng.  $\varepsilon = \frac{B_1 B_2}{p_N}$  được gọi là hệ số trùng khớp.



- Theo tính chất đường thân khai, ta có :  $p_{N1} = p_{b1}$  ;  $p_{N2} = p_{b2}$  với  $p_{b1}, p_{b2}$  là bước răng đo trên vòng cơ sở của bánh (1) và bánh (2).

Điều kiện ăn khớp đúng viết lại như sau :  $p_{b1} = p_{b2} = p_b$

Điều kiện ăn khớp đúng cũng có thể viết theo bước răng trên vòng lăn :  $p_{w1} = p_{w2}$  với  $p_{w1}, p_{w2}$  là bước răng trên vòng lăn của bánh (1) và bánh (2).

## 2) Điều kiện ăn khớp khít của cặp bánh răng thân khai

- Sau khi điều kiện ăn khớp đúng và ăn khớp trùng đã thoả mãn, tỷ số truyền  $i_{12}$  của cặp bánh răng sẽ bằng hằng số nếu như bánh dẫn không đổi chiều quay.
- Với bánh (1) là bánh dẫn và có chiều quay  $\omega_1$  thì cặp biên dạng làm việc là  $(E_1)$ ,  $(E_2)$  đang tiếp xúc nhau tại M, đoạn ăn khớp lý thuyết là  $N_1N_2$ , đoạn ăn khớp thực là  $B_1B_2$



Nếu bánh dẫn đổi chiều quay thì cặp biên dạng làm việc đổi phía thành  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$ , đoạn ăn khớp lý thuyết và đoạn ăn khớp thực trở thành  $N'_1N'_2$  và  $B'_1B'_2$  (Hình 10.12).

Nếu giữa  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$  không có tiếp xúc (giữa hai biên dạng có khe hở  $\delta$ , gọi là *khe hở cạnh răng*) thì trước tiên sẽ có hiện tượng gián đoạn truyền động, sau đó là va đập. Do đó trong quá trình chuyển tiếp từ khi cặp biên dạng  $(E_1)$ ,  $(E_2)$  thôi ăn khớp đến khi cặp biên dạng  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$  vào ăn khớp, tỷ số truyền  $i_{12}$  của cặp bánh răng đã bị thay đổi.

Như vậy, để tỷ số truyền  $i_{12}$  của cặp bánh răng bằng hằng số khi bánh dẫn (1) đổi chiều quay thì, tương ứng với điểm  $M'$ , cặp biên dạng làm việc phải là  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$  đang tiếp xúc với nhau.

Ăn khớp không có khe hở cạnh răng  $\delta$  được gọi là *ăn khớp khít*.

• **Suy diễn điều kiện ăn khớp khít** (Hình 10.12).

✓ Gọi  $a = (E_1) \cap (C_{w1})$ ;  $b = (E'_1) \cap (C_{w1})$ ;  $c = (E_2) \cap (C_{w2})$ ;  $d = (E'_2) \cap (C_{w2})$

Khi bánh dẫn quay theo chiều  $\omega_1$  đến khi điểm tiếp xúc  $M$  của  $(E_1)$ ,  $(E_2)$  trùng với  $P$  thì :

$$a \rightarrow P \text{ và } c \rightarrow P. \text{ Vì } (C_{w1}); (C_{w2}) \text{ lăn không trượt trên nhau nên } \widehat{aP} = \widehat{cP} \quad (10.3)$$

Khi bánh dẫn quay theo chiều ngược lại đến khi điểm tiếp xúc  $M'$  của  $(E'_1)$ ,  $(E'_2)$  trùng với  $P$  thì:

$$b \rightarrow P \text{ và } d \rightarrow P. \text{ Vì } (C_{w1}); (C_{w2}) \text{ lăn không trượt trên nhau nên } \widehat{bP} = \widehat{dP} \quad (10.4)$$

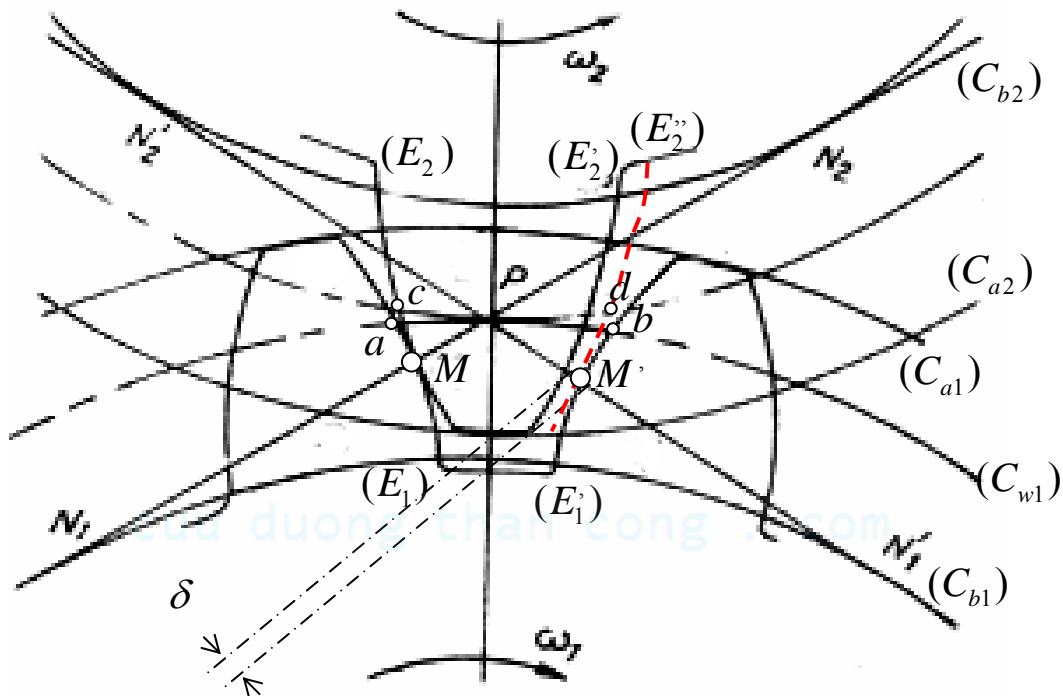
Từ (10.3) và (10.4) suy ra :  $\widehat{ab} = \widehat{cd}$ , nghĩa là :  $\boxed{W_{w1} = S_{w2}}$ .

Tương tự, ta cũng có :  $\boxed{S_{w1} = W_{w2}}$

Với  $W_{w1}; W_{w2}$  lần lượt là chiều rộng rãnh trên vòng lăn của bánh (1) và bánh (2);  $S_{w1}; S_{w2}$  lần lượt là chiều dày răng trên vòng lăn của bánh (1) và bánh (2).

✓ Tóm lại, điều kiện ăn khớp khít của cặp bánh răng thân khai được phát biểu như sau :

*Chiều dày răng trên vòng lăn của bánh nọ bằng chiều rộng rãnh trên vòng lăn của bánh kia.*



Hình 10.12 : Điều kiện ăn khớp khít

• Tuy nhiên trên thực tế, để bù lại các sai số do chế tạo và lắp ráp, để phòng ngừa sự dẫn nổ vì nhiệt và lưu thông dầu bôi trơn, người ta thường tạo ra một khe hở mặt bên răng nhất định, do đó rất khó bảo đảm được điều kiện ăn khớp khít.



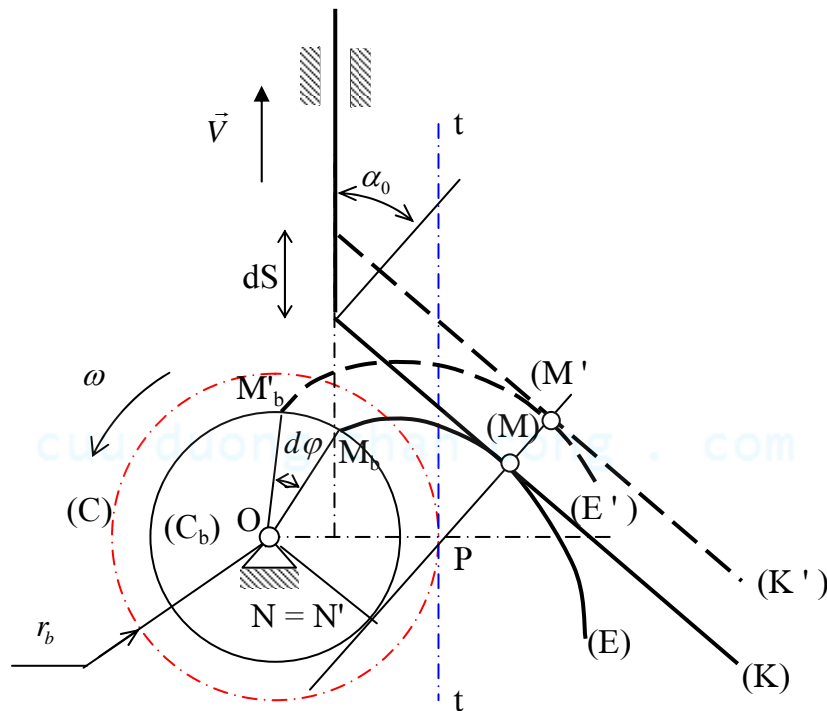
### §3. Các thông số chế tạo cơ bản của bánh răng thân khai

#### 1) Phương pháp bao hình để tạo hình biên dạng thân khai

- Xét cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng, có biên dạng cam là đường thân khai (E), có vòng tròn cơ sở là  $C_b(O, r_b)$ , đáy cần là đường thẳng (K), góc áp lực đáy cần là  $\alpha_0$  (Hình 10.13).

Lúc đầu, cam và cần ở vị trí (E) và (K), tiếp nhau tại điểm M, pháp tuyến chung tại M của (E) và (K) là đường thẳng NM tiếp tuyến với vòng cơ sở  $(C_b)$ . Sau khoảng thời gian  $dt$ , cam và cần đến vị trí mới là (E') và (K'), tiếp xúc nhau tại M', cần đi được một đoạn  $dS$ , cam quay được một góc  $d\varphi$ , pháp tuyến chung tại M' của (E') và (K') là đường thẳng N'M' tiếp tuyến với vòng cơ sở  $(C_b)$ .

Do (K) và (K') song song với nhau nên  $NM \equiv N'M'$ .



Hình 10.13 : Nguyên tắc bao hình để tạo hình biên dạng răng thân khai

$$\bullet \text{ Ta có : } dS = \frac{MM'}{\cos \alpha_0} \text{ và } d\varphi = \frac{\widehat{M_b M'_b}}{r_b} = \frac{MM'}{r_b} \Rightarrow \frac{dS}{d\varphi} = \frac{r_b}{\cos \alpha_0} \quad (10.5)$$

Gọi  $V$  và  $\omega$  lần lượt là vận tốc tịnh tiến của cần và vận tốc góc của cam, ta có :

$$\frac{dS}{dt} = V \quad (10.6)$$

$$\text{Và : } \frac{d\varphi}{dt} = \omega \quad (10.7)$$

$$\text{Từ (10.5), (10.6) và (10.7) suy ra : } \frac{V}{\omega} = \frac{r_b}{\cos \alpha_0} \text{ hay : } \boxed{V = \frac{r_b}{\cos \alpha_0} \cdot \omega}$$

- Từ O, vẽ đường thẳng vuông góc với phương trượt của cần, cắt NM tại P. Đặt  $r = OP$ .

$$\text{Ta có : } r = \frac{r_b}{\cos \alpha_0} \Rightarrow \boxed{V = r \cdot \omega}$$

Gọi (C) là vòng tròn tâm O, bán kính  $r = OP$  gắn trên cam; (tt) là đường thẳng gắn cứng trên cần, song song với phương trượt của cần và tiếp tuyến với (C) tại điểm P.

Do  $V = r \cdot \omega$ , tức là vận tốc tịnh tiến của cần bằng vận tốc tiếp tuyến của vòng tròn (C) nên đường thẳng (tt) lăn không trượt trên vòng tròn (C).

- Như vậy, khi cho cam và cần tiếp xúc và đẩy nhau chuyển động thì  $V = \frac{r_b}{\cos \alpha_0} \cdot \omega$  và đường

thẳng (tt) gắn trên cần sẽ lăn không trượt với vòng tròn (C) gắn trên cam.

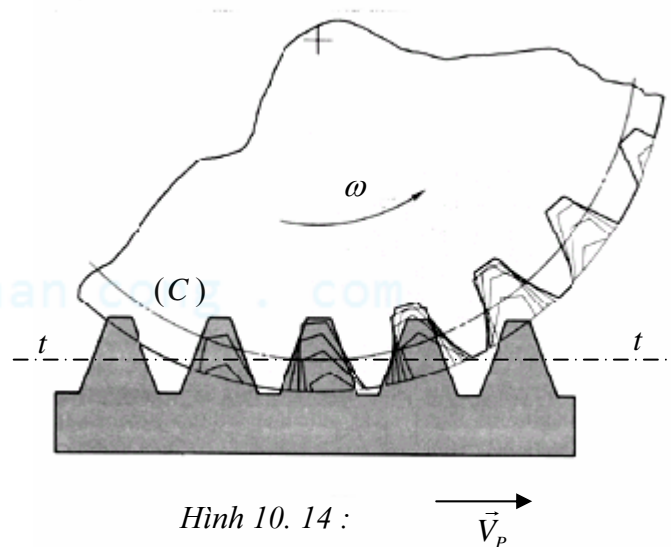
Ngược lại, khi cho (tt) gắn trên cần lăn không trượt với vòng tròn (C) gắn trên cam, tức là cho cam quay với vận tốc góc  $\omega$ , cần tịnh tiến với vận tốc V với  $V = \frac{r_b}{\cos \alpha_0} \cdot \omega$ , thì cam và cần sẽ

tiếp xúc và đẩy nhau chuyển động và do đó biên dạng thân khai (E) sẽ là bao hình của các vị trí khác nhau của (K) trong chuyển động tương đối đối với cam.

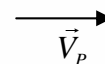
- Từ đó, suy ra *phương pháp bao hình để tạo hình biên dạng răng thân khai* :

✓ Cho một đường thẳng (tt) lăn không trượt với vòng tròn (C). Gọi (K) là một đoạn thẳng gắn cứng trên (tt), có pháp tuyến làm với (tt) một góc bằng  $\alpha_0$ . Tại những thời điểm khác nhau trong chuyển động tương đối của (tt) đối với vòng (C), ta ghi lại các vết của (K) trên một mặt phẳng gắn liền với vòng (C). Ta sẽ nhận được một họ đường thẳng mà bao hình là một đường thân khai vòng tròn.

✓ Nếu thay vì đoạn thẳng (K), ta gắn cứng lên (tt) một *thanh răng* hình thang thì trên mặt phẳng gắn liền với vòng tròn (C), sẽ nhận được những họ đường thẳng mà bao hình là các cặp biên dạng thân khai đối xứng với nhau từng đôi một của bánh răng thân khai (hình 10.14).



Hình 10.14 :



## 2) Thanh răng sinh và thông số của thanh răng sinh

- Thanh răng dùng để tạo hình bánh răng thân khai gọi là *thanh răng sinh*. Hình dạng và kích thước thanh răng sinh quyết định hình dạng và kích thước của dao dùng cắt bánh răng theo phương pháp bao hình, do đó thanh răng sinh được tiêu chuẩn hoá.

Thanh răng sinh có các răng hình thang cân, giống hệt nhau và bố trí cách đều nhau.

Đường thẳng  $t_0t_0$  song song với đường đỉnh và đường chân, chia đôi răng theo chiều cao gọi là *đường trung bình*. Trên  $t_0t_0$ , chiều rộng răng  $s_0$  bằng chiều rộng rãnh  $w_0$  :  $s_0 = w_0$ .

- Các thông số của thanh răng sinh**

✓ Bước răng của thanh răng  $p_0$  (khoảng cách giữa hai biên dạng răng cùng phía của hai răng kề nhau đo trên một đường thẳng song song với đường đỉnh hoặc đường chân)

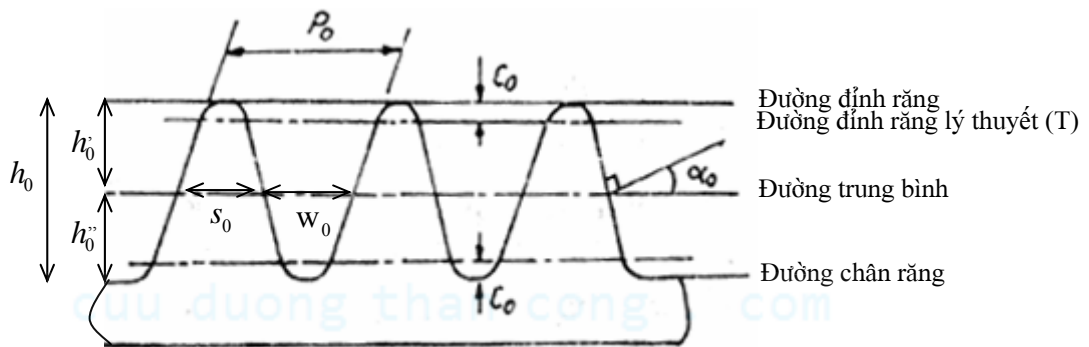
✓ Modul :  $m_0 = \frac{p_0}{\pi}$ . Modul  $m_0$  được tiêu chuẩn hoá.

- ✓ Góc áp lực của thanh răng  $\alpha_0$  : nửa góc ở đỉnh của hình thang cân. Góc  $\alpha_0$  cũng được tiêu chuẩn hoá :  $\alpha_0 = 20^\circ$  và là một thông số về hình dạng răng.
- ✓ Chiều dày răng  $s_0$  và chiều rộng rãnh  $w_0$  đo trên đường trung bình.

Ta có :  $s_0 = w_0 = \frac{p_0}{2} = \frac{\pi m_0}{2}$

- ✓ Chiều cao đỉnh răng  $h'_0$  và chiều cao chân răng  $h''_0$  (khoảng cách từ đường trung bình đến đường đỉnh và đường chân) :  $h'_0 = h''_0 = 1,25m_0$
- ✓ Chiều cao răng  $h_0 = 2,5m_0$
- ✓ Chiều cao phần lượn tròn ở đỉnh răng và ở chân răng:  $c_0 = 0,25m_0$

Thực ra, phần lượn tròn ở đỉnh răng không có ý nghĩa gì trong việc tạo hình biên dạng thân khai, do vậy người ta thường dùng chiều cao lý thuyết của đỉnh răng  $h'_0 = 1.m_0$  và chiều cao lý thuyết của răng  $h_0 = 2,25m_0$ .



Hình 10.15: Thanh răng sinh

### 3) Các thông số chế tạo cơ bản của bánh răng thân khai

➤ Trong phương pháp tạo biên dạng răng bằng bao hình nói trên, vòng tròn (C) được gọi là vòng chia của bánh răng. Đường thẳng (tt), gắn cứng với thanh răng sinh và lăn không trượt với vòng chia (C), được gọi là đường chia.

Bán kính vòng chia  $r$  phụ thuộc vào vận tốc  $V$  của thanh răng và vận tốc góc  $\omega$  của bánh răng được tạo hình:  $r = \frac{V}{\omega} = \frac{r_b}{\cos \alpha_0}$ .

#### ➤ Các thông số chế tạo cơ bản của bánh răng thân khai

- Bước răng  $p$  trên vòng chia :

Vì vòng chia lăn không trượt với đường chia nên  $p = p_0$

Modun của bánh răng:  $m = \frac{p}{\pi} \Rightarrow m = \frac{p}{\pi} = \frac{p_0}{\pi} = m_0$ .

- Góc áp lực  $\alpha$  trên vòng chia :

Góc ăn khớp của thanh răng và bánh răng trong quá trình tạo hình bánh răng thân khai bằng phương pháp bao hình (góc giữa đường chia (tt) và pháp tuyến PN với cạnh răng của thanh răng sinh).

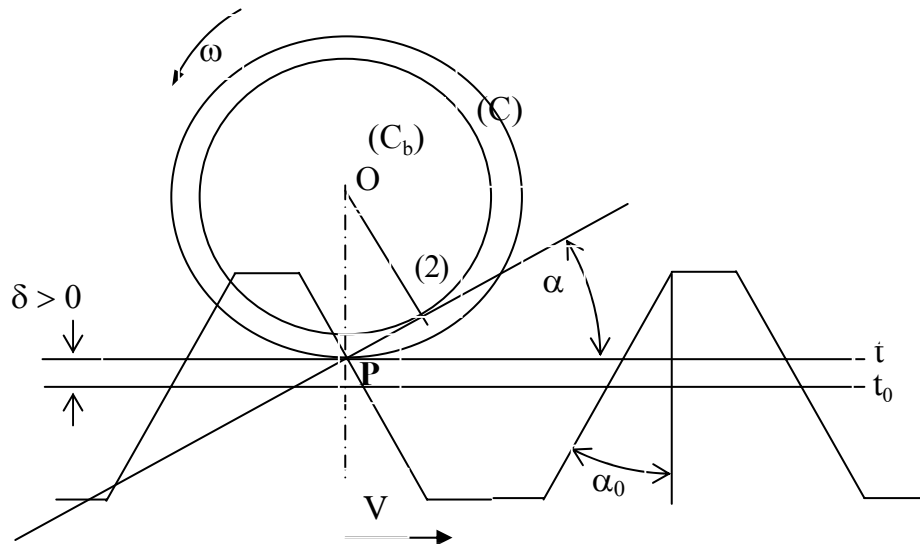
Ta có :  $\cos \alpha = \frac{r_b}{r}$  và  $\alpha = \alpha_0$

- Số răng  $Z$  của bánh răng được cắt :

Chu vi vòng chia:  $Zp = 2\pi r \Rightarrow Z\pi m = 2\pi r \Rightarrow \boxed{Z = \frac{2r}{m}}$  hay :  $\boxed{r = \frac{1}{2}mZ}$

• **Khoảng dịch dao  $\delta$  - Hệ số dịch dao  $x$  :**

Trong quá trình tạo hình bánh răng thân khai bằng phương pháp bao hình, đường trung bình  $t_0t_0$  của thanh răng sinh không nhất thiết phải trùng với đường chia  $tt$ . Khoảng cách giữa đường trung bình  $t_0t_0$  và đường chia  $tt$  gọi là **khoảng dịch dao  $\delta$** . Hệ số  $x = \frac{\delta}{m}$  gọi là **hệ số dịch dao**.



Hình 10.16 :

Quy ước về dấu:

$x = 0$  : nếu đường trung bình tiếp xúc với vòng chia

$x > 0$  : nếu đường trung bình nằm ngoài vòng chia

$x < 0$  : nếu đường trung bình cắt vòng chia.

Bánh răng có  $x = 0$  gọi là bánh răng *tiêu chuẩn*; bánh răng có  $x \neq 0$  gọi là bánh răng *dịch dao* (nếu  $x > 0$  - bánh răng dịch dao dương; nếu  $x < 0$  - bánh răng dịch dao âm).

Bốn thông số  $m$ ,  $\alpha$ ,  $Z$  và  $x$  là bốn thông số cơ bản của bánh răng thân khai.  $m$  là thông số về kích thước, tất cả các kích thước của bánh răng đều được tính theo  $m$ .  $\alpha$  là thông số về biên dạng răng. Khi biết bốn thông số trên, kích thước của bánh răng hoàn toàn xác định.

• **Xác định một vài kích thước của bánh răng**

✓ Với bánh răng tiêu chuẩn ( $x = 0$ ) :

Đường chia và đường trung bình trùng nhau. Do đó trên đường chia, ta

$$\text{có : } s_0 = w_0 = \frac{p_0}{2} = \frac{\pi m_0}{2}$$

Mặt khác, đường chia và vòng chia lăn không trượt trên nên :  $s = w_0$ ;  $w = s_0$

với  $s$  và  $w$  là chiều dày răng và chiều rộng rãnh của bánh răng đo trên vòng chia.

Suy ra : 
$$\boxed{s = w = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}}$$

✓ Với bánh răng dịch dao (hình 10.17) :

Trên đường chia  $tt$ , chiều dày răng của thanh răng :

$$s_0 = A'B' = AB - 2AA'$$

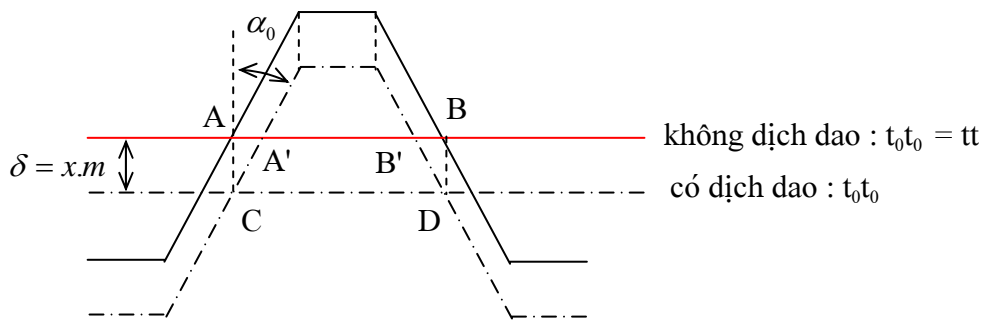
$$\Rightarrow s_0 = \frac{\pi m_0}{2} - 2xm_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$\Rightarrow s_0 = m_0 \left( \frac{\pi}{2} - 2x \operatorname{tg} \alpha_0 \right)$$

Do đường chia (tt) lăn không trượt trên vòng chia (C), nên :  $w = s_0$

$$\Rightarrow \boxed{w = s_0 = m \left( \frac{\pi}{2} - 2x \operatorname{tg} \alpha \right)}$$

Bằng cách lý luận tương tự, ta cũng suy được :  $\boxed{s = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha \right)}$



Hình 10.17:

#### • Ghi chú

✓ Chu vi vòng cơ sở :  $Z.p_b = 2\pi r_b \Rightarrow$  Bước răng trên vòng cơ sở :  $p_b = \frac{2\pi r_b}{Z}$

Mặt khác :  $r = \frac{1}{2}mZ$  và  $r = \frac{r_b}{\cos \alpha} \Rightarrow p_b = \pi m \cos \alpha$ .

Do đó, có thể viết lại điều kiện ăn khớp đúng như sau :

$$p_{b1} = p_{b2}$$

$$\Leftrightarrow \pi m_1 \cos \alpha_1 = \pi m_2 \cos \alpha_2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{m_1 = m_2 = m} \text{ và } \boxed{\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha}$$

✓ Như vậy để thỏa mãn điều kiện ăn khớp đúng, hai bánh răng ăn khớp phải có cùng môđun và góc áp lực trên vòng chia, tức là hai bánh răng phải được tạo hình từ cùng một thanh răng sinh.

## 4) Hiện tượng cắt chân răng - Số răng và hệ số dịch dao tối thiểu

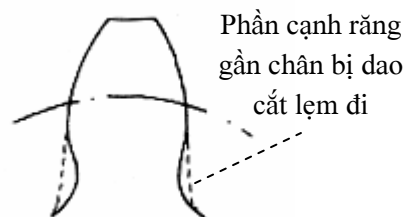
### a) Hiện tượng cắt chân răng

- Hiện tượng cắt chân răng là hiện tượng phần biên dạng thân khai gần gốc  $M_b$  bị dao thành răng cắt lẹm đi trong quá trình cắt bánh răng bằng phương pháp bao hình (Hình 10.18).
- Trong quá trình tạo hình bánh răng thân khai bằng thanh răng sinh, điểm tiếp xúc  $M$  của cạnh răng (K) của thanh răng và biên dạng (E) của bánh răng vạch nên đường thẳng PN gọi là đường ăn khớp của quá trình tạo hình.

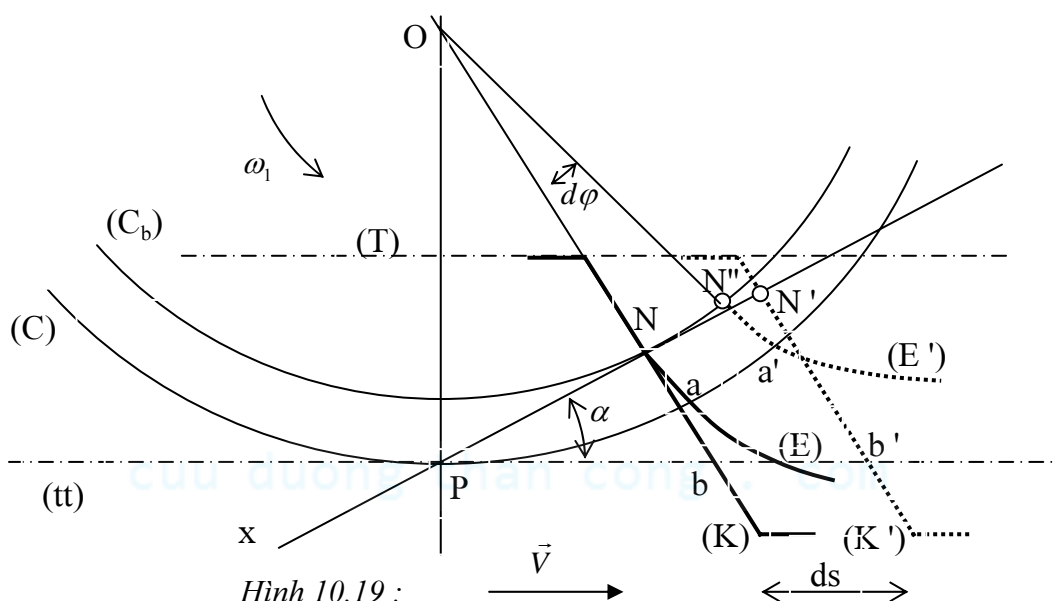
Hiện tượng cắt chân răng xảy ra khi đường đỉnh lý thuyết (T) của thanh răng sinh cắt đường ăn khớp PN tại một điểm nằm ngoài nửa đường thẳng Nx. (Hình 10.19).

### Chứng minh

Giả sử đường đỉnh lý thuyết (T) của thanh răng cắt đường ăn khớp PN tại một điểm S không thuộc nửa đường thẳng Nx. Giả sử cạnh răng (K) của thanh răng và biên dạng thân khai (E) đang tiếp xúc nhau tại điểm N : biên dạng (E) đang nằm bên phải của cạnh răng (K).



Hình 10.18 :



Hình 10.19 :

Khi vòng chia (C) quay được một góc  $d\varphi$ , biên dạng (E) và cạnh răng (K) dịch chuyển đến vị trí mới (E') và (K'). Biên dạng (E) đi được một khoảng  $NN''$  trên vòng tròn (C<sub>b</sub>), một khoảng  $aa'$  trên vòng chia (C); cạnh răng (K) đi được một khoảng  $NN'$  trên PN, một khoảng  $bb' = ds$  trên đường chia (tt).

Ta có :  $NN' = bb' \cos \alpha = ds \cdot \cos \alpha$

$$\widehat{NN''} = r_b \cdot d\varphi = r \cos \alpha \cdot d\varphi = \widehat{aa'} \cos \alpha$$

Do đường chia (tt) lăn không trượt trên vòng chia (C) nên :  $\widehat{aa'} = bb' = ds$

Suy ra :  $\widehat{NN''} = ds \cdot \cos \alpha$

Hay :  $\widehat{NN''} = \widehat{NN'}$

Nghĩa là phần gốc của đường thân khai (E') bây giờ đã nằm bên trái cạnh răng (K'). Nói khác đi phần chân gần gốc của biên dạng thân khai đã bị dao thanh răng cắt lẹm đi khi tạo hình.

### • Ghi chú :

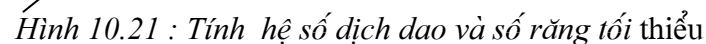
+ Trong quá trình ăn khớp của cặp bánh răng, chỉ có một phần biên dạng răng thân khai tham gia ăn khớp và được gọi là *phần làm việc* của biên dạng răng.

Xác định phần làm việc của biên dạng răng: Từ điểm vào khớp B<sub>1</sub>, vẽ đường tròn tâm O<sub>1</sub>, bán kính O<sub>1</sub>B<sub>1</sub>. Vòng tròn này cắt biên dạng thân khai (E) tại điểm b. Cung ab chính là phần làm việc của biên răng (E) (hình 10.20)

+ Hiện tượng cắt chân răng là một hiện tượng có hại, cần phải tránh.



(C)



Mà :  $PQ = PN \sin \alpha = OP \sin \alpha \cdot \sin \alpha = OP \sin^2 \alpha$

$$\text{Và: } e = h - \delta = 1.m_0 - x.m_0$$

$$\Rightarrow e = m(1 - x)$$



Do vậy điều kiện để không xảy ra hiện tượng cắt chân răng :

$$e = m(1-x) \leq PQ = \frac{1}{2}mZ.\sin^2 \alpha$$

Với  $\alpha = 20^\circ$ , ta có :  $\sin^2 \alpha = \frac{2}{17}$ .

Do đó hệ số dịch dao và số răng của bánh răng phải thỏa mãn điều kiện:  $1-x \leq \frac{Z}{17}$

+ Khi biết trước hệ số dịch dao  $x$ , số răng tối thiểu của bánh răng:  $Z_{\min} = 17(1-x)$

+ Khi biết trước số răng  $Z$ , hệ số dịch dao tối thiểu của bánh răng:  $x_{\min} = \frac{17-Z}{17}$

Đối với bánh răng tiêu chuẩn ( $x = 0$ ), để không xảy ra hiện tượng cắt chân răng, số răng tối thiểu của bánh răng phải là  $Z = 17$ .

#### §4. Các thông số ăn khớp của cặp bánh răng thân khai

##### 1) Phương trình ăn khớp khít

- Giả sử điều kiện ăn khớp đúng đã thỏa mãn, tức là :

$$p_{b1} = p_{b2} = p_b \Leftrightarrow p_{w1} = p_{w2} = p_w \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \end{cases}$$

Điều kiện ăn khớp khít :  $s_{w1} = w_{w2}$ ;  $s_{w2} = w_{w1}$

Thế mà :

$$\text{Suy ra : } \begin{cases} p_w = s_{w1} + w_{w2} \\ p_w = s_{w2} + s_{w1} \end{cases} \quad (10.8)$$

Hệ thức (10.8) cũng là một dạng của điều kiện ăn khớp khít.

- Tính bước  $p_w$  trên vòng lăn

Ta có :  $r_b = r \cos \alpha$  và  $r_b = r_w \cdot \cos \alpha_w \Rightarrow r_w = r \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$

Chu vi vòng lăn :  $2\pi r_w = p_w \cdot Z \Rightarrow p_w = \frac{2\pi r_w}{Z} \Rightarrow p_w = \frac{2\pi}{Z} r \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$

$$\Rightarrow p_w = \frac{2\pi}{Z} \frac{1}{2} mZ \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \Rightarrow \boxed{p_w = \pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}} \quad (10.9)$$

- Tính  $s_{w1}; s_{w2}$  trên vòng lăn : (Hình 10.23) :

Ta có :  $\beta_w + \theta_w = \beta + \theta$

Trong đó :  $\beta_w = \frac{s_w}{2r_w}$  ;  $\beta = \frac{s}{2r}$  ;  $\theta_w = \text{inv}(\alpha_w)$  ;  $\theta = \text{inv}(\alpha)$

$$\Rightarrow \frac{s_w}{2r_w} + \text{inv}(\alpha_w) = \frac{s}{2r} + \text{inv}(\alpha)$$

$$\Rightarrow s_w = 2r_w \left( \frac{s}{2r} + \text{inv}(\alpha) - \text{inv}(\alpha_w) \right)$$

Mà :  $r_w = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$  ;  $r = \frac{1}{2}mZ$  ;  $s = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \text{tg} \alpha \right)$

Suy ra :  $s_w = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left( \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \text{tg} \alpha + Z(\text{inv}(\alpha) - \text{inv}(\alpha_w)) \right)$

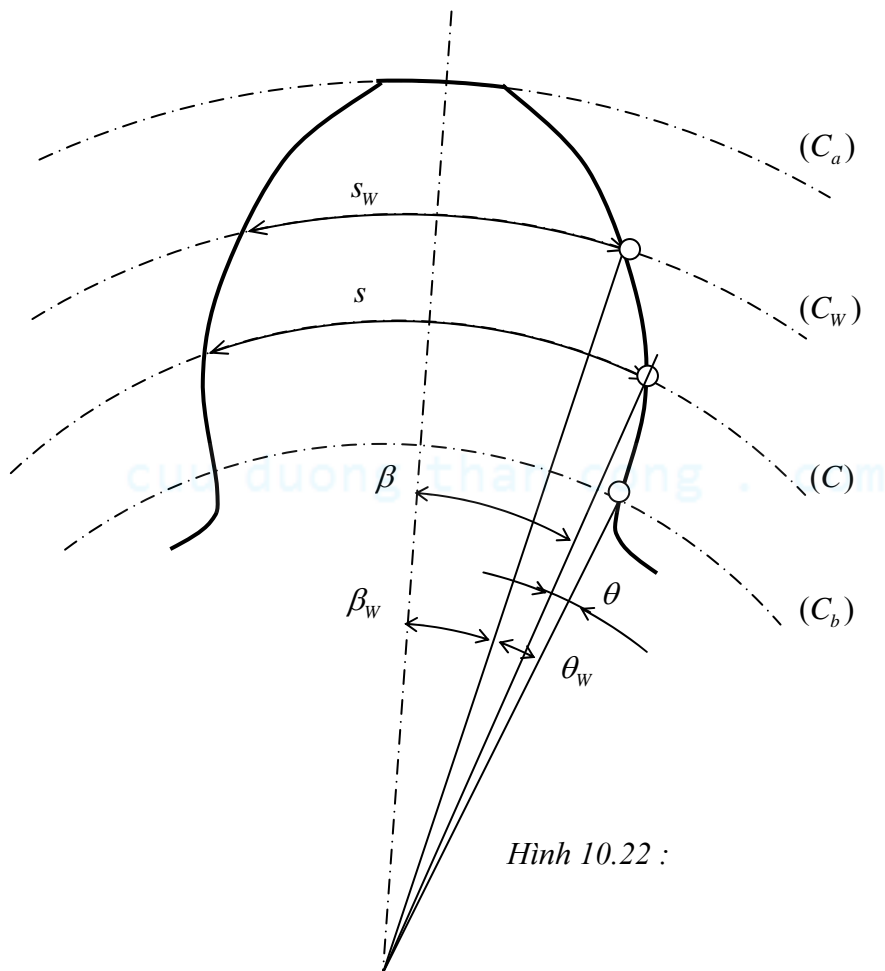
Như vậy : 
$$s_{w1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left( \frac{\pi}{2} + 2x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha + Z_1 (\operatorname{inv}(\alpha) - \operatorname{inv}(\alpha_w)) \right) \quad (10.10a)$$

$$s_{w2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left( \frac{\pi}{2} + 2x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + Z_2 (\operatorname{inv}(\alpha) - \operatorname{inv}(\alpha_w)) \right) \quad (10.10b)$$

Thay (10.9) và (10.10) vào (10.8), ta có :

$$\pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left[ \pi + 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha + (Z_1 + Z_2) (\operatorname{inv}(\alpha) - \operatorname{inv}(\alpha_w)) \right]$$

Suy ra : 
$$\boxed{\operatorname{inv}(\alpha_w) = \frac{2(x_1 + x_2)}{Z_1 + Z_2} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv}(\alpha)} \quad (10.11)$$



Hình 10.22 :

Phương trình (10.11) được gọi là phương trình ăn khớp khít của cặp bánh răng thân khai.

• Ý nghĩa của phương trình ăn khớp khít

Phương trình (10.11) cho ta mối liên hệ giữa một thông số ăn khớp cơ bản của cặp bánh răng (góc ăn khớp  $\alpha_w$ ) và các thông số chế tạo cơ bản của từng bánh răng trong cơ cấu ( $\alpha; x_1; x_2; Z_1; Z_2$ ). Do đó phương trình ăn khớp khít cho phép :

- o Hoặc căn cứ vào các thông số chế tạo của từng bánh răng, suy ra điều kiện ăn khớp của cặp bánh răng.
- o Hoặc tùy theo yêu cầu ăn khớp, có thể chọn các thông số chế tạo ( $x_1, x_2$ ) cho thích hợp.

## 2) Các chế độ ăn khớp của cặp bánh răng thân khai

Từ phương trình ăn khớp khít (10.11), ta thấy rằng khi cho trước  $\alpha; Z_1; Z_2$  thì ứng với các giá trị khác nhau của tổng  $x = x_1 + x_2$ , ta có các giá trị khác nhau của góc ăn khớp  $\alpha_w$ , nghĩa là có các chế độ ăn khớp khác nhau.

- **Chế độ ăn khớp tiêu chuẩn :**

Khi  $x_1 = x_2 = 0$  : cặp bánh răng được gọi là *cặp bánh răng tiêu chuẩn*.

- **Chế độ ăn khớp dịch chỉnh đều :**

Khi  $x_1 = -x_2$  : cặp bánh răng được gọi là *cặp bánh răng dịch chỉnh đều*.

- **Chế độ ăn khớp dịch chỉnh dương :**

Khi  $x_1 + x_2 > 0$  : cặp bánh răng được gọi là *cặp bánh răng dịch chỉnh dương*.

### 3) Các thông số ăn khớp và đặc điểm của chúng trong từng chế độ ăn khớp

#### a) Góc ăn khớp $\alpha_w$

✓ Khi  $x_1 + x_2 > 0$  : Từ (10.11) suy ra :  $\text{inv}(\alpha_w) > \text{inv}(\alpha)$  hay  $\boxed{\alpha_w > \alpha}$

✓ Khi  $x_1 + x_2 = 0$  : Tương tự, ta có :  $\boxed{\alpha_w = \alpha}$

#### b) Bán kính vòng lăn $r_w$

Ta có :  $\boxed{r_{w1} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}} ; \boxed{r_{w2} = r_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}}$

✓ Khi  $x_1 + x_2 > 0$  thì  $r_{w1} > r_1; r_{w2} > r_2$

✓ Khi  $x_1 + x_2 = 0$  thì  $r_{w1} = r_1; r_{w2} = r_2$

#### c) Khoảng cách trục của cặp bánh răng $a_w$

Ta có :  $a_w = r_{w1} + r_{w2} = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \Rightarrow \boxed{a_w = \frac{1}{2} m(Z_1 + Z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}}$

Đặt  $a_0 = \frac{1}{2} m(Z_1 + Z_2)$  ;  $a_0$  được gọi là khoảng cách trục tiêu chuẩn

✓ Khi  $x_1 + x_2 > 0$  thì  $a_w > a_0$

✓ Khi  $x_1 + x_2 = 0$  thì  $a_w = a_0$

#### d) Tỷ số truyền $i_{12}$

Ta có :  $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 Z_2}{\frac{1}{2} m_1 Z_1}$

Điều kiện ăn khớp đúng của cặp bánh răng :  $m_1 = m_2$

Do đó :  $\boxed{i_{12} = \frac{Z_2}{Z_1}}$

### 3) Một vài đặc điểm của việc dịch dao và việc dịch chỉnh ăn khớp

Việc chế tạo bánh răng có dịch dao không phức tạp và đắt hơn bánh răng không dịch dao, chỉ khác là khi cắt răng có dịch dao dương hay âm đã dùng các đoạn thân khai khác nhau của cùng một vòng tròn cơ sở để làm cạnh răng.

- **Với bánh răng dịch dao dương  $x > 0$**

- Số răng tối thiểu của bánh răng để không xảy ra hiện tượng cắt chân răng :  $Z_{\min} = 17(1-x)$ . Như vậy với bánh răng dịch dao dương, số răng tối thiểu  $Z_{\min}$  có thể nhỏ hơn 17 mà không bị cắt chân răng.

- Khi dịch dao dương, người ta đã dùng phần đường thân khai xa gốc hơn để làm biên dạng răng. Bán kính cong của phần làm việc của biên dạng răng tăng lên, nhờ đó sức bền tiếp xúc tăng lên.

Tuy nhiên dịch dao dương làm chiều rộng răng trên vòng đỉnh giảm xuống, có thể gây nên hiện tượng nhọn đỉnh răng. Khi thiết kế cần kiểm tra điều kiện không nhọn đỉnh răng :  $s_a \leq 0,4m$  với  $m$  và  $s_c$  lần lượt là môđun và chiều dày răng trên vòng đỉnh của bánh răng.

- Khi dịch dao dương, chiều dày chân răng tăng lên, nhờ đó sức bền uốn tăng lên.

- **Với cặp bánh răng dịch chỉnh**

- Với cặp bánh răng dịch chỉnh, ta có thể phân bố hệ số dịch dao  $x_1, x_2$  một cách hợp lý sao cho bảo đảm sức bền uốn đều ở chân răng hai bánh. Mặt khác, nếu khéo chọn hệ số dịch dao  $x_1, x_2$  thì hệ số trượt lớn nhất ở chân răng hai bánh có thể cân bằng nhau, nhờ đó bảo đảm được độ bền mòn đều ở chân răng hai bánh.

- **Với cặp bánh răng dịch chỉnh dương :**

- Dịch chỉnh dương  $x_1 + x_2 > 0$  dùng để bảo đảm một khoảng cách trục cho trước của cơ cấu bánh răng. Thật vậy, với cặp bánh răng có  $x_1 + x_2 = 0$  thì khoảng cách trục  $a_w = a_0 = \frac{1}{2}m(Z_1 + Z_2)$ , trong đó  $m$  được tiêu chuẩn hoá  $m = 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5, \dots, Z_1, Z_2$  là số nguyên. Do đó không thể bảo đảm được một khoảng cách trục lẻ tùy ý cho trước của cặp bánh răng.

Với cặp bánh răng dịch chỉnh dương :  $x_1 + x_2 > 0$ , khoảng cách trục bằng :  $a_w = \frac{1}{2}m(Z_1 + Z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$ . Khi thay đổi góc ăn khớp  $\alpha_w$ , có thể đảm bảo một khoảng cách trục tùy ý cho trước.

- Tuy nhiên dịch chỉnh dương có thể làm giảm hệ số trùng khớp của cặp bánh răng, do đó không nên chọn  $x_1 + x_2$  quá lớn. Khi thiết kế cần kiểm tra điều kiện ăn khớp trùng :  $\varepsilon \geq 1$ .

## §5. Hiện tượng trượt biên dạng răng

- Hai biên dạng ăn khớp với nhau là các bao hình của nhau, do đó trong quá trình ăn khớp chúng vừa lăn vừa trượt trên nhau.

Vận tốc trượt tương đối  $\vec{V}_{M_2M_1}$  tại điểm tiếp xúc M của hai biên dạng nằm theo phương tiếp tuyến chung tt với hai biên dạng tại điểm tiếp xúc M :  $V_{M_2M_1} = PM \cdot |\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1|$ , trong đó P là tâm ăn khớp (hình 10.5).

Vận tốc trượt  $\vec{V}_{M_2M_1}$  càng lớn khi vị trí tiếp xúc giữa chúng càng xa tâm ăn khớp và chỉ bằng không khi vị trí tiếp xúc trùng với tâm ăn khớp.

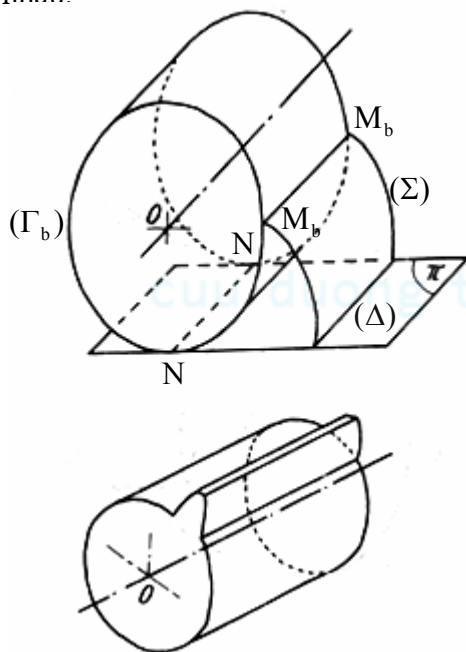
Hiện tượng trượt tương đối này được gọi là hiện tượng *trượt biên dạng*.

- Hiện tượng trượt biên dạng làm mòn bề mặt làm việc của răng, làm giảm hiệu suất của bộ truyền bánh răng. Độ mòn của biên dạng răng do hiện tượng trượt gây ra ở phần chân răng bao giờ cũng lớn hơn độ mòn ở phần đầu răng.

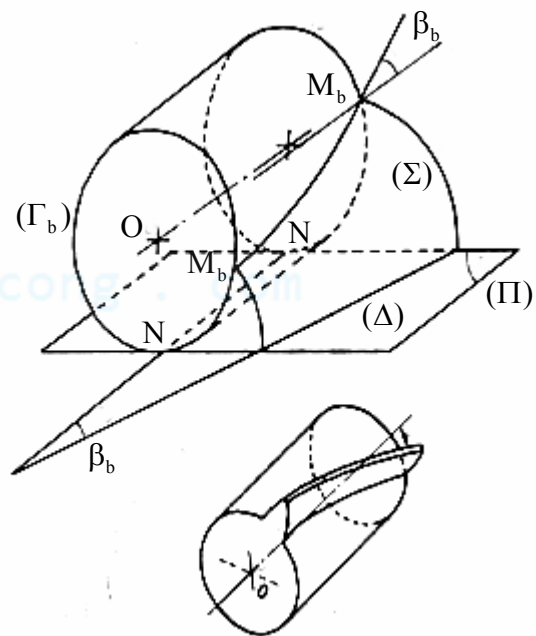
## §5. Bánh răng trụ tròn răng thẳng và răng nghiêng

Trong phần trên, chúng ta chỉ mới nghiên cứu bánh răng thân khai *phẳng* trên một tiết diện vuông góc với trục quay của bánh răng. Khi xét đến chiều dày bánh răng thì tùy theo hình dạng đường răng (giao tuyến của mặt răng với một hình trụ đồng trục với trục quay) sẽ có các kiểu bánh răng khác nhau :

- o Bánh răng trụ tròn *răng thẳng* : đường răng là một đường thẳng
- o Bánh răng trụ tròn *răng nghiêng* : đường răng là một đường xoắn ốc trụ tròn
- o Bánh răng trụ tròn *răng chữ V* : đường răng là hai đường xoắn ốc trụ tròn nối tiếp và đối chiều nhau.



Hình 10.23 : Bánh răng trụ tròn răng thẳng



Hình 10.24 : Bánh răng trụ tròn răng nghiêng

### 1) Bánh răng trụ tròn răng thẳng

#### a) Mặt răng

##### • Tạo hình mặt răng

Cho mặt phẳng (Π) lăn không trượt trên hình trụ (Γ<sub>b</sub>) theo đường sinh NN'. Gọi (Δ) là một đường thẳng thuộc mặt phẳng (Π) và song song với NN'. Khi đó, đường thẳng (Δ) vạch nên một mặt cong (Σ) gọi là *mặt trụ thân khai*. Hình trụ (Γ<sub>b</sub>) được gọi là hình trụ cơ sở (hình 10.23).

##### • Tính chất

- ✓ Giao tuyến của mặt răng (Σ) với một mặt phẳng vuông góc với trục OO' của hình trụ cơ sở (Γ<sub>b</sub>) là một đường thân khai vòng tròn (E) .
- ✓ Giao tuyến của mặt răng (Σ) và hình trụ cơ sở (Γ<sub>b</sub>) là một đường sinh  $M_b M'_b$  của hình trụ cơ sở (Γ<sub>b</sub>).

- ✓ Giao tuyến của mặt răng ( $\Sigma$ ) với mặt phẳng ( $\Pi$ ), tiếp xúc với hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ), là một đường thẳng ( $\Delta$ ) song song với trục  $OO'$  của hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ).
- ✓ Tiếp diện ( $\Pi$ ) với hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ) cũng là pháp diện của mặt trụ thân khai ( $\Sigma$ ) và ngược lại.

### b) Đặc điểm tiếp xúc của hai mặt răng

- Cho mặt phẳng ( $\Pi$ ) lăn không trượt trên hình trụ ( $\Gamma_{b1}$ ) theo đường sinh  $N_1N'_1$ . Khi đó, đường thẳng ( $\Delta_1$ ) thuộc mặt phẳng ( $\Pi$ ) với  $(\Delta_1) // N_1N'_1$  vạch nên một mặt răng ( $\Sigma_1$ ) của bánh răng (1).

Cũng cho mặt phẳng ( $\Pi$ ) lăn không trượt trên hình trụ ( $\Gamma_{b2}$ ) theo đường sinh  $N_2N'_2$ . Khi đó, đường thẳng ( $\Delta_2$ ) thuộc mặt phẳng ( $\Pi$ ) với  $(\Delta_2) // N_2N'_2$  vạch nên một mặt răng ( $\Sigma_2$ ) của bánh răng (2) (hình 10.23).

Vì hai trục quay  $O_1O_1$  và  $O_2O_2$  song song với nhau nên  $(\Delta_1) // (\Delta_2)$ . Do vậy khi cho bánh (1) quay theo chiều  $\omega_1$  thì có lúc đường thẳng ( $\Delta_1$ ) đến trùng với đường thẳng ( $\Delta_2$ ). Hay nói khác đi, khi ăn khớp, hai mặt răng ( $\Sigma_1$ ) và ( $\Sigma_2$ ) tiếp xúc nhau theo một đường thẳng ( $\Delta$ ) song song với các trục của hai bánh răng.

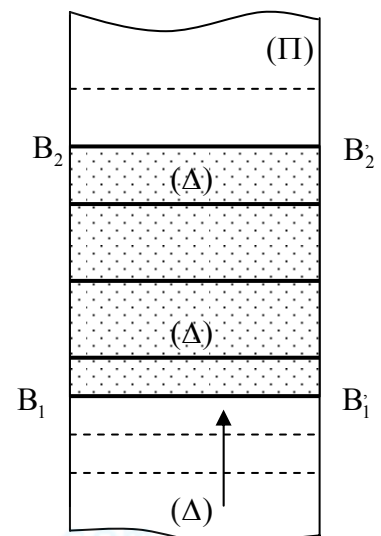
### • Ghi chú

- ✓ Bánh răng trụ tròn răng thẳng có thể xem như là một hình khối do một mặt cắt vuông góc với trục của nó vạch ra khi chuyển động tịnh tiến dọc theo trục này.

Khi đó, các phần tử hình học trước đây là điểm trở thành đường, là đoạn trở thành miền, là vòng tròn trở thành mặt trụ... Ví dụ vòng chia, vòng lăn, vòng đỉnh.... trở thành mặt trụ chia, mặt trụ lăn, mặt trụ đỉnh....; đoạn ăn khớp thực trở thành miền ăn khớp thực...; đường ăn khớp trở thành mặt phẳng ăn khớp...

- ✓ Thông số chế tạo của bánh răng trụ tròn răng thẳng hoàn toàn giống như các thông số chế tạo xét trên một mặt phẳng vuông góc với trục quay, chỉ thêm một thông số là bề rộng  $b_w$  của bánh răng.

- ✓ Do hai mặt răng ( $\Sigma_1$ ) và ( $\Sigma_2$ ) không phải dài vô hạn mà bị giới hạn bởi hai hình trụ đỉnh răng ( $\Gamma_{a1}$ ); ( $\Gamma_{a2}$ ) và hai mặt đầu của các bánh răng, nên hai mặt răng chỉ có thể tiếp xúc nhau trong miền ăn khớp thực  $B_1 B_1' B_2 B_2'$  với  $B_1 B_1'$  và  $B_2 B_2'$  lần lượt là giao tuyến của hình trụ đỉnh ( $\Gamma_{a2}$ ) và ( $\Gamma_{a1}$ ) với mặt phẳng ăn khớp ( $\Pi$ ). Khi đường thẳng tiếp xúc chung ( $\Delta$ ) của hai mặt răng di chuyển đến vị trí  $B_1 B_1'$  thì hai mặt răng mới vào khớp theo đoạn  $B_1 B_1'$ . Khi ( $\Delta$ ) di chuyển đến  $B_2 B_2'$  thì hai mặt răng ra khớp theo đoạn  $B_2 B_2'$ . Như vậy, với cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng, hai mặt răng vào khớp và ra khớp *đột ngột* trên suốt bề rộng bánh răng: ăn khớp không êm, có va đập và tiếng ồn (hình 10.25).



Hình 10.25 : Quá trình ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng

## 2) Bánh răng trụ tròn răng nghiêng

## a) Mặt răng

### • Tạo hình mặt răng

Cho mặt phẳng ( $\Pi$ ) lăn không trượt trên hình trụ ( $\Gamma_b$ ) theo đường sinh  $NN'$ . Gọi ( $\Delta$ ) là một đường thẳng thuộc mặt phẳng ( $\Pi$ ) và hợp với  $NN'$  một góc  $\beta_b \neq 0$ . Khi đó, đường thẳng ( $\Delta$ ) vạch nên một mặt cong ( $\Sigma$ ) gọi là *mặt xoắn ốc thân khai*. Hình trụ ( $\Gamma_b$ ) được gọi là hình trụ cơ sở (hình 10.24).

### • Tính chất

- ✓ Giao tuyến của mặt răng ( $\Sigma$ ) với một mặt phẳng vuông góc với trục  $OO'$  của hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ) là một đường thân khai vòng tròn ( $E$ ).
- ✓ Giao tuyến của mặt răng ( $\Sigma$ ) và hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ) là một đường xoắn ốc trụ tròn  $M_b M_b'$ , có góc nghiêng  $\beta_b$ , bởi vì  $M_b M_b'$  chính là vết in của đường thẳng ( $\Delta$ ) trên hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ).
- ✓ Giao tuyến của mặt răng ( $\Sigma$ ) với mặt phẳng ( $\Pi$ ), tiếp xúc với hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ), là một đường thẳng ( $\Delta$ ) tiếp xúc với hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ) và hợp với đường sinh  $NN'$  một góc  $\beta_b$ .
- ✓ Tiếp diện ( $\Pi$ ) với hình trụ cơ sở ( $\Gamma_b$ ) cũng là pháp diện của mặt xoắn ốc thân khai ( $\Sigma$ ) và ngược lại.

### • Ghi chú

Bánh răng trụ tròn răng nghiêng có thể coi như là một hình khối do một tiết diện ngang vạch ra, khi cho tiết diện này chuyển động xoắn ốc dọc theo trục thẳng góc xuyên tâm của nó. Do vậy, giao tuyến của mặt răng với các mặt trụ đồng trục với trục quay  $OO$  là những đường xoắn ốc trụ tròn có cùng bước xoắn.

## b) Đặc điểm tiếp xúc của hai mặt răng

Cho mặt phẳng ( $\Pi$ ) lăn không trượt trên hình trụ ( $\Gamma_{b1}$ ) theo đường sinh  $N_1 N_1'$ . Khi đó, đường thẳng ( $\Delta_1$ ) của mặt phẳng ( $\Pi$ ) với  $(\Delta_1, N_1 N_1') = \beta_b$  sẽ vạch nên một mặt răng ( $\Sigma_1$ ) của bánh răng (1). Cũng cho mặt phẳng ( $\Pi$ ) lăn không trượt trên hình trụ ( $\Gamma_{b2}$ ) theo đường sinh  $N_2 N_2'$ . Khi đó, đường thẳng ( $\Delta_2$ ) của mặt phẳng  $\Pi$  với  $(\Delta_2, N_2 N_2') = \beta_b$  sẽ vạch nên một mặt răng ( $\Sigma_2$ ) của bánh răng (2) (hình 10.24).

Vì hai trục quay  $O_1 O_1$  và  $O_2 O_2$  song song với nhau nên  $(\Delta_1) // (\Delta_2)$ . Do vậy khi cho bánh (1) quay theo chiều  $\omega_1$  thì có lúc đường thẳng ( $\Delta_1$ ) đến trùng với đường thẳng ( $\Delta_2$ ). Hay nói khác đi, khi ăn khớp, hai mặt răng ( $\Sigma_1$ ) và ( $\Sigma_2$ ) tiếp xúc nhau theo một đường thẳng ( $\Delta$ ) hợp với hai trục quay của hai bánh răng một góc  $\beta_b$ . Đường thẳng ( $\Delta$ ) nằm trong mặt phẳng ăn khớp ( $\Pi$ ) của cặp bánh răng (tiếp diện chung của hai hình trụ cơ sở ( $\Gamma_{b1}$ ) và ( $\Gamma_{b2}$ )).

## c) Các thông số chế tạo của bánh răng trụ tròn răng nghiêng

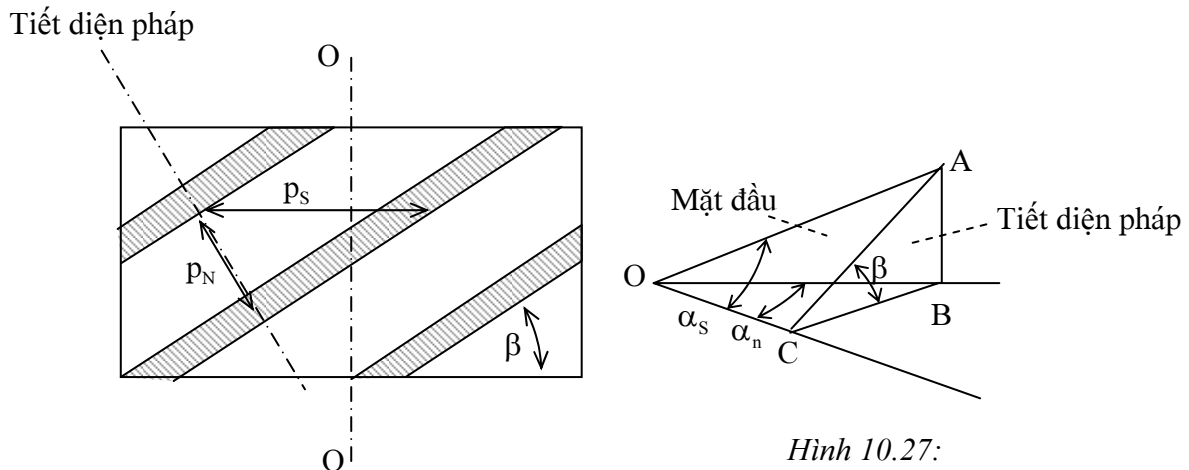
➤ Ngoài những thông số chế tạo như trong cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng là  $m$ ,  $\alpha$ ,  $Z$ ,  $x$  và một số thông số chế tạo khác như bán kính vòng đỉnh  $r_a$ , bán kính vòng chân  $r_f$ , bề rộng



bánh răng  $b_w$  ..., trong bánh răng trụ tròn răng nghiêng còn thêm một số thông số đặc trưng cho độ nghiêng của răng.

➤ Các thông số xét trên một tiết diện vuông góc với trục quay của bánh răng (tiết diện ngang) :

✓ Bước răng trên vòng chia, được gọi là *bước trên mặt đầu*, ký hiệu  $p_s$  (hay còn gọi là bước răng ngang).



Hình 10.276 : Hình khai triển của mặt trụ chia

✓ Môđun bánh răng, được gọi là *môđun mặt đầu*, ký hiệu  $m_s$  (hay còn gọi là môđun ngang).

Ta có :  $m_s = \frac{p_s}{\pi}$  và  $r = \frac{1}{2} m_s Z$

✓ Góc áp lực trên vòng chia, được gọi là *góc áp lực mặt đầu*, ký hiệu  $\alpha_s$  (hay còn gọi là góc áp lực ngang). Ta có :  $\cos \alpha_s = \frac{r_b}{r}$

✓ Bước răng trên vòng cơ sở, được gọi là *bước cơ sở trên mặt đầu*, ký hiệu  $p_{bs}$

• Thông số đặc trưng cho độ nghiêng của bánh răng

✓ Góc nghiêng của răng trên mặt trụ cơ sở  $\beta_b$

✓ Góc nghiêng của răng trên mặt trụ chia  $\beta$

✓ Góc nghiêng của răng trên mặt trụ lăn  $\beta_w$

Ta có :  $\tan \beta = \frac{\tan \beta_b}{\cos \alpha_s}$

• Các thông số đo trên tiết diện vuông góc với đường răng trên mặt trụ chia (tiết diện pháp)

✓ Bước pháp  $p_n$  là bước đo trên giao tuyến giữa mặt trụ chia và một mặt cắt vuông góc với đường răng trên mặt trụ chia.

Môđun pháp :  $m_n = \frac{p_n}{\pi}$

Ta có (hình 10.26) :  $p_n = p_s \cdot \cos \beta \Rightarrow m_n = m_s \cdot \cos \beta$

✓ Góc áp lực pháp  $\alpha_n$  :

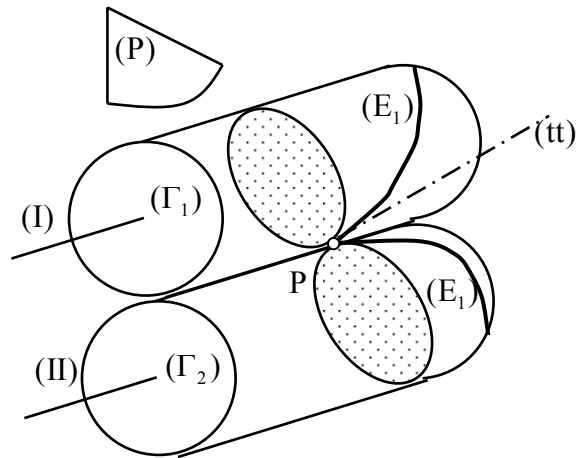
Ta có (hình 10.27):  $\boxed{\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_s \cdot \cos \beta}$

- **Ghi chú:** Trong bánh răng nghiêng,  $\alpha_n$  và  $m_n$  được tiêu chuẩn hóa :  $\alpha_n = 20^\circ$

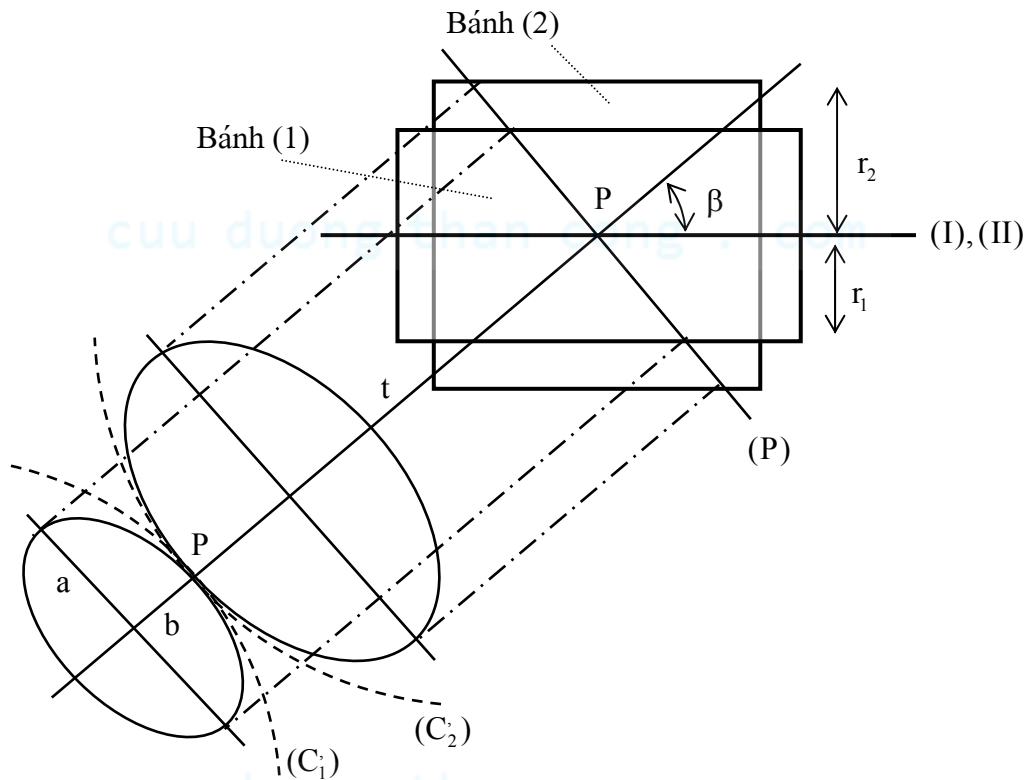
**d) Bánh răng thay thế của bánh răng trụ tròn răng nghiêng**

✓ Để thuận tiện cho việc giải một số bài toán về cấu tạo và động lực học của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng, người ta tìm cách quy về các bài toán tương ứng của cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng bằng khái niệm bánh răng thay thế.

✓ Giả sử cặp bánh răng là dịch chỉnh không ( $x_1 + x_2 = 0$ ). Khi đó mặt trụ lăn trùng với mặt trụ chia tương ứng.



Hình 10.28 : Cặp bánh răng ê-líp trên tiết diện pháp



Hình 10.29 : Bánh răng thay thế

✓ Xét mặt phẳng (P) vuông góc tại P với tiếp tuyến tt (tức là vuông góc với hai đường răng (E<sub>1</sub>) và (E<sub>2</sub>)). Giao của mặt phẳng (P) với (Γ<sub>1</sub>) và (Γ<sub>2</sub>) là hai tiết diện hình ê-líp.

Tại lân cận tâm ăn khớp P ta thấy sự ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng tương đương với sự ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng có tiết diện là các hình ê-líp. Tuy nhiên tại lân cận tâm ăn khớp P, hai hình ê-líp gần trùng với hai vòng tròn mặt tiếp (C<sub>1</sub>); (C<sub>2</sub>).

Do đó, tại lân cận tâm ăn khớp P, có thể xem như sự ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng tương đương với sự ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng, có vòng chia là

hai vòng tròn  $(C_1); (C_2)$ , có môđun là  $m'$  đúng bằng môđun pháp  $m_n$  của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng.

Cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng nói trên gọi là *cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế* cho cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng đang xét.

### ✓ Thông số của bánh răng thay thế

+ Bán kính vòng chia  $r_1', r_2'$  của cặp bánh răng thay thế

Gọi:  $r_1, r_2, \beta$  lần lượt là các bán kính mặt trụ chia và góc nghiêng trên mặt trụ chia của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng.

Theo tính chất của êlíp, bán kính vòng tròn mặt tiếp tại P:  $\rho = \frac{a^2}{b}$  trong đó:  $a$  là bán trục lớn,  $b$  là bán trục nhỏ của êlíp.

Với vòng tròn mặt tiếp  $(C_1')$  (hình 10.29), ta có:  $a = \frac{r_1}{\cos \beta}$ ;  $b = r_1$

Do đó bán kính vòng tròn mặt tiếp  $(C_1')$  bằng:

$$r_1' = \frac{r_1}{\cos^2 \beta}$$

Tương tự, với vòng tròn mặt tiếp  $(C_2')$ , ta có:

$$r_2' = \frac{r_2}{\cos^2 \beta}$$

+ Số răng  $Z_1, Z_2$  của cặp bánh răng thay thế

Ta có:  $Z_1' = \frac{2r_1'}{m'} = \frac{2r_1}{\cos^2 \beta \cdot m_n}$  với:  $m_n = m_s \cos \beta$ ;

$m_s$ : môđun mặt đầu của bánh răng trụ tròn răng nghiêng.

Do đó, số răng của bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế:

$$Z_1' = \frac{2r_1}{\cos^3 \beta \cdot m_s} \Rightarrow Z_1' = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta}$$

Tương tự:  $Z_2' = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta}$

với  $Z_1, Z_2$ : số răng của cặp bánh răng trụ tròn răng

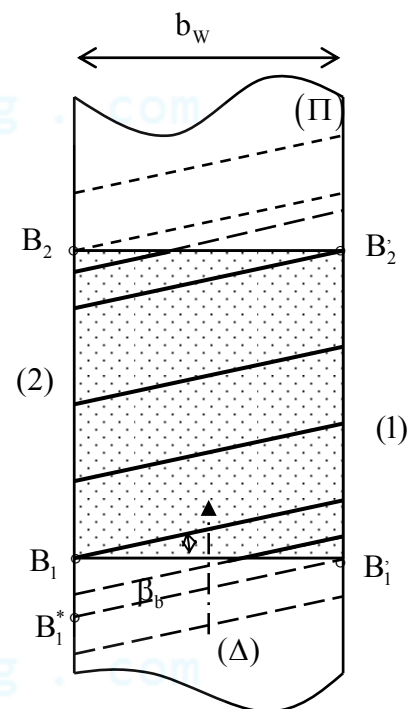
nghiêng:  $Z_1 = \frac{2r_1}{m_s}; Z_2 = \frac{2r_2}{m_s}$ .

### c) Đặc điểm ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng

• Trên hai mặt trụ lăn trong cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng ngoại tiếp, hai đường răng là hai đường xoắn ốc có cùng góc nghiêng nhưng hướng xoắn ngược nhau:

$$\beta_{w1} = -\beta_{w2}$$

• Như đã chứng minh trên đây, hai mặt răng  $(\Sigma_1)$  và  $(\Sigma_2)$  trong cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng tiếp xúc nhau theo một đường thẳng  $(\Delta)$  hợp với hai trục quay của hai bánh răng một góc  $\beta_b$ .



Hình 10.30: Quá trình ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng

- Tương tự như trong bánh răng trụ tròn răng thẳng, do hai mặt răng ( $\Sigma_1$ ) và ( $\Sigma_2$ ) không phải dài vô hạn mà bị giới hạn bởi hai hình trụ đỉnh răng ( $\Gamma_{a1}$ ); ( $\Gamma_{a2}$ ) và hai mặt đầu của các bánh răng, nên hai mặt răng chỉ có thể tiếp xúc nhau trong miền ăn khớp thực  $B_1 B_1' B_2 B_2'$  (Hình 10.30).

Khi đường thẳng tiếp xúc chung ( $\Delta$ ) của hai mặt răng di chuyển đến vị trí  $B_1 B_1'$  thì hai mặt răng hai mặt răng vào khớp tại một điểm  $B_1'$  trên mặt đầu thứ nhất. Chiều dài tiếp xúc giữa hai mặt răng tăng dần.

Khi ( $\Delta$ ) đến vị trí điểm  $B_1$  thì hai mặt răng tiếp xúc nhau trên suốt chiều dài răng.

Khi ( $\Delta$ ) đến vị trí điểm  $B_2$ , chiều dài tiếp xúc bắt đầu giảm dần.

Khi ( $\Delta$ ) đến vị trí điểm  $B_2$ , hai mặt răng bắt đầu ra khớp tại một điểm  $B_2$  trên mặt đầu thứ hai. Tóm lại, cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng vào khớp tại một điểm trên một mặt đầu, chiều dài tiếp xúc nằm chéo trên mặt răng và tăng dần đến một giá trị cực đại, sau đó giảm dần và ra khớp tại một điểm trên mặt đầu bên kia. Do đó, quá trình ăn khớp diễn ra êm hơn so với cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng.

### • Điều kiện ăn khớp đúng và ăn khớp trùng với cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng

✓ Điều kiện ăn khớp đúng :  $p_{N1} = p_{N2} = p_N$

Với  $p_{N1}$ ;  $p_{N2}$  là bước răng đo trên mặt phẳng ăn khớp (II) của cặp bánh răng trong mặt phẳng vuông góc với trục quay của hai bánh răng, tức là đo trên đường thẳng  $B_1 B_2$ .

✓ Điều kiện ăn khớp trùng :

Khi cặp bánh răng thứ (1) đang ra khớp tại điểm  $B_2$  thì cặp răng kế tiếp phải đã hoặc đang vào khớp tại điểm  $B_1'$ . Muốn vậy phải có :  $p_N \leq B_1' B_2$

Suy ra hệ số trùng khớp của cặp bánh răng nghiêng :

$$\varepsilon_{\text{nghiêng}} = \frac{B_1' B_2}{p_N} = \frac{B_1 B_2}{p_N} + \frac{B_1' B_1}{p_N} \Rightarrow \varepsilon_{\text{nghiêng}} = \varepsilon_{\text{thang}} + \frac{b_w \cdot \tan \beta_b}{p_N}$$

với :  $b_w$  là bề rộng bánh răng,  $\beta_b$  là góc nghiêng của đường răng trên mặt trụ cơ sở,  $\varepsilon_{\text{thang}}$  : là hệ số trùng khớp của bánh răng trụ tròn răng thẳng tương ứng.

Như vậy, với các điều kiện khác nhau, hệ số trùng khớp trong cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng lớn hơn trong cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng.

### • Số răng tối thiểu của bánh răng trụ tròn răng nghiêng :

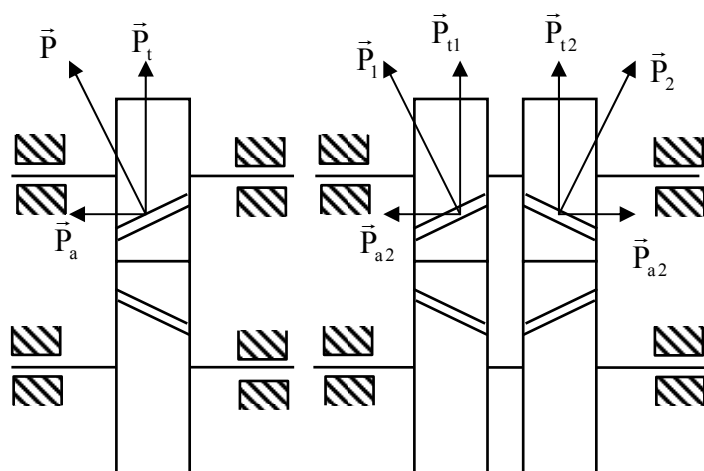
Gọi  $Z_1$ ;  $Z_2$  là số răng của bánh răng trụ tròn răng nghiêng,  $Z_1'$ ;  $Z_2'$  là số răng của bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế. Ta có :  $Z_{1,2} = Z_{1,2}' \cdot \cos^3 \beta$ .

Khi bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế bị cắt chân răng thì bánh răng trụ tròn răng nghiêng tương ứng cũng bị cắt chân răng. Thế mà, trong bánh răng trụ tròn răng thẳng, số răng tối thiểu để không xảy ra hiện tượng cắt chân răng là 17 (trường hợp  $x = 0$ ):  $Z_{1,2\min}' = 17$ .

Do vậy, với bánh răng trụ tròn răng nghiêng :  $Z_{1,2\min} = Z_{1,2\min}' \cdot \cos^3 \beta = 17 \cdot \cos^3 \beta < 17$ , nghĩa là số răng tối thiểu của bánh răng trụ tròn răng nghiêng có thể nhỏ hơn 1 mà không bị cắt chân răng.

- Bánh răng trụ tròn răng nghiêng có nhược điểm là khi ăn khớp có thành phần phản lực chiều trục khác 0, do đó đòi hỏi phải có biện pháp cố định bánh răng trên trục và phải dùng ổ đỡ chặn, khiến cho kết cấu gối đỡ trục cũng như việc tính chọn ổ cũng phức tạp hơn.

Để khắc phục nhược điểm này, người ta dùng bánh răng chữ V hoặc trên mỗi trục lắp hai bánh răng nghiêng có góc nghiêng đối ứng nhau. Khi đó thành phần phản lực chiều trục triệt tiêu lẫn nhau, không truyền lên các gối đỡ trục (Hình 10.31).



Hình 10.31 : Bánh răng nghiêng và bánh răng chữ V



cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

## Chương XI :

# CƠ CẤU BÁNH RĂNG KHÔNG GIAN

Cơ cấu bánh răng không gian là cơ cấu bánh răng được dùng để truyền chuyển động quay giữa hai trục không song song với nhau. Hai trục có thể chéo nhau như trong cơ cấu bánh vít - trục vít; cơ cấu bánh răng trụ trục chéo; cơ cấu bánh răng nón chéo. Hai trục có thể giao nhau như trong cơ cấu bánh răng nón răng thẳng.

## §1. Cơ cấu bánh răng nón răng thẳng

### 1) Mặt lăn và tỷ số truyền

✓ Mặt lăn trong cơ cấu bánh răng nón răng thẳng là hai mặt nón tròn xoay  $(N_1)$  và  $(N_2)$  có chung đỉnh O (Hình 11.1).

✓ Thật vậy, xét một cặp bánh răng nón răng thẳng, hai trục quay (I) và (II) giao nhau dưới một góc  $\delta$ .

Gọi P là một điểm sao cho  $\vec{V}_{P1} = \vec{V}_{P2}$  trong đó  $P_1, P_2$  là hai điểm lần lượt thuộc bánh (1) và bánh (2) hiện đang trùng nhau tại P.

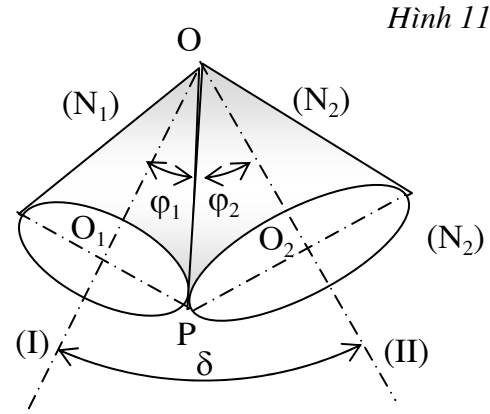
Nếu từ P hạ  $PO_1$  và  $PO_2$  lần lượt vuông góc với hai trục quay (I) và (II), ta có :

$$V_{P1} = \omega_1 \cdot O_1P \text{ và } V_{P2} = \omega_2 \cdot O_2P.$$

$$\Rightarrow \omega_1 \cdot O_1P = \omega_2 \cdot O_2P$$

$$\Rightarrow \omega_1 \cdot OP \cdot \sin \varphi_1 = \omega_2 \cdot OP \cdot \sin \varphi_2$$

$$\Rightarrow \boxed{i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}}$$



Hình 11.1 :

Bởi vì góc giao nhau giữa hai trục  $\delta = \varphi_1 + \varphi_2$  bằng hằng số và cặp bánh răng thực hiện tỷ số truyền  $i_{12}$  không đổi nên các góc  $\varphi_1; \varphi_2$  không đổi, tức là đường thẳng OP cố định.

Nếu lấy một điểm P bất kỳ trên đường thẳng OP, ta đều chứng minh được :  $\vec{V}_{P1} = \vec{V}_{P2}$

Như vậy đường thẳng OP là trục quay tức thời trong chuyển động tương đối của khâu (2) đối với khâu (1).

Khi cơ cấu chuyển động, đường thẳng OP lần lượt vạch nên trên bánh (1) và bánh (2) hai mặt nón tròn xoay  $(N_1), (N_2)$  có chung đỉnh O. Do  $\vec{V}_{P1} = \vec{V}_{P2}$  nên hai mặt nón  $(N_1), (N_2)$  lăn không trượt với nhau theo đường OP ( $(N_1), (N_2)$  được gọi là hai mặt lăn của cặp bánh răng nón).

### 2) Mặt răng và đặc điểm tiếp xúc

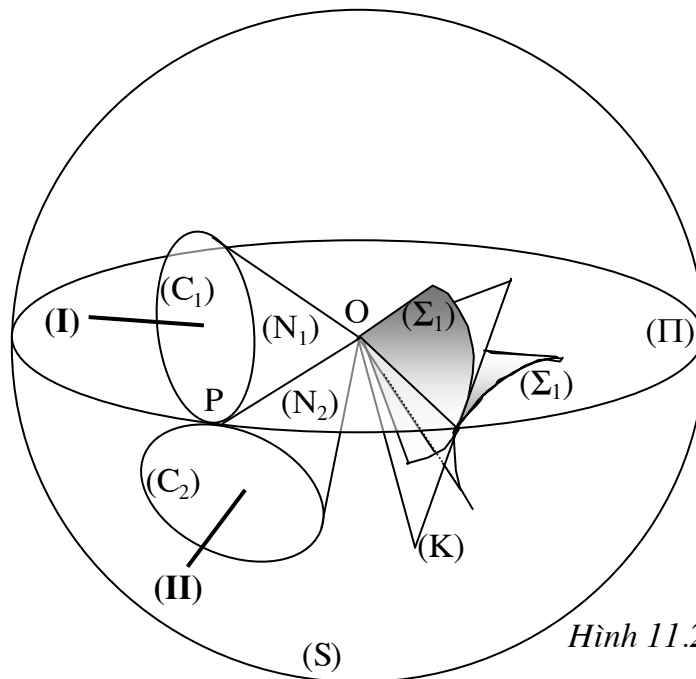
• Gọi  $(N_1), (N_2)$  là hai mặt nón lăn của cặp bánh răng nón đang ăn khớp với nhau. Đỉnh của  $(N_1), (N_2)$  trùng nhau tại O (Hình 11.2).

Xét một hình cầu (S), tâm O. Hình cầu (S) lần lượt giao với mặt nón  $(N_1), (N_2)$  theo hai vòng tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .  $(C_1)$  và  $(C_2)$  được gọi là hai vòng lăn của cặp bánh răng nón.

Gọi (Π) là vòng tròn lớn của hình cầu (S) và tiếp xúc với các mặt nón lăn  $(N_1), (N_2)$ . Gọi (K) là một mặt phẳng gắn trên (Π) và đi qua điểm O.

• Cho mặt phẳng (Π) lăn không trượt trên hình nón  $(N_1)$  theo đường sinh OP. Khi đó, bao hình các vị trí khác nhau của mặt phẳng (K) trong chuyển động tương đối với bánh (1) sẽ tạo nên mặt răng  $(\Sigma_1)$ . Tương tự, khi cho mặt phẳng (Π) lăn không trượt trên hình nón  $(N_2)$  theo

đường sinh OP thì bao hình các vị trí khác nhau của mặt phẳng (K) trong chuyển động tương đối với bánh (2) sẽ tạo nên mặt răng ( $\Sigma_2$ ). Hai mặt ( $\Sigma_1$ ) và ( $\Sigma_2$ ) là hai mặt nón thân khai. Như vậy, các mặt răng trong cơ cấu bánh răng nón răng thẳng là hai mặt chóp ( $\Sigma_1$ ) và ( $\Sigma_2$ ) có chung đỉnh O, và do đó chúng tiếp xúc với nhau theo đường thẳng đi qua điểm O.



Hình 11.2 :

#### • Ghi chú

- ✓ Trong phương pháp tạo hình mặt răng nói trên, nếu mặt phẳng (K) đi qua điểm O, ta có cặp bánh răng nón răng thẳng, còn nếu mặt phẳng (K) không đi qua điểm O, ta có cặp bánh răng nón răng nghiêng.
- ✓ Để tạo hình bánh răng nón, thay vì dùng thanh răng sinh như trong bánh răng trụ tròn răng thẳng, ta dùng bánh răng dẹt sinh. Bánh răng dẹt sinh là một bánh răng nón đặc biệt có mặt lăn là mặt phẳng (II), mặt răng là mặt phẳng (K). Chuyển động tạo hình trong bánh răng trụ tròn răng thẳng là chuyển động tịnh tiến còn trong bánh răng nón là chuyển động quay.

### 3) Các thông số của bánh răng nón

- Thông số của bánh răng trụ tròn được định nghĩa trên một mặt cắt vuông góc với hai trục quay, đồng thời cũng vuông góc với một đường sinh của chung của hai mặt lăn. Trong bánh răng nón, mặt cắt vuông góc với hai trục quay và đồng thời vuông góc với đường sinh chung OP của hai nón lăn chính là mặt cầu (S). Do đó, nếu xét tương tự như trong bánh răng trụ tròn thì thông số của bánh răng nón sẽ được xác định trên mặt cầu (S). Tuy nhiên, việc xác định thông số trên mặt cầu không thuận tiện. Hơn nữa, xung quanh các vòng lăn ( $C_1$ ), ( $C_2$ ), mặt cầu (S) gần trùng với hai mặt nón ( $N'_1$ ), ( $N'_2$ ), lần lượt trực giao với ( $N_1$ ), ( $N_2$ ) và tiếp xúc với (S) theo ( $C_1$ ), ( $C_2$ ). Các mặt nón ( $N'_1$ ), ( $N'_2$ ) được gọi là hai mặt nón phụ lớn. Do vậy, thông số của bánh răng nón được xác định trên hai mặt nón phụ lớn ( $N'_1$ ), ( $N'_2$ ) (Hình 11.3).
- Trong cặp bánh răng nón, để bảo đảm góc giao nhau giữa hai trục, chỉ có thể dùng cặp bánh răng tiêu chuẩn hay cặp bánh răng dịch chỉnh đều, do đó vòng lăn và vòng chia tương ứng trùng nhau.



• **Thông số của bánh răng nón trên mặt nón phụ lớn (N') (Hình 11.3)**

✓ Bước răng p trên vòng chia (C)

Chu vi vòng chia bằng  $2\pi r = pz \Rightarrow p = \frac{2\pi r}{z}$

✓ Môđun m của bánh răng :

$$m = \frac{p}{\pi} \Rightarrow r = \frac{1}{2}mz$$

✓ Chiều cao đỉnh răng h' và chiều cao chân răng h'' (đo trên đường sinh của hình nón (N')) :

$$h' = m$$

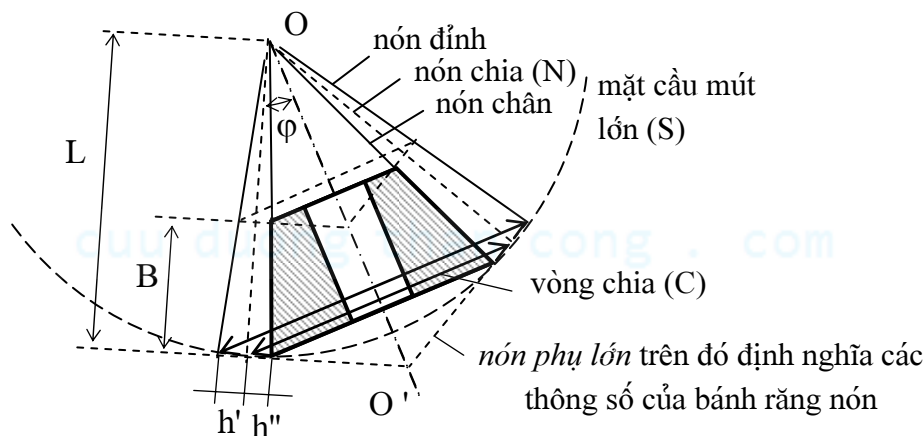
$$h'' = 1,25.m$$

✓ Chiều dài đường sinh L :  $L = \frac{r}{\sin \varphi}$

✓ Bề dày B của bánh răng, thông thường :  $B = 0,3.L$

✓ Bán kính vòng đỉnh :  $r_a = r + h' \cos \varphi = m \left( \frac{z}{2} + \cos \varphi \right)$

✓ Bán kính vòng chân :  $r_f = r - h'' \cos \varphi = m \left( \frac{z}{2} - 1,25 \cos \varphi \right)$



Hình 11.3 :

**4) Bánh răng thay thế của bánh răng nón**

• Gọi OP là đường sinh chung của hai nón chia (N<sub>1</sub>), (N<sub>2</sub>); O'<sub>1</sub>, O'<sub>2</sub> là đỉnh của hai mặt nón phụ (N'<sub>1</sub>), (N'<sub>2</sub>); (Π) là mặt phẳng vuông góc tại P với đường thẳng OP. Mặt phẳng (Π) tiếp xúc với các hình nón (N'<sub>1</sub>), (N'<sub>2</sub>) theo đường thẳng O'<sub>1</sub>P O'<sub>2</sub> (Hình 11.4).

• Tại lân cận tâm ăn khớp P, ta thấy sự ăn khớp của cặp bánh răng nón tương đương với sự ăn khớp của cặp bánh răng hình phễu trên mặt nón phụ lớn (N'<sub>1</sub>), (N'<sub>2</sub>). Tuy nhiên, tại lân cận điểm P, hai mặt nón phụ (N'<sub>1</sub>), (N'<sub>2</sub>) lại gần trùng với mặt phẳng (Π). Như vậy có thể nói rằng tại lân cận điểm P, sự ăn khớp của cặp bánh răng nón tương đương với sự ăn khớp của cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng, có vòng chia là C'<sub>1</sub>(O'<sub>1</sub>, O'<sub>1</sub>P); C'<sub>2</sub>(O'<sub>2</sub>, O'<sub>2</sub>P), có môđun m' đúng bằng môđun m của bánh răng nón.

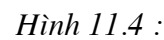
Cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng nói trên được gọi là cặp bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế cho cặp bánh răng nón.

• Gọi : r'<sub>1</sub>; r'<sub>2</sub> là bán kính vòng chia của cặp bánh răng thẳng thay thế ; r<sub>1</sub>; r<sub>2</sub> là bán kính vòng chia của cặp bánh răng nón.

Ta có :  $r_1 = O_1P; r'_1 = O'_1P \Rightarrow r'_1 = \frac{r_1}{\cos \varphi_1};$

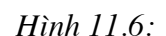
Tương tự :

$$z_2' = \frac{z_2}{\cos \varphi_2}$$



Gọi  $Z$  là số răng của bánh răng nón,  $Z'$  là số răng của bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế. Ta có :  $Z = Z' \cos \varphi$ . Khi bánh răng trụ tròn răng thẳng thay thế bị cắt chân răng thì bánh răng nón cũng bị cắt chân răng. Thế mà, trong bánh răng trụ tròn răng thẳng, số răng tối thiểu để không xảy ra hiện tượng cắt chân răng là 17 (trường hợp  $x = 0$ ):  $Z'_{\min} = 17$ . Do vậy, với bánh răng nón :  $Z_{\min} = Z'_{\min} \cos \varphi = 17 \cdot \cos \varphi < 17$ , nghĩa là số răng tối thiểu của bánh răng nón có thể nhỏ hơn 17 mà không bị cắt chân răng.

### 1) Mặt lặn và tỷ số truyền



• Cơ cấu bánh răng trụ chéo thực chất là một cặp bánh răng trụ tròn răng nghiêng ngoại tiếp, có góc nghiêng không đối ứng  $\beta_1 \neq -\beta_2$ , được dùng để truyền chuyển động giữa hai trục quay chéo nhau. Do vậy, hai mặt lăn  $(\Gamma_1); (\Gamma_2)$  trong cơ cấu bánh răng trụ chéo là hai mặt trụ tròn xoay.

• Gọi P là điểm tiếp xúc của hai mặt trụ lăn  $(\Gamma_1); (\Gamma_2)$ . Gọi  $(E_1); (E_2)$  là đường răng trên mặt trụ lăn của hai bánh răng. Đây là hai đường xoắn ốc trụ tròn, giả sử đang tiếp xúc với nhau tại điểm P. Gọi tt là tiếp tuyến chung tại P với  $(E_1); (E_2)$ ; tt nằm trong tiếp diện chung  $(PP'P'')$  tại P của  $(\Gamma_1); (\Gamma_2)$ ; góc hợp bởi tt với  $PP'$  và với  $PP''$  lần lượt là  $\beta_1$  và  $\beta_2$ .

Góc chéo nhau giữa hai trục :  $\delta = (PP', PP'') = \beta_1 + \beta_2$

Gọi  $O_1O_2$  là đường vuông góc chung của hai trục (I) và (II).

Khoảng cách trục của cặp bánh răng :  $A_w = O_1O_2 = O_1P + O_2P = r_1 + r_2$

Trong đó :  $r_1; r_2$  là bán kính của hai mặt trụ lăn  $(\Gamma_1); (\Gamma_2)$

• Gọi  $P_1$  và  $P_2$  lần lượt là hai điểm thuộc bánh răng (1) và (2), hiện đang trùng nhau tại P, ta có :

$$\vec{V}_{P_2} = \vec{V}_{P_1} + \vec{V}_{P_2P_1}$$

Với :  $\vec{V}_{P_2} \perp PP''$ ;  $\vec{V}_{P_1} \perp PP'$ ;  $\vec{V}_{P_2P_1} // tt$

Họa đồ vận tốc trên hình 11.6 cho ta :

$$PH = V_{P_2} \cos \beta_2 = V_{P_1} \cos \beta_1$$

$$\Rightarrow \omega_2 r_2 \cos \beta_2 = \omega_1 r_1 \cos \beta_1$$

$$\Rightarrow i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cos \beta_2}{r_1 \cos \beta_1}$$

(11.1)

Như vậy, tỷ số truyền trong cặp bánh răng trụ chéo không chỉ phụ thuộc vào bán kính vòng lăn  $r_1; r_2$ , mà còn phụ thuộc vào góc nghiêng  $\beta_1; \beta_2$  của đường răng trên mặt trụ lăn.

• Vận tốc  $\vec{V}_{P_2P_1}$  là vận tốc trượt tương đối giữa hai điểm  $P_2$  và  $P_1$  và được gọi là vận tốc trượt dọc theo đường răng.

• Gọi  $m_{s1}, m_{s2}$  là môđun ngang;  $Z_1, Z_2$  là số răng;  $m_{n1}, m_{n2}$  là môđun pháp của các bánh răng, ta có :  $r_1 = m_{s1} Z_1$ ;  $r_2 = m_{s2} Z_2$ ;  $m_{n1} = m_{s1} \cos \beta_1$ ;  $m_{n2} = m_{s2} \cos \beta_2$

$$\text{Từ (11.1) suy ra : } i_{12} = \frac{m_{s2} Z_2 \cos \beta_2}{m_{s1} Z_1 \cos \beta_1} \Rightarrow i_{12} = \frac{m_{n2} Z_2}{m_{n1} Z_1}$$

Điều kiện ăn khớp đúng của cặp bánh răng :

$$m_{n1} = m_{n2}$$

Do đó :

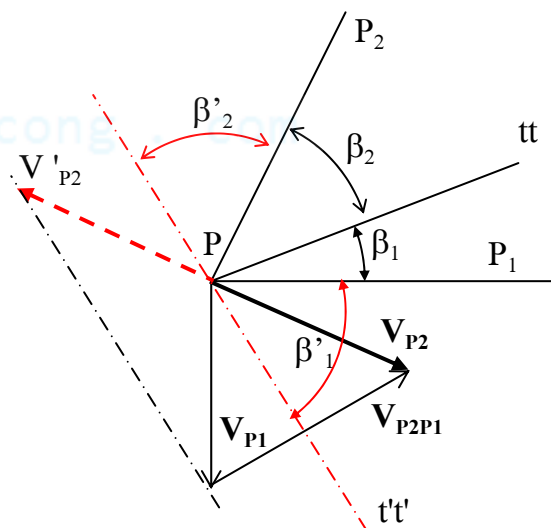
$$i_{12} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

• Thực tế thường dùng cặp bánh răng trụ chéo có  $\delta = 90^\circ$ , khi đó :  $\beta_2 = 90^\circ - \beta_1$

$$\Rightarrow i_{12} = \frac{r_2 \sin \beta_1}{r_1 \cos \beta_1} \Rightarrow i_{12} = \frac{r_2}{r_1} \operatorname{tg} \beta_1$$

• **Ghi chú :**

Khi thiết kế cặp bánh răng trụ chéo, với một chiều quay cho trước của bánh dẫn, có thể chọn tùy ý chiều quay của bánh bị dẫn, bằng cách chọn góc nghiêng  $\beta_1, \beta_2$  cho phù hợp (chứ không cần thêm bánh răng trung gian như trong cặp bánh răng trụ tròn).



Hình 11.7 :

Thật vậy, khi muốn đổi chiều quay của bánh bị dẫn (2), tức là muốn  $\vec{V}_{P_2}$  trở thành  $\vec{V}_{P_2}' = -\vec{V}_{P_2}$  thì tiếp tuyến chung tt trở thành t't' (hình 11.7). Muốn vậy, phải thay đổi góc nghiêng  $\beta_1, \beta_2$  của hai bánh răng sao cho góc nghiêng mới  $\beta_1', \beta_2'$  thỏa mãn hệ thức:

$$\beta_1' + \beta_2' = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2) \quad (11.2)$$

## 2) Mặt răng và đặc điểm tiếp xúc

Mặt răng của cặp bánh răng trụ chéo là hai mặt xoắn ốc thân khai  $(\Sigma_1); (\Sigma_2)$ . Hai mặt răng  $(\Sigma_1); (\Sigma_2)$  trong cặp bánh răng trụ chéo chỉ tiếp xúc nhau tại một điểm.

Do tiếp xúc điểm nên phần làm việc trên mặt răng của mỗi bánh răng trụ chéo là một đường cong nằm vắt chéo trên mặt răng. Cũng do tiếp xúc điểm và hiện tượng trượt dọc theo đường răng, nên mặt răng chóng bị mòn và mòn không đều. Vì vậy cặp bánh răng trụ chéo chỉ truyền được công suất không lớn.

## §3. Cơ cấu trục vít - bánh vít trụ tròn

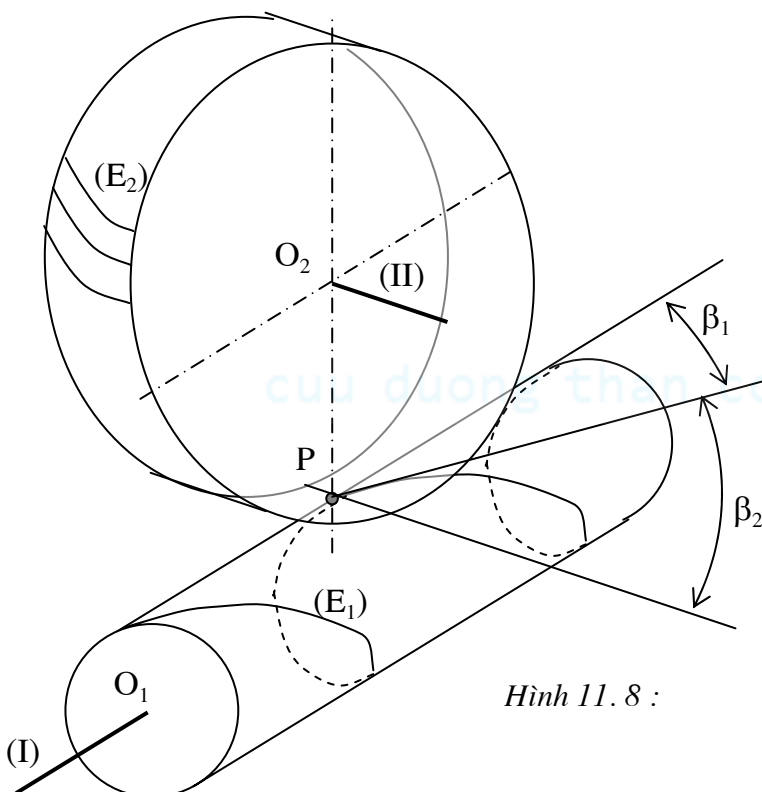
- Cơ cấu bánh vít trụ tròn được dùng để truyền động giữa hai trục chéo nhau một góc  $\delta$ . Thông thường, hai trục trục giao với nhau:  $\delta = 90^\circ$

- Hãy xét một cặp bánh răng trụ chéo đặc biệt (Hình 11.8). Bánh răng (1) có góc nghiêng  $\beta_1$  rất lớn. Bánh răng (2) có góc nghiêng  $\beta_2$  rất nhỏ.

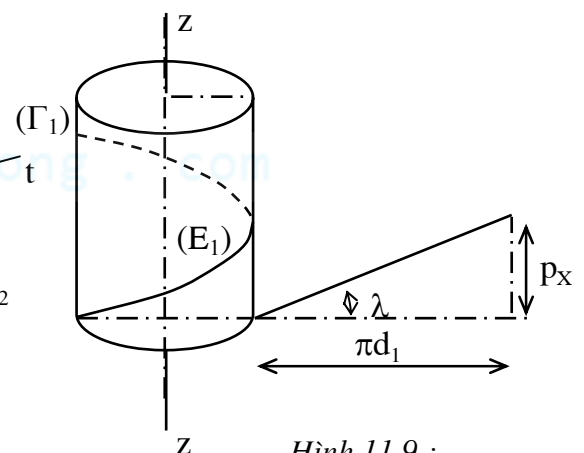
Khi đó, đường răng  $(E_1)$  của bánh (1) quấn nhiều vòng trên mặt trụ lăn  $(\Gamma_1)$ . Đường răng  $(E_2)$  của bánh (2) là những đoạn ngắn trên mặt trụ lăn  $(\Gamma_2)$ .

Bánh răng (1) được gọi là *trục vít trụ tròn*, răng của trục vít được gọi là *ren vít*. Bánh răng (2) được gọi là *bánh vít*. Đây chính là bộ truyền bánh vít - trục vít thân khai.

Vì là cặp bánh răng trụ chéo nên hai mặt răng trong cặp bánh vít - trục vít thân khai tiếp xúc nhau theo điểm.



Hình 11.8 :



Hình 11.9 :

- Tỷ số truyền (giống như cặp bánh răng trục chéo): 
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cos \beta_2}{r_1 \cos \beta_1}$$

Thông thường, người ta dùng cặp bánh vít - trục vít trụ tròn có góc giao nhau giữa hai trục

$$\delta = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ \text{ nên : } i_{12} = \frac{r_2}{r_1} \operatorname{tg} \beta_1$$

Với trục vít, thay vì dùng khái niệm góc nghiêng  $\beta_1$ , người ta dùng khái niệm góc xoắn ốc  $\lambda$  của ren vít trên mặt trụ lăn ( $\Gamma_1$ ):  $\lambda = 90^\circ - \beta_1$

$$\Rightarrow i_{12} = \frac{r_2}{r_1 \operatorname{tg} \lambda}$$

- Gọi  $p_x$  là bước xoắn ốc của đường ren ( $E_1$ ) trên mặt trụ lăn ( $\Gamma_1$ ) của trục vít,  $d_1$  là đường kính của mặt trụ lăn ( $\Gamma_1$ ) (Hình 11.9), ta có :

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{p_x}{2\pi r_1}$$

(11.2)

Gọi  $p$  là bước ren theo chiều trục của trục vít,  $Z_1$  là số răng của trục vít ( $Z_1$  được gọi là số mối ren), ta có :

$$p_x = Z_1 \cdot p$$

(11.3)

Mặt khác, bước ren  $p$  theo chiều trục của trục vít bằng bước răng  $p_{s2}$  trên mặt đầu (bước răng ngang) của bánh vít :

$$p = p_{s2} = \pi \cdot m_{s2}$$

(11.4)

Với  $m_{s2}$  là mô đun mặt đầu của bánh vít.

Từ (11.2), (11.3), (11.4) suy ra :

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{Z_1 m_{s2}}{d_1} = \frac{Z_1 m_1}{d_1}$$

Trong đó :  $m_1 = m_{s2}$  được gọi là mô đun của trục vít

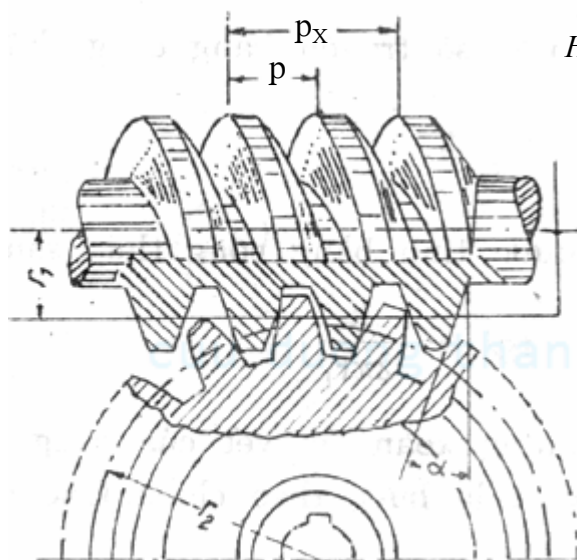
Để hạn chế số lượng dao cắt bánh vít, ứng với mỗi giá trị của mô đun  $m_1$ , người ta quy định

một số giá trị  $q = \frac{d_1}{m_1}$  nhất định. Suy ra :

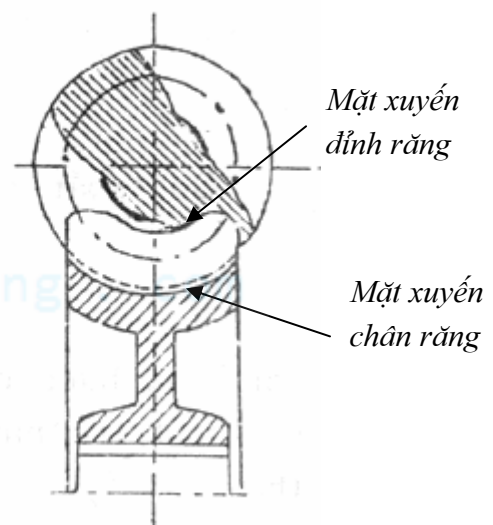
$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{Z_1}{q}$$

và :

$$d_1 = m_1 q$$



Hình 11.10:



- Cặp bánh vít - trục vít trụ tròn trong đó bánh vít là một bánh răng thân khai răng nghiêng có nhược điểm là tiếp xúc điểm (do đó mặt răng chóng mòn và mòn không đều). Để khắc phục nhược điểm này, người ta thay đổi cấu tạo mặt răng bánh vít : Mặt răng của bánh vít được cắt bằng dao phay lăn có hình dạng giống hệt như trục vít sẽ ăn khớp với nó và

quá trình chuyển động khi cắt giống hệt như quá trình chuyển động khi ăn khớp sau này giữa trục vít và bánh vít. Khi đó mặt chân răng của bánh vít bây giờ là một mặt xuyên chân răng (chứ không còn là mặt trụ như trong bánh răng thân khai); tiếp xúc giữa bánh vít và trục vít bây giờ là tiếp xúc đường. Để tăng chất lượng ăn khớp, phần giữa của mặt trụ đỉnh răng của bánh vít cũng được chế thành mặt xuyên đỉnh răng (Hình 11.10).



cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

## HỆ BÁNH RĂNG

### §1. Đại cương

#### 1) Đặt vấn đề

Mỗi cặp bánh răng chỉ thực hiện một tỷ số truyền  $i$  không lớn lắm, thông thường  $i \leq 5$ . Nếu dùng một cặp bánh răng để thực hiện một tỷ số truyền lớn dẫn đến bất hợp lý về kích thước, trọng lượng, kết cấu của bộ truyền và lãng phí về vật liệu chế tạo. Do đó, để thực hiện một tỷ số truyền  $i$  lớn, phải dùng *hệ bánh răng*, gồm nhiều cặp bánh răng phối hợp nhau.

Ngoài ra, hệ bánh răng có những công dụng khác như thực hiện nhiều tỷ số truyền (hộp tốc độ...), truyền động với nhiều bậc tự do (hộp vi sai ô tô...) thực hiện các chuyển động có yêu cầu đặc biệt (cơ cấu máy ben cấp, cơ cấu máy tiện trục khuỷu, cơ cấu máy trộn hỗn hợp bê tông..)

#### 2) Các loại hệ bánh răng

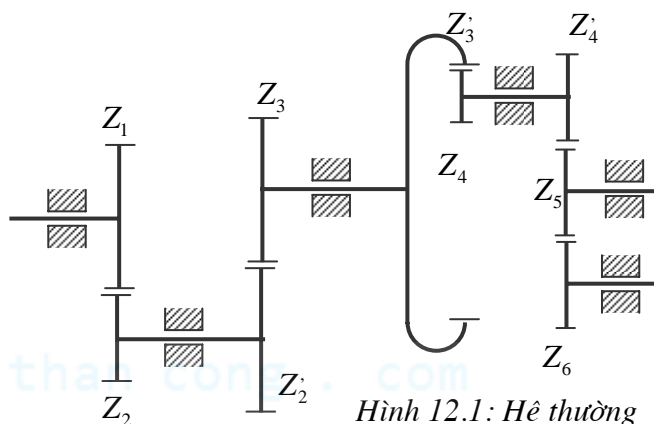
##### a) Hệ bánh răng thường

*Hệ bánh răng thường* là hệ bánh răng trong đó các bánh răng đều có đường trục cố định (trong một hệ quy chiếu gắn liền với giá).

Hệ gồm nhiều cặp bánh răng nối tiếp nhau trên hình 12.1 là một hệ bánh răng thường. Bậc tự do của hệ :

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 \text{ với : } p_5 = 6 ;$$

$$p_4 = 5 ; n = 6 \Rightarrow W = 1$$



Hình 12.1: Hệ thường

##### b) Hệ bánh răng vi sai

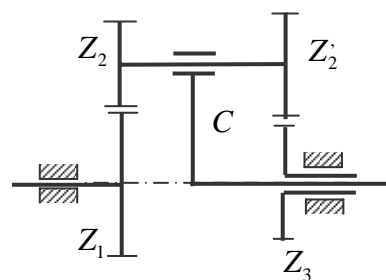
Hệ bánh răng vi sai là hệ bánh răng mà trong đó mỗi cặp bánh răng có ít nhất một bánh răng có đường trục di động (không cố định trong hệ quy chiếu gắn liền với giá).

Bánh răng có đường trục cố định gọi là bánh răng *trung tâm*, bánh răng có đường trục di động gọi là bánh răng *vệ tinh*. Khâu động mang trục của bánh vệ tinh gọi là *cần*.

Hệ bánh răng cho trên hình 12.2 là một hệ bánh răng vi sai. Bậc tự do của hệ:  $W = 3n - 2p_5 - p_4$  với :  $p_5 = 4 ; p_4 = 2 ;$

$n = 4 \Rightarrow W = 2$ . Bánh trung tâm là bánh (1) và bánh (3), bánh vệ tinh là bánh (2) và (2'). Cần là khâu động (C) mang hai bánh vệ tinh (2), (2'). Khi cố định cần (C), hệ vi sai nói trên trở thành hệ thường.

Trong chương này, chúng ta chỉ xét các *hệ vi sai có hai bậc tự do*.



Hình 12.2: Hệ vi sai

##### c) Hệ bánh răng hành tinh

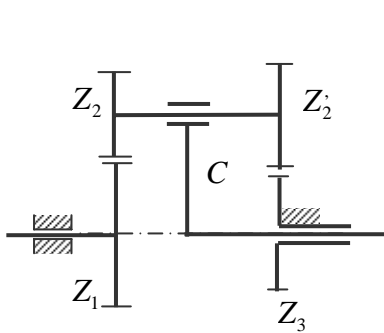
• Hệ bánh răng hành tinh là hệ bánh răng vi sai (có  $W = 2$ ) trong đó có một bánh răng trung tâm cố định.

Khi cố định bánh trung tâm (3) của hệ vi sai trên hình 2 thì hệ này trở thành một hệ hành tinh (Hình 12.3). Bậc tự do của hệ :  $W = 3n - 2p_5 - p_4$  với :  $p_5 = 3 ; p_4 = 2 ; n = 3 \Rightarrow W = 1$ .

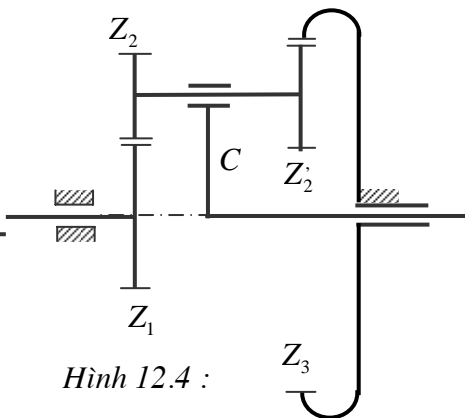
Hình 12.4, 12.5 mô tả sơ đồ một số hệ hành tinh trong đó có sử dụng cặp bánh răng nội tiếp.

• Trong hệ vi sai và hành tinh **phẳng** (Hình 12.2, 12.3, 12.4, 12.5), đường trục của các bánh trung tâm (1), (3), và đường trục của cần (C) phải nằm trên cùng một đường thẳng. Điều kiện này được gọi là *điều kiện đồng trục* của hệ.

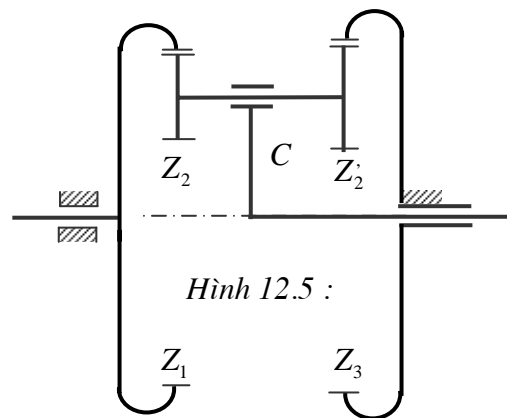




Hình 12.3: Hệ hành tinh



Hình 12.4 :

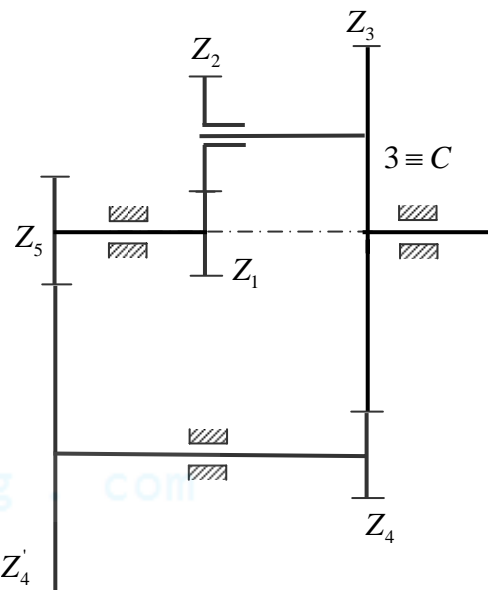


Hình 12.5 :

#### d) Hệ vi sai kín

Hệ vi sai kín là hệ vi sai trong đó các bánh trung tâm đều không cố định, nhưng hai bánh trung tâm hoặc một bánh trung tâm và cần được nối với nhau bằng một hệ thường.

Ví dụ hệ trên hình 12.6 là một hệ vi sai kín. Đây là một hệ hỗn hợp gồm một hệ vi sai ( $Z_1, Z_2$ , cần C) và một hệ thường ( $Z_3, Z_4, Z_4', Z_5$ ). Hệ thường nối bánh trung tâm  $Z_1$  và cần C của hệ vi sai. Bậc tự do của hệ vi sai kín :  $W = 1$ .



Hình 12.6 : Hệ vi sai kín

## §2. Phân tích động học hệ bánh răng

### 1) Tỷ số truyền trong hệ bánh răng thường

#### a) Hệ thường phẳng (Hình 12.1)

- Tỷ số truyền của hệ :  $i_{16} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_6}$

Với  $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_6$  là giá trị đại số của vận tốc góc trục vào (1) và trục ra (6) của hệ.

$$\text{Ta có: } i_{16} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_6} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_2} \cdot \frac{\bar{\omega}_2}{\bar{\omega}_3} \cdot \frac{\bar{\omega}_3}{\bar{\omega}_4} \cdot \frac{\bar{\omega}_4}{\bar{\omega}_5} \cdot \frac{\bar{\omega}_5}{\bar{\omega}_6}$$

$$\text{Suy ra: } i_{16} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot i_{45} \cdot i_{56}$$

Tỷ số truyền của mỗi cặp bánh răng có thể tính theo số răng:  $i_{12} = -\frac{Z_2}{Z_1}; \dots, i_{34} = +\frac{Z_4}{Z_3} \dots$  Dấu (-)

) ứng với cặp bánh răng ngoại tiếp, dấu (+) ứng với cặp bánh răng nội tiếp.

$$\text{Do đó: } i_{16} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_6} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \left(-\frac{Z_3}{Z_2}\right) \left(+\frac{Z_4}{Z_3}\right) \left(-\frac{Z_5}{Z_4}\right) \left(-\frac{Z_6}{Z_5}\right)$$

$$\text{Hay: } i_{16} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_6} = (-1)^k \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_4}{Z_3} \cdot \frac{Z_6}{Z_4}$$

Trong đó k là số cặp bánh răng ngoại tiếp.

#### • Ghi chú

Trong hệ bánh răng thường hình 12.1, bánh răng (5) ăn khớp đồng thời với hai bánh răng trên trục trước và trục liền sau nó nên số răng của nó không có mặt trong công thức tỷ số truyền  $i_{16}$ . Bánh răng (5) được gọi là bánh răng nối không. Bánh răng nối không không có ý nghĩa đối với giá trị tuyệt đối của tỷ số truyền, mà chỉ có ý nghĩa đối với chiều quay của trục ra. Ngoài ra còn có ý nghĩa về kết cấu.

### b) Hệ thường không gian

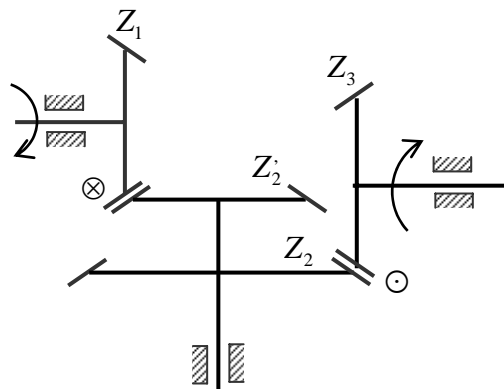
Do các trục quay không song song với nhau nên dấu của vận tốc góc và của tỷ số truyền không còn ý nghĩa nữa, vì vậy ta chỉ dùng giá trị tuyệt đối.

$$\text{Tỷ số truyền } i_{13} : \quad |i_{13}| = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3}$$

Suy ra:

$$|i_{13}| = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_2}{\omega_3}$$

Chiều quay của trục ra (bánh răng  $Z_3$ ) được xác định dựa trên chiều quay của trục vào (bánh răng  $Z_1$ ) nhờ phương pháp đánh dấu như trên hình 12.7.



Hình 12.7: Hệ thường không gian

### 2) Quan hệ vận tốc góc trong hệ vi sai

Hệ vi sai có 2 bậc tự do đó vận tốc góc khâu bị dẫn cuối cùng phụ thuộc vào vận tốc góc của hai khâu dẫn. Do vậy ở đây, ta không tính tỷ số truyền mà tìm quan hệ vận tốc góc của khâu bị dẫn cuối cùng và hai khâu dẫn.

#### a) Hệ vi sai phẳng

Hãy xác định quan hệ giữa các vận tốc góc  $\bar{\omega}_1; \bar{\omega}_3; \bar{\omega}_C$  của bánh (1), (3) và cần (C) trong hệ vi sai trên hình 12.2.

- Xét chuyển động *tương đối* của hệ đối với cần (C).

Trong chuyển động tương đối này, đường trục của các bánh răng đều cố định, do đó hệ trở thành hệ thường, vận tốc góc của các khâu (1), (3) trở thành:  $\bar{\omega}_1^C = \bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_C$ ;  $\bar{\omega}_3^C = \bar{\omega}_3 - \bar{\omega}_C$ ,

Tỷ số truyền giữa khâu (1) và (3) trong chuyển động tương đối :

$$i_{13}^C = \frac{\bar{\omega}_1^C}{\bar{\omega}_3^C} = \frac{\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_C}{\bar{\omega}_3 - \bar{\omega}_C}$$

Thế nhưng trong chuyển động tương đối, hệ trở thành hệ thường, tỷ số truyền  $i_{13}^C$  có thể tính

$$\text{theo các số răng: } i_{13}^C = \left( -\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right)$$

Tóm lại :

$$\frac{\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_C}{\bar{\omega}_3 - \bar{\omega}_C} = i_{13}^C = \left( -\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right) \quad (12.1)$$

- Tương tự như trên, ta cũng có :  $\frac{\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_C}{\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_C} = i_{12}^C = -\frac{Z_2}{Z_1}$

### b) Hệ vi sai không gian

- **Điều kiện đồng trục** trong hệ vi sai không gian: Mọi bánh trung tâm và cần đều đồng trục, mọi mặt nón lăn phải có chung một đỉnh (hình 12.8).

- **Quan hệ giữa các vận tốc góc  $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_C$  :**

Xét chuyển động tương đối của hệ đối với cần (C) trong hệ vi sai không gian (hình 12.8).

Trong chuyển động tương đối này, hệ vi sai không gian trở thành hệ thường không gian, vận tốc góc của khâu (1), khâu (2):  $\bar{\omega}_1^C = \bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_C$ ;  $\bar{\omega}_2^C = \bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_C$

Tỷ số truyền giữa khâu (1) và khâu (2) trong chuyển động tương đối đối với cần C :

$$|i_{12}^C| = \frac{|\vec{\omega}_1^C|}{|\vec{\omega}_2^C|} = \frac{|\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_C|}{|\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_C|}$$

Do trong chuyển động tương đối, hệ trở thành hệ thường nên :  $|i_{12}^C| = \frac{Z_2}{Z_1}$

Suy ra: 
$$\frac{|\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_C|}{|\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_C|} = |i_{12}^C| = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (12.2)$$

Ta có:  $|\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_C|^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\vec{\omega}_1 \vec{\omega}_2$

Do  $\vec{\omega}_1 \perp \vec{\omega}_2 \Rightarrow \vec{\omega}_1 \vec{\omega}_2 = 0 \Rightarrow |\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_C|^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2$

Do  $\vec{\omega}_1 // \vec{\omega}_C \Rightarrow |\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_C| = |\omega_1 - \omega_C|$

Tóm lại : 
$$|i_{12}^C| = \frac{|\vec{\omega}_1^C|}{|\vec{\omega}_2^C|} = \frac{|\omega_1 - \omega_C|}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}$$

• **Quan hệ giữa các vận tốc góc  $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_3, \vec{\omega}_C$  :**

Tương tự như trên, khi xét chuyển động tương đối của hệ đối với cần C, ta có:

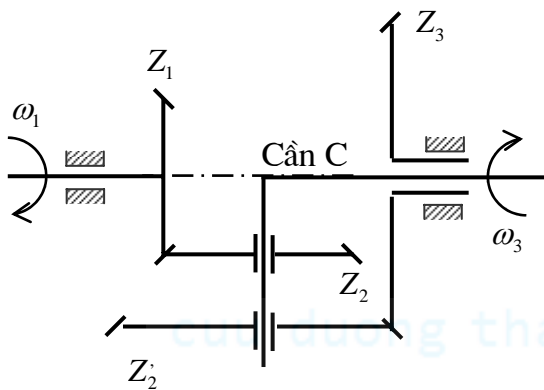
$$|i_{13}^C| = \frac{|\vec{\omega}_1^C|}{|\vec{\omega}_3^C|} = \frac{|\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_C|}{|\vec{\omega}_3 - \vec{\omega}_C|} = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{Z_3}{Z_2}$$

Vì  $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_3, \vec{\omega}_C$  cùng phương nên có thể xét đến dấu của tỷ số truyền  $i_{13}^C$ .

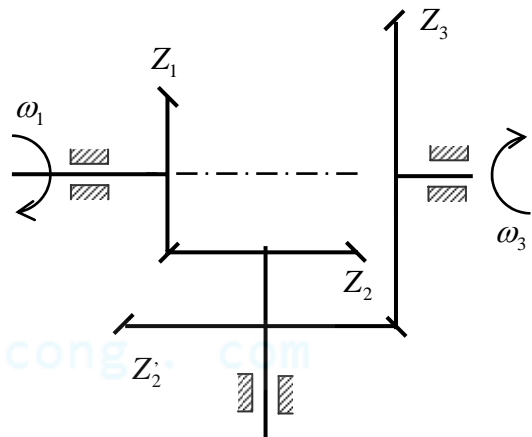
Bằng phương pháp đánh dấu trong hệ thường tương ứng (hình 12.9) ta thấy  $\vec{\omega}_1^C$  và  $\vec{\omega}_3^C$  ngược chiều nhau. Suy ra : 
$$i_{13}^C = \frac{\vec{\omega}_1^C}{\vec{\omega}_3^C} = -\frac{Z_2}{Z_1} \frac{Z_3}{Z_2}$$

Tóm lại:

$$i_{13}^C = \frac{\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_C}{\vec{\omega}_3 - \vec{\omega}_C} = -\frac{Z_2}{Z_1} \frac{Z_3}{Z_2}$$



Hình 12.8: Hệ vi sai không gian



Hình 12.9: Hệ thường tương ứng

**3) Tỷ số truyền trong hệ hành tinh**

Hệ hành tinh có một bậc tự do. Từ quan hệ vận tốc góc trong hệ vi sai, dễ dàng suy ra tỷ số truyền trong hệ hành tinh.

Xét hệ hành tinh phẳng như trên hình 12.3, trong đó bánh trung tâm (3) cố định:  $\vec{\omega}_3 = 0$

Từ (12.1) suy ra : 
$$\frac{\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_C}{-\vec{\omega}_C} = i_{13}^C$$

Hay:  $i_{1C} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_C} = 1 - i_{13}^C$  với:  $i_{13}^C = \left( -\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right)$

Tương tự, ta có:  $i_{2C} = \frac{\bar{\omega}_2}{\bar{\omega}_C} = 1 - i_{12}^C$  với:  $i_{23}^C = \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right)$

Từ đó suy ra:  $i_{12} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_2} = \frac{i_{1C}}{i_{2C}} = \frac{1 - \left( -\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right)}{1 - \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right)}$

## §5. Chọn số răng các bánh răng trong hệ hành tinh

➤ Số răng trong hệ hành tinh được chọn dựa trên yêu cầu về tỷ số truyền, đồng thời phải thỏa mãn các điều kiện:

### ▪ Điều kiện đồng trục

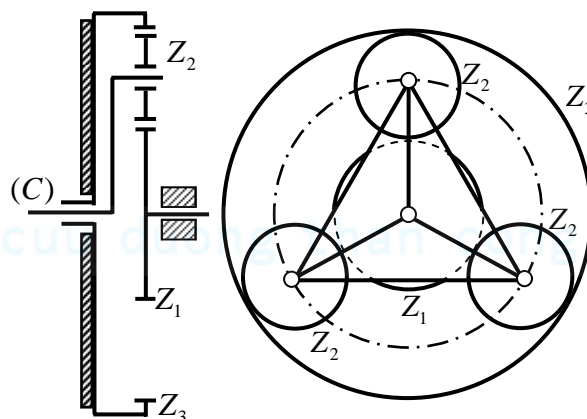
Trong hệ hành tinh phẳng trên hình 12.3, 12.4, 12.5, đường trục của các bánh trung tâm (1), (3), và đường trục của cần (C) phải nằm trên cùng một đường thẳng.

### ▪ Điều kiện lắp

Trong hệ hành tinh, khi chuyển động các bánh vệ tinh (hay các khối bánh vệ tinh) gây nên các lực ly tâm. Để cân bằng các lực ly tâm, cần (C) có dạng một chạc gồm nhiều nhánh phân bố đều, mỗi nhánh mang ổ trục của một bánh vệ tinh (hay một khối bánh vệ tinh) (Hình 12.10). Dùng nhiều bánh vệ tinh phân bố đều, lực tác dụng sẽ phân bố cho các bánh vệ tinh, nhờ đó môđun các bánh răng có thể nhỏ, kích thước hướng kính của hệ hành tinh sẽ nhỏ gọn. Đồng thời, lực hướng tâm tác dụng lên trục của bánh trung tâm và cần (C) gần như bằng không.

Vấn đề đặt ra là phải **lắp được** các bánh vệ tinh lên các nhánh của cần (C), sao cho các bánh vệ tinh đồng thời ăn khớp với các bánh trung tâm. Đây chính là điều kiện lắp của hệ hành tinh.

➤ Xét hệ hành tinh hình 12.10. Cần phải xác định các số răng của hệ để đồng thời bảo đảm được tỷ số truyền, điều kiện *đồng trục* và điều kiện *lắp*. Giả sử các bánh răng đều tiêu chuẩn và cùng môđun.



Hình 12.10 :

### 1) Điều kiện đồng trục

Để các bánh trung tâm  $Z_1; Z_3$  và cần (C) đồng trục với nhau, phải có :

$$r_3 = r_1 + 2r_2 \quad (12.3)$$

Trong đó  $r_1; r_2; r_3$  là bán kính vòng lăn của các bánh 1, 2, 3.

Do các bánh răng ăn khớp với nhau phải có cùng môđun, hệ thức (12.3) trở thành:

$$Z_3 = Z_1 + 2Z_2$$

Hay:  $Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2}$ .

Do  $Z_2$  là số nguyên nên các số răng  $Z_3; Z_1$  phải đều cùng là số lẻ hay đều cùng là số chẵn.

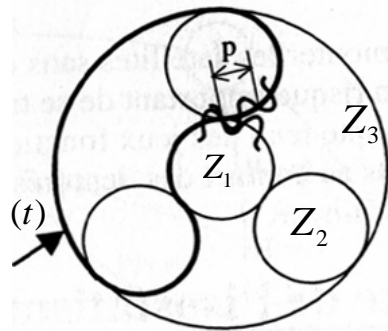
## 2) Điều kiện lắp

- Để có thể lắp được, cung in đậm ( $t$ ) trên hình 12.11 phải bằng số nguyên lần bước răng  $p$  trên vòng lăn của các bánh.

Do đó:  $Z_2 + \frac{Z_1}{n} + \frac{Z_3}{n} = k$  phải là số nguyên, với  $n$  là số bánh răng vệ tinh hay số chạc của cần C).

Suy ra:  $Z_1 + Z_3 = n(k - Z_2)$

Như vậy  $Z_1 + Z_3$  phải là bội số của  $n$ .



Hình 12.11 :

Tóm lại để thỏa mãn cả hai điều kiện đồng trục và điều kiện lắp, cần phải có điều kiện:  $Z_1 + Z_3$  phải là bội số của  $n$  nếu  $n$  chẵn; bội số của  $2n$  nếu  $n$  lẻ.

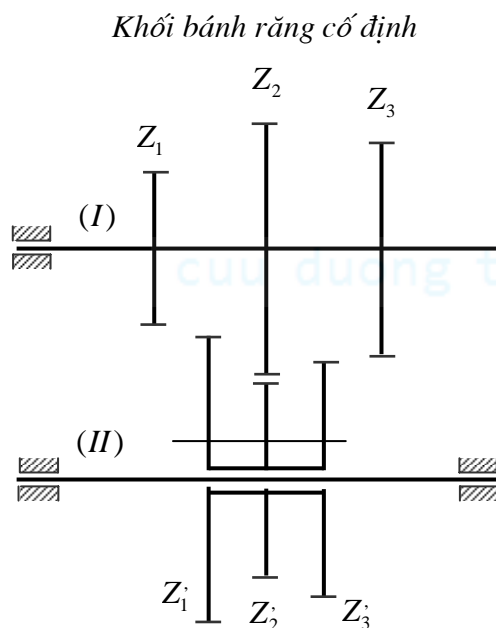
## §3. Công dụng của hệ bánh răng

### 1) Công dụng của hệ thường

- Hệ bánh răng thường được dùng để thực hiện các tỷ số truyền lớn, mà một cặp bánh răng không thể thực hiện được (hệ được gọi là hộp giảm tốc nếu trục ra quay chậm hơn trục vào, hộp tăng tốc nếu trục ra quay nhanh hơn trục vào); dùng để thực hiện nhiều tỷ số truyền khác nhau (hộp số, hộp biến tốc).

Ví dụ hộp số (hình 12.12) có hai khối bánh răng: Khối (I) có ba bánh răng gắn cứng trên trục I. Khối (II) có 3 bánh răng có thể di động dọc trục II (khối bánh răng di trượt). Bán kính vòng lăn của các bánh thỏa mãn điều kiện:

$$r_1 + r_1' = r_2 + r_2' = r_3 + r_3'$$



Khối bánh răng di trượt

Hình 12.12:

Mặt khác, khoảng cách giữa các vành răng của các bánh răng trên trục (I) và (II) không bằng nhau, do đó, khi cho khối bánh răng di trượt di chuyển dọc theo trục (II), chỉ có thể có 1 cặp trong 3 cặp bánh răng là ăn khớp với nhau thôi. Khi cho cặp bánh răng (2,2') ăn khớp với nhau, tỷ số truyền giữa hai trục I và II bằng :

$$i_{I,II} = -\frac{Z_2}{Z_2'}$$

Khi cho cặp bánh răng (1,1') ăn khớp với nhau (gạt khối bánh răng di trượt sang bên trái) thì :

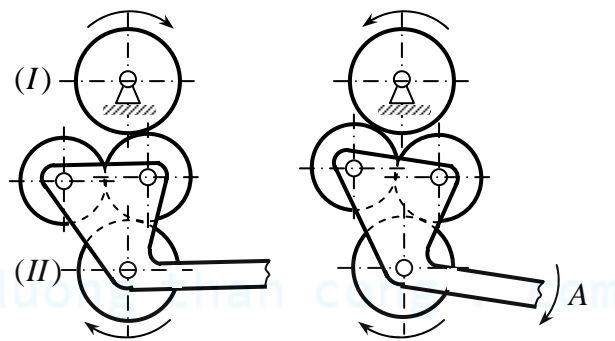
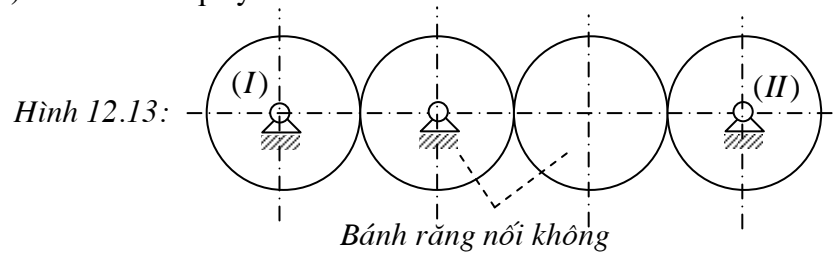
$$i_{I,II} = -\frac{Z_1}{Z_1'}$$

Khi cho cặp bánh răng (3,3') ăn khớp với nhau (gạt khối bánh răng di trượt sang bên phải) thì :

$$i_{I,II} = -\frac{Z_3}{Z_3}$$

Nghĩa là hộp số nói trên thực hiện được 3 tỷ số truyền khác nhau giữa hai trục (I) và trục (II).

- Hệ bánh răng thường được dùng để truyền động giữa hai trục xa nhau với một tỷ số truyền chính xác (hình 12.13). Nếu dùng một cặp bánh răng để truyền động từ trục I sang trục II sẽ dẫn đến không hợp lý về mặt kích thước và chế tạo. Nếu dùng bộ truyền đai hay xích thì tỷ số truyền không chính xác.
- Hệ bánh răng thường còn dùng để đảo chiều quay trục bị dẫn (hình 12.14). Khi kéo chạc A xuống bánh (II) sẽ đổi chiều quay.



Hình 12.14 : Cơ cấu đảo chiều trục bị dẫn (II)

## 2) Công dụng của hệ vi sai

Hệ vi sai có hai bậc tự do, do đó nó được sử dụng trong các trường hợp cần *tổng hợp* hai chuyển động quay độc lập thành một chuyển động quay hay *phân tích* một chuyển động quay thành hai chuyển động quay độc lập.

Phần này giới thiệu hộp vi sai trong ô tô, dùng để phân tích một chuyển động quay thành hai chuyển động quay độc lập.

### • Hộp vi sai trong ô tô

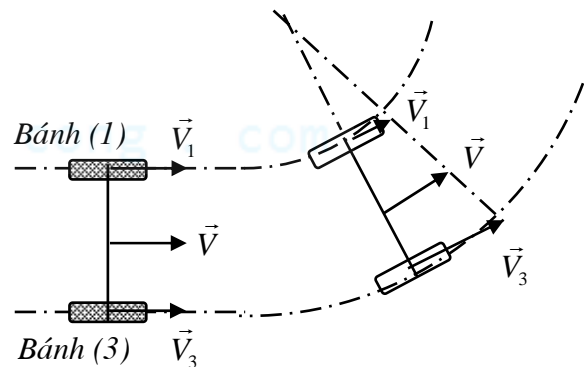
Gọi  $\vec{V}$ ;  $\vec{V}_1$ ;  $\vec{V}_3$  lần lượt là vận tốc ô tô và vận tốc của tâm bánh xe sau (1) và (3);  $\omega_1$ ;  $\omega_3$  lần lượt là vận tốc các bánh (1) và (3) (hình 12.15)

✓ Khi xe chạy trên đường thẳng, ta có :

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_3 = \vec{V} \Rightarrow \omega_1 = \omega_3$$

✓ Khi xe chạy trên đường vòng, ta có :  $V_1 < V_3$  do đó, để xe đi vòng dễ dàng, không bị trượt trên mặt đường, phải có  $\omega_1 < \omega_3$ .

Thế mà, bánh (1) và bánh (3) cùng nhận chuyển động từ trục động cơ (thông qua trục các đăng), lại phải có hai vận tốc góc khác nhau, do đó cần phải sử dụng hộp vi sai để phân tích một chuyển động quay thành hai chuyển động quay độc lập.

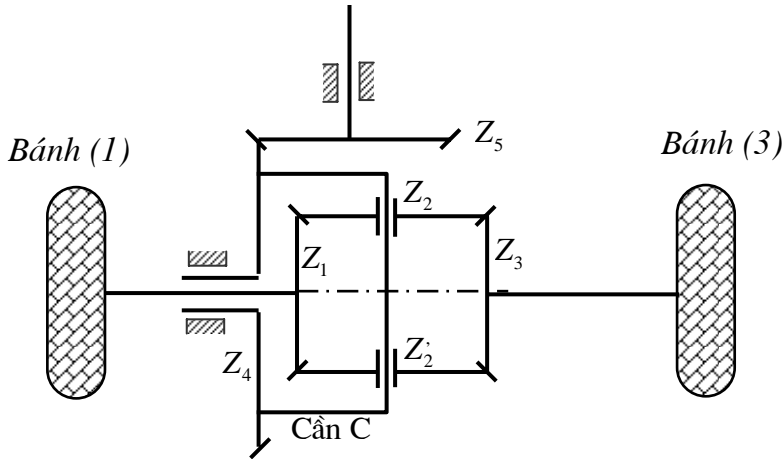


Hình 12.15:

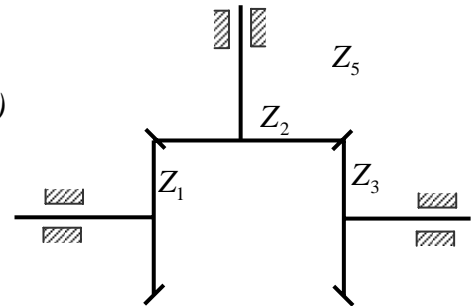
### • Cấu tạo hộp vi sai

Hộp vi sai ô tô gồm hai cặp bánh răng nón (1,2) và (2,3) với  $Z_1 = Z_3$ . Bánh vệ tinh (2) có trục vuông góc với trục các bánh trung tâm (1) (3) và cần C. Chuyển động từ trục động cơ được truyền tới cần C thông qua khớp các đăng và cặp bánh răng nón (4,5).

Nối về trục các đăng



Hình 12.16 : Hộp vi sai ô tô



Hình 12.17 : Hệ thường tương ứng

### • Nguyên lý làm việc

Ta có :

$$i_{13}^C = \frac{\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_C}{\bar{\omega}_3 - \bar{\omega}_C} = -\frac{Z_2}{Z_1} \frac{Z_3}{Z_2} = -\frac{Z_3}{Z_1} = -1$$

(Dấu của tỷ số truyền được xác định bằng phương pháp đánh dấu trong hệ thường tương ứng trên hình 12.17)

Suy ra:  $\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_3 = \bar{\omega}_C = \text{hằng số}$  (12.4)

✓ Khi xe chạy trên đường thẳng, sức cản lăn trên hai bánh (1) và (3) như nhau, do đó vận tốc góc hai bánh (1) và (3) như nhau :  $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_3$ .

✓ Khi xe chạy trên đường vòng, sức cản lăn trên bánh (1) lớn hơn trên bánh (3), vì vậy bánh (1) quay chậm lại,  $\omega_1$  giảm xuống. Từ (12.4) suy ra rằng vận tốc góc  $\omega_3$  của bánh (3) tăng lên, nhờ đó xe đi vòng dễ dàng, không bị trượt trên mặt đường.

### 3) Công dụng của hệ hành tinh

• Hệ hành tinh cho phép thực hiện một tỷ số truyền lớn, có thể rất lớn. Ví dụ xét hệ hành tinh trên hình 12.3.

Ta có:  $i_{1C} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_C} = 1 - i_{13}^C = 1 - \frac{Z_2}{Z_1} \frac{Z_3}{Z_2}$

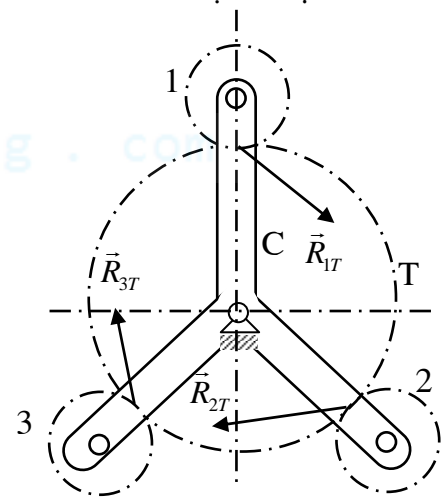
Nếu chọn hợp lý số răng của các bánh răng, ví dụ chọn:

$Z_2 = 99; Z_3 = 101; Z_1 = Z_2 = 100$  thì  $i_{1C} = \frac{1}{10000}$

Tuy nhiên, khi chọn tỷ số truyền và khâu dẫn cần chú ý sao cho hiệu suất của hệ không quá thấp và đặc biệt phải tránh hiện tượng tự hãm.

• Ngay cả khi tỷ số truyền nhỏ và vừa, người ta cũng dùng hệ hành tinh vì nó có một số ưu điểm sau đây về kết cấu và tải trọng:

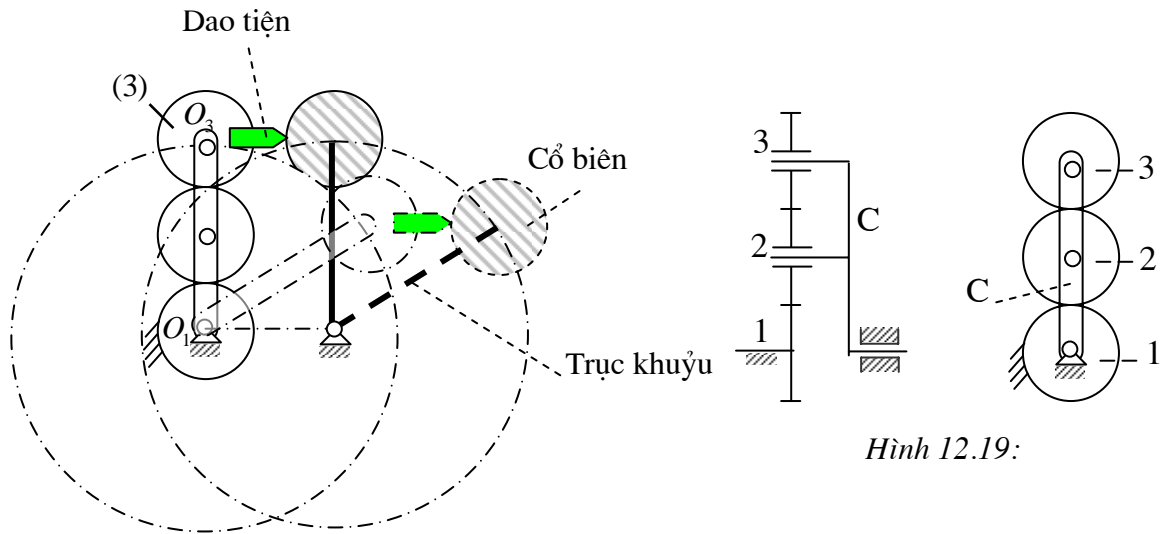
✓ Cần C thường có nhiều chạc phân bố đều, trên đó lắp các khối bánh vệ tinh giống nhau, vì vậy phản lực trên trục của cần C và trên trục các bánh trung tâm gần như



Hình 12.18:  $\vec{R}_{1T} + \vec{R}_{2T} + \vec{R}_{3T} \approx 0$



bằng 0 (hình 12.18). Mỗi bánh răng chỉ chịu một phần tải trọng nên có thể làm nhỏ, nhờ đó kích thước khuôn khổ của hệ thống nhỏ gọn. Mặt khác, trong hệ hành tinh, có thể dùng các cặp bánh răng nội tiếp có nhiều ưu điểm về mật sức bền so với cặp bánh răng ngoại tiếp.



Hình 12.19:

Hình 11.20: Cơ cấu máy tiện trục khuỷu

• Hệ hành tinh được dùng để tạo những chuyển động đặc biệt, cần thiết cho một số quá trình công nghệ.

Ví dụ xét hệ hành tinh trên hình 12.19.

Bánh (1) là bánh trung tâm cố định.

$$\text{Ta có: } i_{3C} = \frac{\bar{\omega}_3}{\bar{\omega}_C} = 1 - i_{31}^C = 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \frac{Z_2}{Z_3} = 1 - \frac{Z_1}{Z_3}$$

✓ Nếu lấy  $Z_1 = Z_3$  thì  $i_{3C} = 0 \Rightarrow \bar{\omega}_3 = 0$  : bánh (3) chuyển động tịnh tiến tròn. Trong trường hợp này, hệ hành tinh được sử dụng trong cơ cấu máy tiện trục khuỷu, dùng để tiện cổ biên của trục khuỷu (hình 12.20).

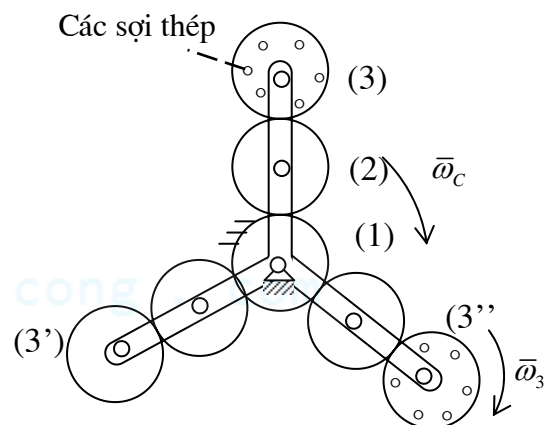
Để tiện cổ biên của trục khuỷu, ta gá trục khuỷu lên máy tiện sao cho tâm  $O_1$  của cổ chính trùng với tâm trục chính máy tiện. Dao tiện được gá trên bánh răng (3). Khi cho trục khuỷu và cần C của hệ hành tinh quay với cùng vận tốc góc, do bánh (3) và dao tiện chuyển động tịnh tiến tròn, dao tiện sẽ luôn luôn đuổi theo cổ biên và có một chuyển động trên chu vi cổ biên, thực hiện chuyển động cắt cần thiết.

✓ Nếu lấy  $Z_1 \neq Z_3$ , hệ hành tinh này được sử dụng trong cơ cấu máy bện cáp hay cơ cấu máy bện xơ dừa (hình 12.21). Các dây cáp được bện lại từ các nhánh cáp, các nhánh cáp lại được bện từ các sợi thép. Nếu chiều bện các nhánh cáp trong cùng một dây cùng chiều với chiều bện các sợi thép trong cùng một nhánh, ta gọi là cáp bện xuôi. Ngược lại, ta có cáp bện ngược.

Trong cơ cấu máy bện cáp, các sợi thép được mắc trên các bánh (3), (3') và (3''). Khi cần C quay thì các bánh (3), (3') và (3'') cũng quay theo, các sợi thép được bện lại thành các nhánh, đồng thời các nhánh cũng được bện thành dây cáp.

Khi chọn  $Z_1 < Z_3 \Rightarrow i_{3C} > 0 \Rightarrow \bar{\omega}_3$  cùng chiều  $\bar{\omega}_C$  : ta được cáp bện xuôi.

Khi  $Z_1 > Z_3 \Rightarrow i_{3C} < 0 \Rightarrow \bar{\omega}_3$  ngược chiều  $\bar{\omega}_C$  : ta được cáp bện ngược



Hình 12.21: Cơ cấu máy bện cáp

## CƠ CẤU PHẪNG TOÀN KHỚP THẤP

### §1. Đại cương

#### 1) Đại cương về cơ cấu phẳng toàn khớp thấp

• Cơ cấu phẳng toàn khớp thấp là cơ cấu phẳng trong đó chỉ dùng các *khớp quay* và *khớp trượt* với điều kiện các khớp quay trong cơ cấu phải có đường trục song song nhau với nhau, các khớp trượt trong cơ cấu phải có phương trượt nằm trong các mặt phẳng song song với nhau và vuông góc với đường trục của các khớp quay.

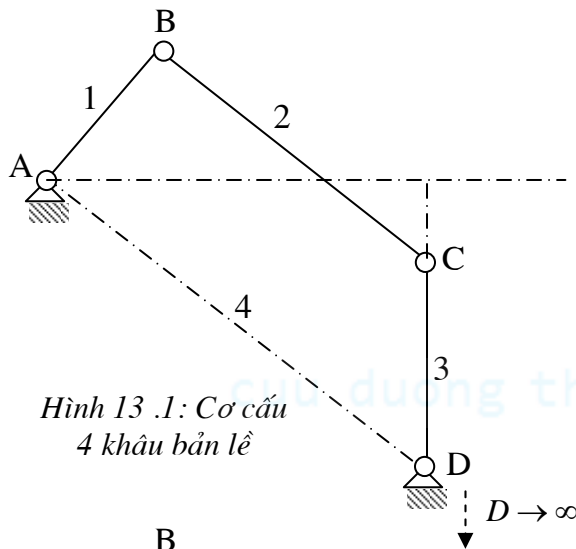
Điều kiện nói trên được gọi là *điều kiện phẳng* của cơ cấu.

#### 2) Các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp thông dụng

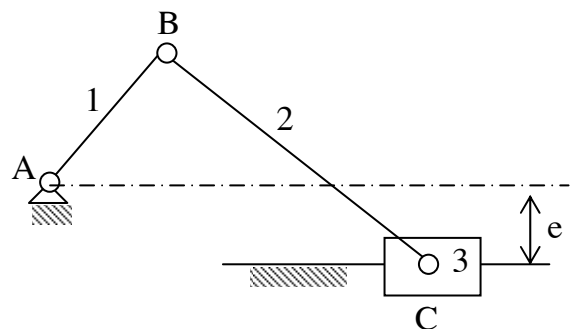
✓ Các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp thông dụng là các cơ cấu có bốn khâu và sáu khâu.

Cơ cấu phẳng toàn khớp thấp có 4 khâu được gọi là cơ cấu 4 khâu phẳng gồm có các cơ cấu hạng II.

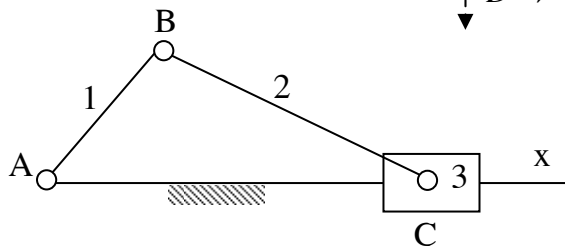
Cơ cấu 4 khâu phẳng toàn khớp quay gọi là cơ cấu 4 khâu bản lề.



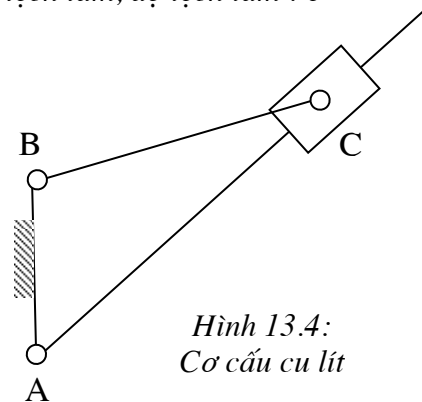
Hình 13.1: Cơ cấu 4 khâu bản lề



Hình 13.2: Cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm, độ lệch tâm :  $e$



Hình 13.3 : Cơ cấu tay quay con trượt chính tâm



Hình 13.4: Cơ cấu culít

✓ Các cơ cấu bốn khâu phẳng thông dụng cho trên hình 13.1.

Hình 13.1 : Cơ cấu bốn khâu bản lề.

Hình 13.2 và 13.3: Cơ cấu tay quay con trượt.

Hình 13.4 : Cơ cấu culít.

✓ Mỗi cơ cấu 4 khâu phẳng có một khâu cố định là *giá*, một khâu không nối giá gọi là *thanh truyền* và hai khâu nối với giá gọi là các *khâu nối giá*.

Trong các cơ cấu 4 khâu phẳng thông dụng, có ít nhất một khâu được nối với giá bằng khớp bản lề. Nếu khâu nối giá này quay được liên tục quanh giá của nó thì được gọi là *tay quay*, nếu không được gọi là *cần lắc*.

✓ *Cơ cấu 4 khâu bản lề* là dạng cơ bản nhất của cơ cấu 4 khâu phẳng.

Các cơ cấu 4 khâu phẳng khác đều có thể xem là biến thể của cơ cấu 4 khâu bản lề.

Ví dụ : Xét cơ cấu 4 khâu bản lề ABCD (hình 13.1). Khi cho khớp quay D tiến tới vô cùng trên phương CD thì chuyển động quay của khâu 3 quanh tâm D biến thành chuyển động tịnh tiến với

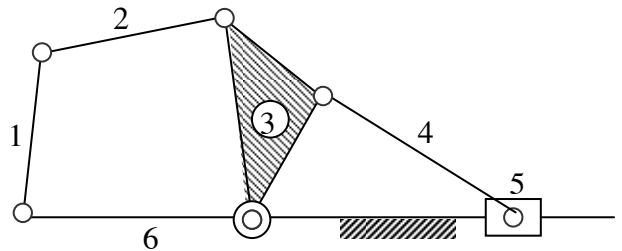
phương trượt vuông góc với CD, do đó khớp quay D giữa khâu 3 và giá sẽ biến thành khớp trượt có phương trượt vuông góc với CD. Cơ cấu trở thành cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm (hình 13.2). Khoảng cách e từ tâm quay A đến phương trượt của con trượt C được gọi là độ lệch tâm.

Khi  $e = 0$ , cơ cấu trở thành cơ cấu tay quay con trượt chính tâm (hình 13.3).

Thay vì chọn khâu 4 trong cơ cấu tay quay con trượt chính tâm là giá, ta chọn giá là khâu AB (khâu 1), cơ cấu trở thành cơ cấu culit (hình 13.4).

✓ Các cơ cấu phẳng hạng II đều có thể xem là biến thể hay phát triển của cơ cấu 4 khâu bản lề. Cơ cấu máy sàng lắc hạng II trên hình 13.5 có thể xem là tổ hợp của một cơ cấu bốn khâu bản lề và một cơ cấu tay quay con trượt.

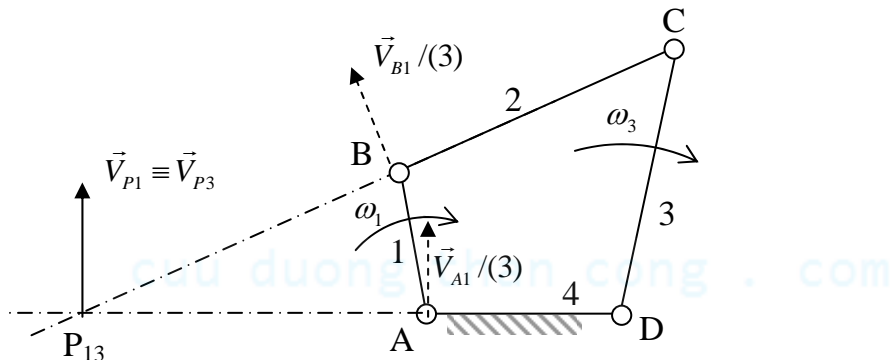
✓ Các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp nói chung được dùng để biến đổi và truyền chuyển động. Bên cạnh đó còn dùng để tạo ra các quỹ đạo chuyển động đặc biệt.



Hình 13.5: Cơ cấu máy sàng lắc

## §2. Cơ cấu bốn khâu bản lề

### 1) Tỷ số truyền trong cơ cấu 4 khâu bản lề



Hình 13.6 : Cơ cấu bốn khâu bản lề

- Hãy xác định tỷ số truyền  $i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3}$  giữa khâu 1 và khâu 3 trong cơ cấu 4 khâu bản lề, với  $\omega_1$  và  $\omega_3$  là vận tốc góc của các khâu nối giá 1 và 3.

Ta có thể dùng phương pháp tâm vận tốc tức thời để xác định  $i_{13}$  như sau :

Xét chuyển động tương đối của cơ cấu đối với khâu 3. Trong chuyển động này, khâu 4 và khâu 2 quay xung quanh các khớp bản lề C và D (hình 13.6). Gọi  $\vec{V}_{B1}/(3)$  và  $\vec{V}_{A1}/(3)$  lần lượt là vận tốc của điểm B và A trên khâu 1 trong chuyển động tương đối này, ta có :  $\vec{V}_{B1}/(3) \perp BC$  và  $\vec{V}_{A1}/(3) \perp AD$ .

Như vậy điểm P, giao điểm của BC và AD chính là tâm vận tốc tức thời của khâu 1 trong chuyển động tương đối đối với khâu 3.

Trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu, ta có :  $\vec{V}_{P1} = \vec{V}_{P3}$ , với  $P_1$  và  $P_3$  là hai điểm lần lượt thuộc khâu 1 và khâu 3 hiện đang trùng với điểm P.

Suy ra :  $V_{P1} = \omega_1 AP = V_{P3} = \omega_3 DP$

$$\Rightarrow \boxed{i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{DP}{AP}}$$

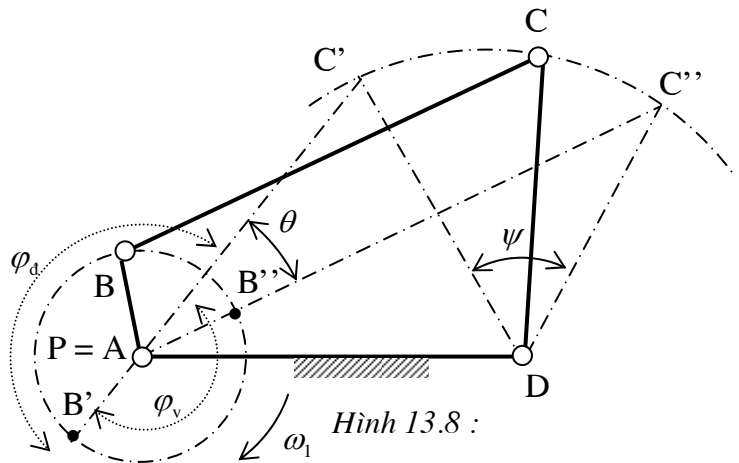
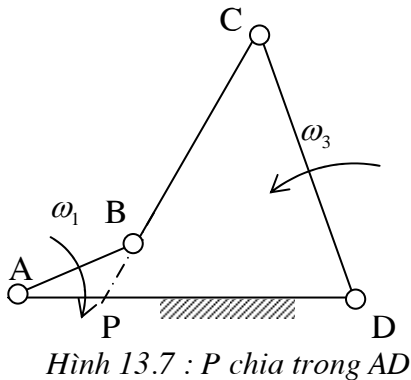
Nếu xét giá trị đại số của vận tốc góc, ta có:  $\boxed{i_{13} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_3} = \frac{DP}{AP}}$

- **Định lý Willis**

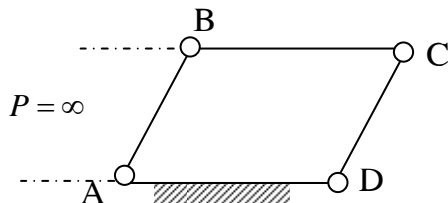
Từ lý luận trên đây, ta có định lý Willis như sau : Trong cơ cấu 4 khâu bản lề, đường thanh truyền BC chia giá AD thành hai đoạn tỷ lệ nghịch với vận tốc góc của hai khâu nối giá:  $i_{13} = \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_3} = \frac{DP}{AP}$

• **Nhận xét**

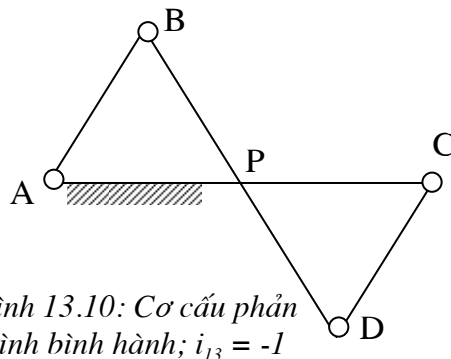
- ✓ Khi cơ cấu chuyển động, phương của thanh truyền BC và do đó vị trí của điểm P thay đổi nên tỷ số truyền  $i_{13}$  cũng thay đổi : nếu  $\omega_1 =$  hằng số thì  $\omega_3 \neq$  hằng số và ngược lại.
- ✓ Khi điểm P chia ngoài đoạn AD thì  $\omega_1$  và  $\omega_3$  cùng chiều nhau, khi đó  $i_{13} > 0$  (hình 13.6).
- Khi điểm P chia trong đoạn AD thì  $\omega_1$  và  $\omega_3$  ngược chiều nhau và  $i_{13} < 0$  (hình 13.7).



- ✓ Khi tay quay AB và thanh truyền BC chập nhau (vị trí B'C') hay duỗi thẳng (vị trí B''C'') thì điểm P trùng với điểm A (hình 13.8). Khi đó khâu nối giá 3 có vận tốc góc  $\omega_3 = 0$ , khâu 3 dừng lại sau đó đổi chiều quay. Hai vị trí DC' và DC'' được gọi là hai vị trí dừng (vị trí biên) của khâu 3. Khâu 3 là thanh lắc. Góc  $\psi$  giữa hai vị trí biên gọi là góc lắc của khâu 3.
- ✓ Tỷ số truyền  $i_{13} =$  hằng số trong các trường hợp đặc biệt sau (hình 13.9, hình 13.10) :



$$AB = CD; AD = BC; i_{13} = 1$$



2) **Hệ số về nhanh**

- ✓ Trong cơ cấu 4 khâu bản lề, khi khâu nối giá 1 là tay quay, khâu nối giá 3 là cần lắc, chuyển động của cần lắc 3 gồm hai hành trình (hình 13.8): Hành trình đi (làm việc) ứng với khâu dẫn đi từ vị trí AB' đến vị trí AB'', ứng với góc quay  $\varphi_d$  của khâu dẫn AB và hành trình về (về không) ứng với khâu dẫn đi từ vị trí AB'' đến vị trí AB', ứng với góc quay  $\varphi_v$  của khâu dẫn AB.

Hệ số về nhanh được định nghĩa như sau:

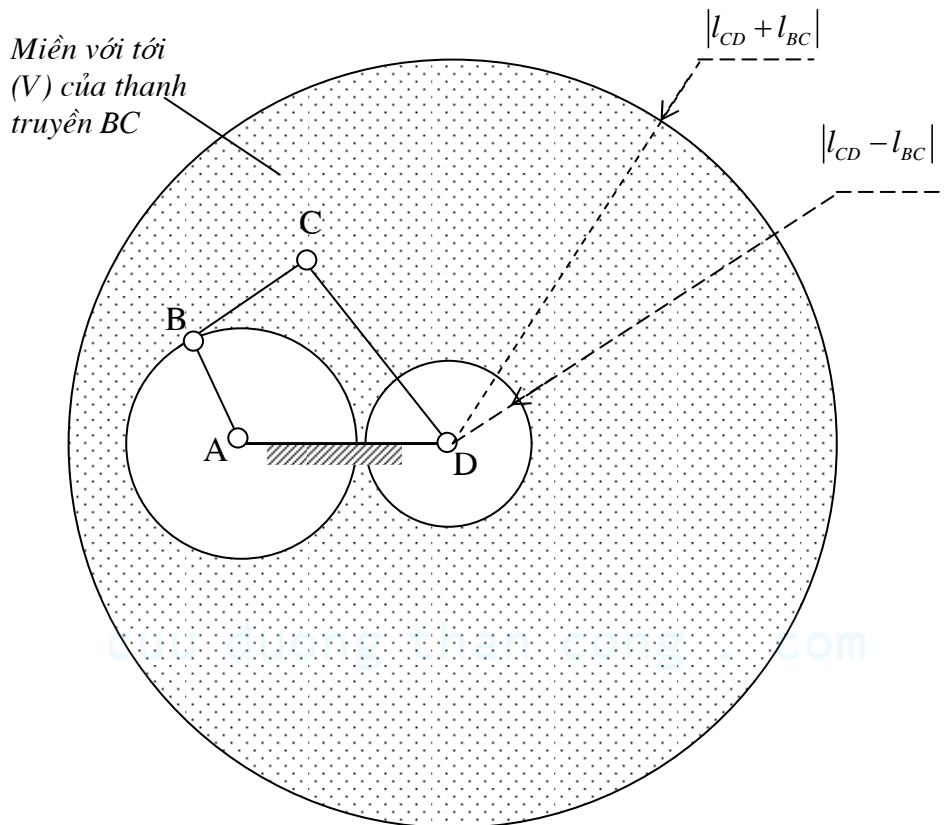
$$k = \frac{\varphi_d}{\varphi_v}$$

- ✓ Hệ số về nhanh k đặc trưng cho năng suất của máy. Do vậy, khi chọn chiều quay của khâu dẫn AB, lưu ý chọn sao cho  $\varphi_d > \varphi_v$ , tức là sao cho  $k > 1$ .
- ✓ Với chiều quay khâu dẫn như trên hình 13.8, ta có :

$$\varphi_d = \pi + \theta \text{ và } \varphi_v = \pi - \theta \Rightarrow k = \frac{\varphi_d}{\varphi_v} = \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta} > 1$$

### 3) Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá

Khi cơ cấu bốn khâu bản lề nhận chuyển động từ động cơ hay thông qua một hệ truyền động như cơ cấu bánh răng, cơ cấu truyền động đai, truyền động xích... thì khâu nối giá nhận chuyển động này bắt buộc phải là một tay quay. Vì vậy, việc xác định điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá có ý nghĩa quan trọng trong việc thiết kế cơ cấu.



Hình 13.11 :

- Xét cơ cấu 4 khâu bản lề ABCD. Hãy xét điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá AB. Giả sử tháo khớp B ra. Quỹ tích của điểm B<sub>1</sub> trên khâu AB là vòng tròn (A, l<sub>AB</sub>). Quỹ tích của điểm B<sub>2</sub> trên khâu BC là hình vành khăn (V) giới hạn bởi hai vòng tròn (D, l<sub>CD</sub> + l<sub>BC</sub>) và (D, |l<sub>CD</sub> - l<sub>BC</sub>|). Miền (V) được gọi là *miền với tới* của đầu B<sub>2</sub> của thanh truyền BC. Nếu vòng tròn (A, l<sub>AB</sub>) nằm gọn trong miền với tới (V) của đầu B<sub>2</sub> của thanh truyền BC (hình 13.11) thì khi B<sub>1</sub> đi đến đâu, B<sub>2</sub> cũng có thể với tới được đến đó. Khi đó khâu AB quay được toàn vòng. Còn nếu vòng tròn (A, l<sub>AB</sub>) không nằm gọn trong miền với tới (V) thì khâu AB không quay được toàn vòng (khâu AB là cần lắc).

#### • Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá AB

Một khâu nối giá AB quay được toàn vòng khi và chỉ khi quỹ tích (A, l<sub>AB</sub>) của nó nằm gọn trong miền với tới (V) của đầu B<sub>2</sub> thanh truyền BC kề nó, tức là:

$$\begin{cases} l_{AB} + l_{AD} \leq l_{CD} + l_{BC} \\ |l_{AB} - l_{AD}| \geq |l_{CD} - l_{BC}| \end{cases}$$

#### • Quy tắc Grasshof

Để phán đoán điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá, ta có thể dùng quy tắc Grasshof:

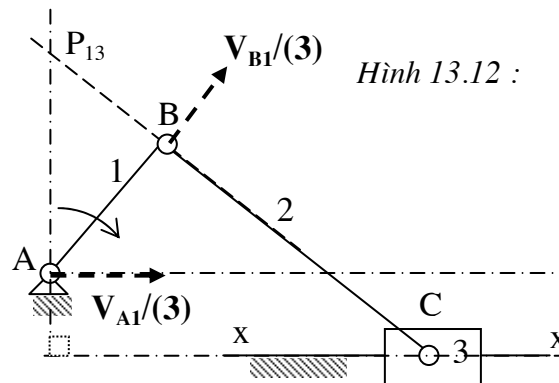
Trong cơ cấu bốn khâu bản lề :

- 1) Nếu tổng chiều dài khâu ngắn nhất và khâu dài nhất *nhỏ hơn hoặc bằng* tổng chiều dài của hai khâu còn lại thì:

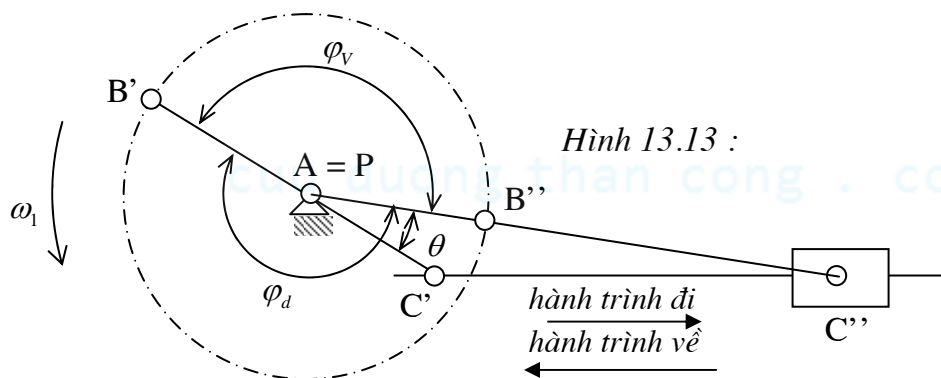
- a) Khi lấy khâu *kề* với khâu *ngắn nhất* làm giá, khâu ngắn nhất sẽ là tay quay, khâu nối giá còn lại sẽ là cần lắc
- b) Khi lấy khâu *ngắn nhất* làm giá, cả hai khâu nối giá đều là tay quay
- c) Khi lấy khâu *đối diện* với khâu *ngắn nhất* làm giá, cả hai khâu nối giá đều là cần lắc
- 2) Nếu tổng chiều dài khâu ngắn nhất và khâu dài nhất *lớn hơn* tổng chiều dài của hai khâu còn lại thì khi lấy khâu nào làm giá, cả hai khâu nối giá đều là cần lắc.

### §3. Cơ cấu tay quay con trượt

#### 1) Quan hệ vận tốc



Hình 13.12 :



Hình 13.13 :

- Hãy xác định quan hệ giữa vận tốc góc  $\omega_1$  của khâu 1 và vận tốc  $V_3$  của con trượt C trong cơ cấu tay quay con trượt (hình 13.12).

Xét chuyển động tương đối của cơ cấu đối với khâu 3.

Trong chuyển động này, vận tốc của điểm  $B_1$  và  $A_1$  trên khâu 1 lần lượt là  $\vec{V}_{B1}/(3)$  và  $\vec{V}_{A1}/(3)$ , với  $\vec{V}_{B1}/(3) \perp BC$  và  $\vec{V}_{A1}/(3)$  song song với phương trượt xx của con trượt C.

Do đó điểm P, giao điểm của BC và đường thẳng qua A và vuông góc với phương trượt xx, chính là tâm quay tức thời trong chuyển động tương đối giữa khâu 1 và khâu 3.

Nếu gọi  $P_1$  và  $P_3$  là hai điểm của khâu 1 và khâu 3 hiện đang trùng với điểm P thì trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu, ta có :

$$\vec{V}_{P1} = \vec{V}_{P3} \Rightarrow V_{P1} = \omega_1 AP = V_{P3} = V_3 \Rightarrow \boxed{\omega_1 AP = V_3}$$

#### • Nhận xét

- ✓ Khi cơ cấu chuyển động, phương của thanh truyền BC và do đó vị trí của điểm P thay đổi : nếu  $\omega_1 =$  hằng số thì  $V_3 \neq$  hằng số và ngược lại.
- ✓ Khi tay quay AB và thanh truyền BC chập nhau (vị trí  $B'C'$ ) hay duỗi thẳng (vị trí  $B''C''$ ) thì điểm P trùng với điểm A, khi đó  $V_3 = 0$  : khâu (3) dừng lại và đổi chiều chuyển động. Hai vị trí  $C'$  và  $C''$  được gọi là hai vị trí dừng (vị trí biên) của khâu 3 (hình 13.13).

#### 2) Hệ số về nhanh

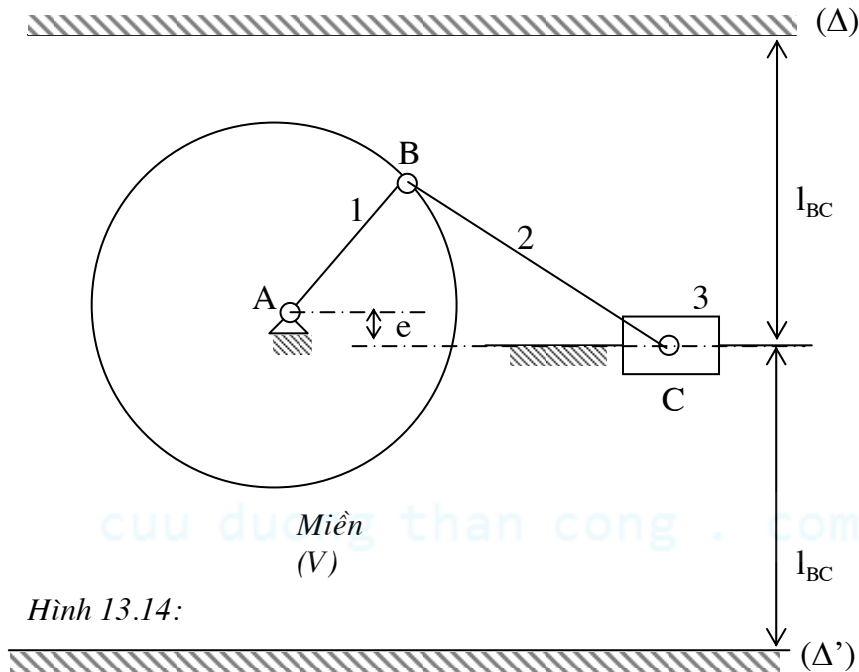
✓ Chuyển động của con trượt C gồm hai hành trình: Hành trình đi (làm việc) ứng với khâu dẫn đi từ vị trí AB' đến vị trí AB'', ứng với góc quay  $\varphi_d$  của khâu AB và hành trình về (về không) ứng với khâu dẫn đi từ vị trí AB'' đến vị trí AB', ứng với góc quay  $\varphi_v$  của khâu AB (hình 13.13).

Tương tự như cơ cấu 4 khâu bản lề, hệ số về nhanh :  $k = \frac{\varphi_d}{\varphi_v}$

✓ Với cơ cấu tay quay con trượt chính tâm:  $\varphi_d = \varphi_v \Rightarrow k = 1$

Với cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm và chiều quay khâu dẫn AB được chọn như trên hình 13.13,

ta có :  $\varphi_d = \pi + \theta$  và  $\varphi_v = \pi - \theta \Rightarrow k = \frac{\varphi_d}{\varphi_v} = \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta}$



Hình 13.14:

### 3) Điều kiện quay toàn vòng

Miền với tới (V) của đầu B<sub>2</sub> thanh truyền BC giới hạn bởi hai đường thẳng (Δ) và (Δ') song song với phương trượt xx và cách xx một khoảng bằng l<sub>BC</sub> (hình 13.14).

Do đó điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá AB :  $l_{BC} \geq l_{AB} + e$

## §3. Cơ cấu culít

### 1) Tỷ số truyền

Xét cơ cấu culít như trên hình 13.15. Hãy xác định tỷ số truyền  $i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3}$  giữa khâu 1 và khâu 3.

• Xét chuyển động tương đối của cơ cấu đối với khâu 3.

Trong chuyển động này, khâu 4 xem như quay quanh C, khâu 2 xem như chuyển động tịnh tiến với phương trượt là Cx. Do đó vận tốc của điểm A<sub>1</sub> và B<sub>1</sub> thuộc khâu 1 lần lượt là  $\vec{V}_{A_1}/(3)$  và  $\vec{V}_{B_1}/(3)$  với  $\vec{V}_{A_1}/(3) \perp AC$  và  $\vec{V}_{B_1}/(3) \parallel Cx$ . Suy ra tâm quay tức thời trong chuyển động tương đối giữa khâu 3 và khâu 1 chính là điểm P, giao điểm của Ac và đường thẳng qua B và vuông góc với Cx.

Trong chuyển động tuyệt đối của cơ cấu, ta có :

$$\vec{V}_{P_1} = \vec{V}_{P_3} \Rightarrow V_{P_1} = \omega_1 AP = V_{P_3} = \omega_3 CP \Rightarrow i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{CP}{AP}$$

• Nhận xét

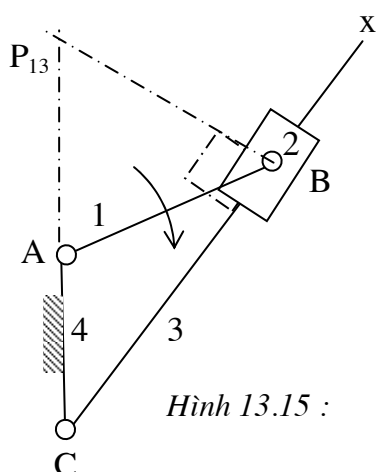
✓ Nếu l<sub>AB</sub> = l<sub>AC</sub> thì khi cơ cấu chuyển động, P luôn luôn cố định (hình 13.16).



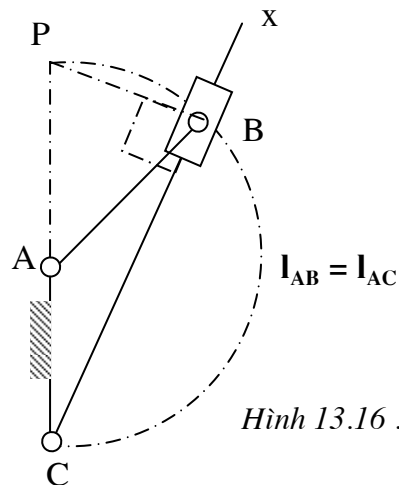
Suy ra :  $l_{PA} = l_{AB} = l_{AC} \Rightarrow i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{CP}{AP} = 2$

✓ Ngoài trường hợp nói trên, khi cơ cấu chuyển động, phương trượt Cx và vị trí con trượt B luôn thay đổi, nên vị trí điểm P và  $i_{13}$  luôn thay đổi : nếu  $\omega_1 =$  hằng số thì  $\omega_3 \neq$  hằng số và ngược lại.

✓ Khi AB vuông góc với phương trượt Cx thì điểm P trùng với điểm A, khi đó  $\omega_3 = 0$  : khâu 3 dừng lại và đổi chiều quay. Hai vị trí Cx' và Cx'' là hai vị trí biên của khâu 3. Góc  $\theta$  giữa Cx' và Cx'' là góc lắc (hình 13.17).



Hình 13.15 :



Hình 13.16 :

## 2) Hệ số về nhanh

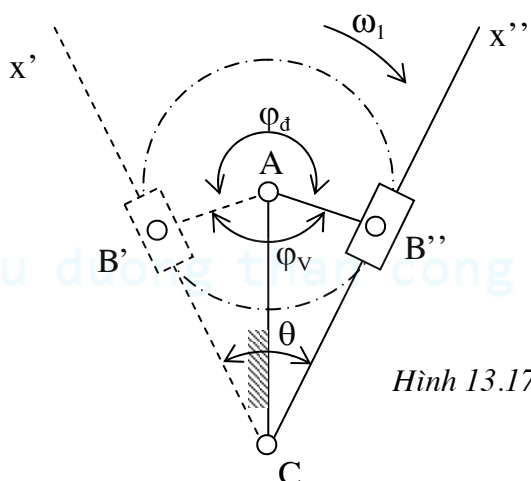
Trường hợp khâu 3 là cần lắc, chuyển động của nó gồm hai hành trình (hình 13.17) : Hành trình đi (làm việc) ứng với góc quay  $\varphi_d$  của khâu dẫn AB. Hành trình về (về không) ứng với góc quay  $\varphi_v$  của khâu dẫn AB.

Hệ số về nhanh :

$$k = \frac{\varphi_d}{\varphi_v}$$

Với chiều quay của khâu dẫn AB như trên hình 13.17, ta có :

$$k = \frac{\varphi_d}{\varphi_v} = \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta}$$



Hình 13.17:

## 3) Điều kiện quay toàn vòng

### • Khâu nối giá AB

Giả sử tháo khớp quay B ra. Quỹ tích của điểm B<sub>1</sub> trên khâu 1 là vòng tròn (A, l<sub>AB</sub>). Miền với tới của điểm B<sub>2</sub> trên con trượt B là toàn bộ mặt phẳng. Do đó khâu nối giá AB luôn là tay quay.

### • Khâu Cx

Giả sử tháo khớp trượt B ra. Điểm  $B_3$  trên khâu 3 không có vị trí xác định trên Cx, mà có thể vẽ nên một đường cong bất kỳ trên mặt phẳng hình vẽ.

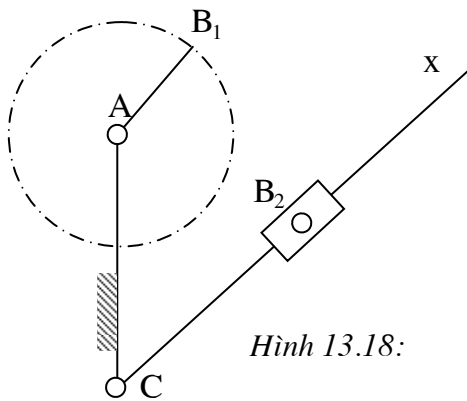
Miền với tới của điểm  $B_2$  trên khâu 2 suy biến thành vòng tròn  $(A, l_{AB})$ .

Nếu điểm C nằm trong hay trên vòng tròn  $(A, l_{AB})$  thì khâu Cx sẽ cắt vòng tròn  $(A, l_{AB})$ , do đó khi khâu Cx quay đến bất kỳ vị trí nào cũng đều đóng khớp trượt B lại được để thành cơ cấu : Khâu Cx quay được toàn vòng.

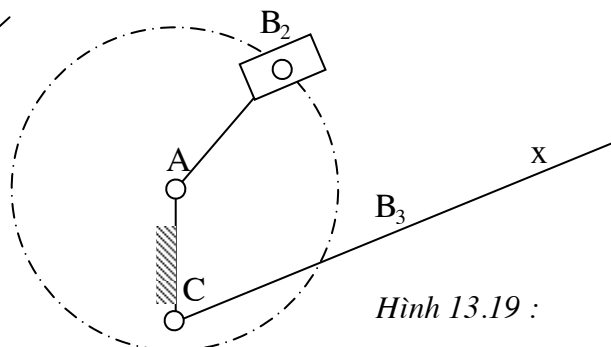
Nếu điểm C nằm ngoài  $(A, l_{AB})$  thì khâu Cx không quay được toàn vòng.

Tóm lại, điều kiện quay toàn vòng của khâu Cx:

$$l_{AC} \leq l_{AB}$$



Hình 13.18:



Hình 13.19 :

cuu duong than cong . com

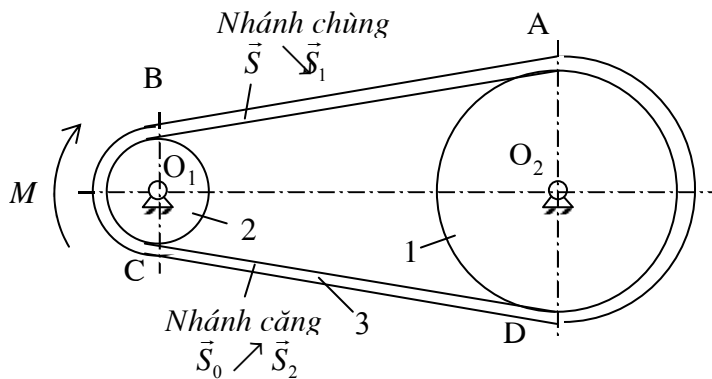


cuu duong than cong . com

§1. Cơ cấu truyền động đai

• Cơ cấu truyền động đai dùng để truyền chuyển động quay giữa hai trục  $O_1$  và  $O_2$ , nhờ ma sát giữa các bánh đai (1), (2) và dây đai (3) (hình 14.1).

• Để có ma sát giữa các bánh đai và dây đai, cần phải có một sức căng ban đầu trên dây đai. Do vậy, khi cơ cấu chưa chuyển động, ở hai nhánh AB và CD đã có một sức căng ban đầu  $S_0$ . Khi tác động vào bánh đai (1) một momen  $M$ , nhánh đai CD bị kéo căng thêm, lực căng  $S_0$  tăng thành  $S_2$  (nhánh đai này được gọi là nhánh căng hay nhánh dẫn); còn nhánh AB chùng bớt lại, lực căng  $S_0$  giảm thành  $S_1$  (nhánh đai này được gọi là nhánh chùng hay nhánh bị dẫn) :  $S_1 < S_0 < S_2$



Hình 14.1:

1) Quan hệ giữa lực căng  $S_1$  và  $S_2$  trên hai nhánh của bộ truyền đai (Công thức Euler)

• Đai ôm lấy puli một góc  $\widehat{AO_1D} = \beta$  gọi là cung ôm.

Lực căng trên đoạn dây đai AD tăng từ  $S_1$  ở A đến  $S_2$  ở D.

• Xét một phân tố dây đai mn, chắn cung  $d\alpha$ , vị trí mn được xác định bằng góc  $\alpha$  (hình 14.2).

Lực tác dụng lên phân tố dây đai mn bao gồm : Lực căng  $\vec{S} \perp Om$  và  $(\vec{S} + d\vec{S}) \perp On$  ; lực ma sát  $d\vec{F} \perp d\vec{N}$  ; áp lực  $d\vec{N}$  và lực li tâm  $d\vec{C}$  nằm theo phân giác của góc  $\widehat{mO_1n}$

• Momen đối với điểm  $O_1$  của các lực tác dụng lên phân tố mn :

$$S.R + dF.R - (S+dS).R = 0 \text{ với } R \text{ là bán kính của bánh đai.}$$

$$\Rightarrow dF = dS$$

• Gọi f là hệ số ma sát giữa puli và dây đai, ta có :

$$dF = f. dN$$

$$\Rightarrow dN = \frac{dS}{f}$$

• Điều kiện cân bằng lực của phân tố mn cho ta :

$$\vec{S} + (\vec{S} + d\vec{S}) + d\vec{N} + d\vec{F} + d\vec{C} = 0$$

Chiếu lên phương của  $d\vec{N}$  :

$$-S.\sin \frac{d\alpha}{2} - (S + dS).\sin \frac{d\alpha}{2} + dN + dC = 0$$

$$\Rightarrow -2S.\sin \frac{d\alpha}{2} - dS.\sin \frac{d\alpha}{2} + dN + dC = 0$$

$$\text{Với : } dN = \frac{dS}{f}$$

$$dC = \mu R.d\alpha.\frac{V^2}{R} = \mu V^2.d\alpha$$

$\mu$  : khối lượng một đơn vị chiều dài dây đai

$V$  : vận tốc dài của dây đai

Do  $dS$  và  $d\alpha$  là vô cùng bé nên  $\sin \frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}$  và  $dS \sin \frac{d\alpha}{2} \approx 0$

Suy ra:  $-S.d\alpha + \frac{dS}{f} + \mu V^2.d\alpha = 0$

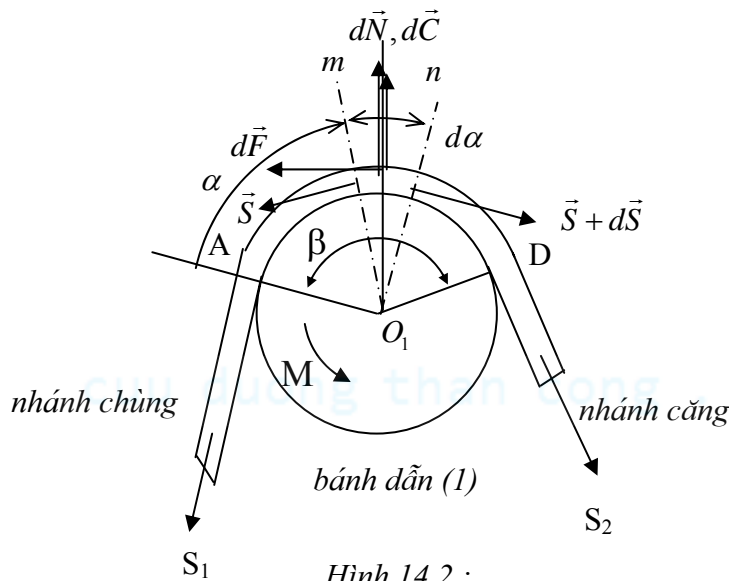
$$\Rightarrow \frac{dS}{(S - \mu V^2)} = f d\alpha$$

$$\Rightarrow \int_{S_1}^{S_2} \frac{dS}{(S - \mu V^2)} = \int_0^\beta f d\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{S_2 - \mu V^2 = (S_1 - \mu V^2) e^{f\beta}} \quad (14.1)$$

Công thức 14.1 được gọi là công thức Euler.

- Khi đai đứng yên, hệ thức 14.1 trở thành :  $S_2 = S_1 e^{f\beta}$



Hình 14.2 :

## 2) Momen ma sát trong bộ truyền đai

- Momen ma sát của lực  $dF$  đối với tâm  $O_1$  bằng :

$$dM_{MS} = R.dF = R.dS$$

Suy ra momen ma sát trong bộ truyền đai :

$$M_{MS} = \int_{\beta} dM_{MS} = \int_{S_1}^{S_2} R.dS = R(S_2 - S_1) \quad (14.2)$$

- Từ (14.1) suy ra:  $S_2 - S_1 = (S_1 - \mu V^2) e^{f\beta} - S_1 + \mu V^2$

$$\Rightarrow S_2 - S_1 = (S_1 - \mu V^2)(e^{f\beta} - 1)$$

Thay vào (14.2), suy được :

$$M_{MS} = R(S_2 - S_1) = R(S_1 - \mu V^2)(e^{f\beta} - 1) \quad (14.3)$$

- Giả thiết rằng sự thay đổi lực căng trên hai nhánh bộ truyền đai là như nhau:

$$S_2 - S_0 = S_0 - S_1 \quad \Rightarrow \quad S_2 + S_1 = 2S_0 \quad (14.4)$$

- Từ (14.1) suy ra:

$$S_2 + S_1 = (S_1 - \mu V^2) e^{f\beta} + S_1 + \mu V^2$$

$$\Rightarrow 2S_0 = S_2 + S_1 = (S_1 - \mu V^2) e^{f\beta} + S_1 + \mu V^2$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{2S_0 + \mu V^2 (e^{f\beta} - 1)}{e^{f\beta} + 1} \quad (14.5)$$

- Thay (14.5) vào (14.3) suy ra :

$$M_{MS} = 2R \frac{(e^{f\beta} - 1)}{e^{f\beta} + 1} (S_0 - \mu V^2) \quad (14.6)$$

Đây chính là momen lớn nhất mà bộ truyền đai có thể truyền động được và  $M_{MS}$  đặc trưng cho khả năng tải của bộ truyền đai.

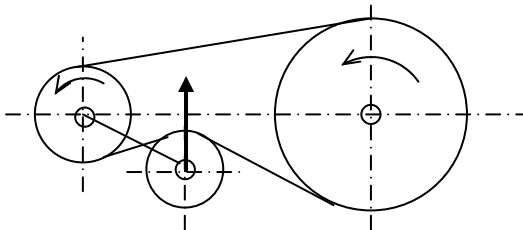
### 3) Nhận xét về khả năng tải của bộ truyền đai

Từ hệ thức (14.6), ta có thể rút ra các kết luận sau :

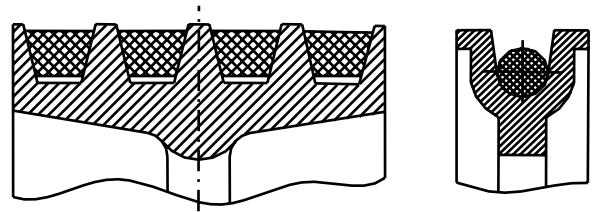
- Khi vận tốc dài  $V$  của đai tăng thì  $M_{MS}$  giảm : khả năng tải của bộ truyền đai giảm.

Vận tốc giới hạn của đai ứng với:  $S_0 - \mu V^2 \geq 0 \Rightarrow V_{gh} = \sqrt{\frac{S_0}{\mu}}$

- Khi lực căng ban đầu  $S_0$  tăng thì khả năng tải của bộ truyền đai cũng tăng lên.
- Tuy nhiên, khi  $S_0$  tăng, lực tác dụng lên hai trục của bộ truyền tăng và đai chóng bị rão.



Hình 14.3 : Puli căng đai



Hình 14.4: Đai tròn, đai thang

- Bởi vì  $\frac{dM_{MS}}{d\beta} > 0$  nên khi góc ôm  $\beta$  tăng thì khả năng tải của bộ truyền đai cũng tăng lên.

Để tăng góc ôm  $\beta$ , cần chú ý :

- Khi lắp ráp dây đai nên đặt nhánh chùng ở phía trên.
- Khoảng cách giữa hai trục của puli không nên lấy quá nhỏ (nếu quá nhỏ sẽ khiến cho góc ôm  $\beta$  trên bánh nhỏ giảm xuống). Tuy nhiên, khoảng cách trục không nên lấy quá lớn, bởi vì khi đó kích thước bộ truyền sẽ cồng kềnh, các nhánh đai bị rung.
- Đường kính hai bánh đai không nên chênh lệch quá nhiều (tỷ số truyền không nên lấy quá lớn), làm cho góc ôm  $\beta$  trên bánh nhỏ giảm xuống.
- Dùng puli căng đai để tăng góc ôm  $\beta$ , đồng thời khống chế lực căng trên dây đai (hình 14.3). Tuy nhiên khi đó đai bị uốn nhiều, chóng hỏng vì mỏi.

- Vì  $\frac{dM_{MS}}{df} > 0$  nên khi hệ số ma sát  $f$  tăng, khả năng tải của bộ truyền cũng tăng lên.

Để tăng  $f$  cần:

- Chọn vật liệu dây đai có hệ số ma sát cao
- Dùng đai thang, đai tròn (hình 14.4) có hệ số ma sát thay thế  $f'$  lớn hơn hệ số ma sát  $f$ .

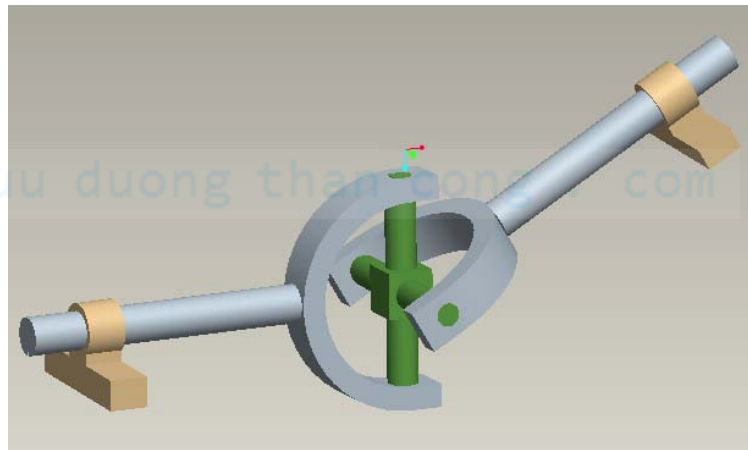
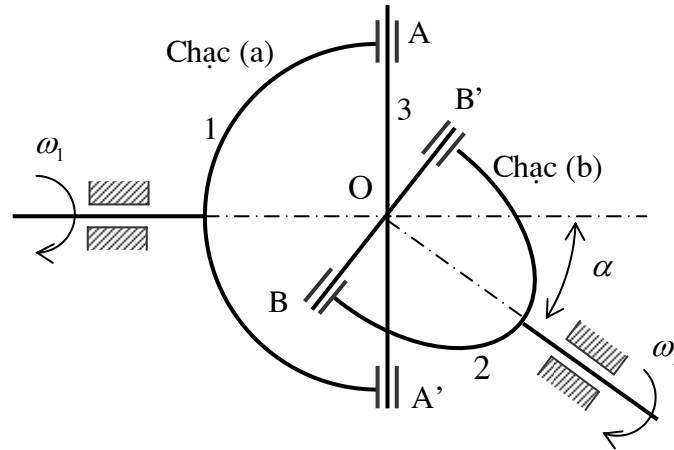
## §2. Cơ cấu Các đăng (Cardan)

Cơ cấu các đăng, còn gọi là khớp các đăng, được dùng để truyền chuyển động quay giữa hai trục giao nhau một góc  $\alpha$  có thể thay đổi tùy ý trong quá trình chuyển động.

## 1) Cấu tạo

Lược đồ cấu tạo của cơ cấu các đăng cho trên hình 14.5 Hai trục (1) và (2) giao nhau tại O và hợp với nhau một góc  $\alpha$ . Mỗi đầu trục mang một chạc (a) và (b). Hai chạc này được nối với nhau thông qua khâu (3) hình chữ thập bằng các khớp quay A, A' và B, B'. AA' vuông góc với trục (1). BB' vuông góc với trục (2).

Khi khâu (1) quay tròn thì khâu (2) cũng quay tròn, còn khâu chữ thập (3) chuyển động phức tạp quanh điểm O.



Hình 14.5: Cơ cấu các đăng

## 2) Phân tích động học

- Khi trục (1) quay, A và A' vạch nên vòng tròn ( $C_A$ ) vuông góc với trục (1). Khi đó B và B' vạch nên vòng tròn ( $C_B$ ) vuông góc với trục (2) (hình 14.6).

Khi điểm A di chuyển trên vòng tròn ( $C_A$ ) đến vị trí mới là  $A_1$ , thì trên vòng tròn ( $C_B$ ), điểm B cũng có vị trí mới là  $B_1$ .

Đặt:  $\theta_1 = (OA, OA_1)$  và  $\theta_2 = (OB, OB_1)$ .

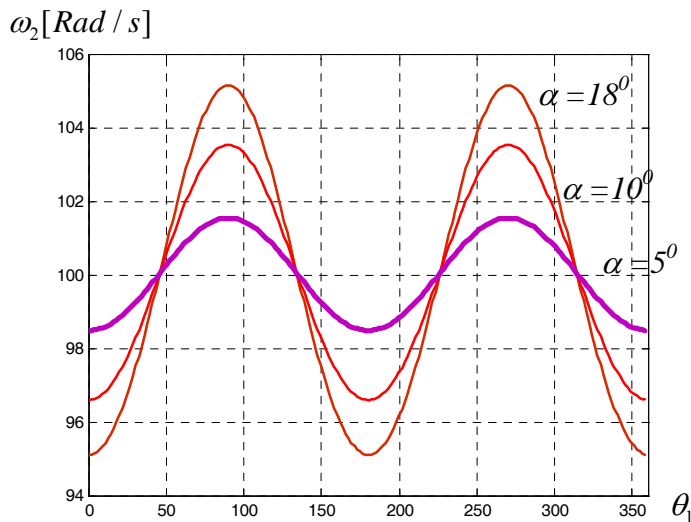
Từ  $B_1$  hạ  $B_1H$  vuông góc với mặt phẳng của vòng tròn ( $C_A$ ), từ H hạ HI vuông góc với BB'. Theo định lý ba đường vuông góc, ta suy ra:  $B_1I \perp BB'$ .

Như vậy, góc  $\widehat{HIB_1}$  chính là góc nhị diện hợp bởi hai mặt phẳng chứa hai vòng tròn ( $C_A$ ) và ( $C_B$ ). Do trục (1) và trục (2) lần lượt vuông góc với mặt phẳng chứa vòng tròn ( $C_A$ ) và ( $C_B$ ), nên góc  $\widehat{HIB_1}$  cũng chính là góc giữa hai trục (1) và (2):  $\widehat{HIB_1} = \alpha$ .

Dựa vào tam giác  $B_1HI$  vuông tại H, ta có:  $\cos \alpha = \frac{IB_1}{HI}$  (14.7)







Hình 14.8:  
Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của vận tốc góc  $\omega_2$  theo góc quay  $\theta_1$  của khâu dẫn ứng với các giá trị khác nhau của góc  $\alpha$  giữa hai trục quay ( $\omega_1 = 100 \text{ Rad/s}$ )

### 3) Cơ cấu các đăng kép

Để trục dẫn (1) và trục bị dẫn (3) có cùng vận tốc góc phải dùng cơ cấu các đăng kép. Trục (1) được nối với trục (3) thông qua trục (2) và hai khớp các đăng.

Ta có :

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1 + \tan^2 \theta_2 \cdot \cos^2 \alpha_1}{(1 + \tan^2 \theta_2) \cos \alpha_1}$$

Với  $\theta_2$  góc quay của chạc (b) tính từ mặt phẳng chứa trục (1) và (2).

$$i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{1 + \tan^2 \theta_2' \cdot \cos^2 \alpha_2}{(1 + \tan^2 \theta_2') \cos \alpha_2}$$

Với  $\theta_2'$  góc quay của chạc (b') tính từ mặt phẳng chứa trục (3) và (2).

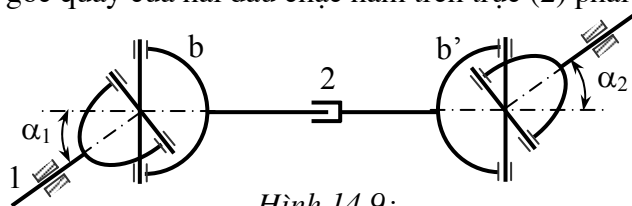
Do đó:

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{(1 + \tan^2 \theta_2) \cos \alpha_1}{1 + \tan^2 \theta_2 \cdot \cos^2 \alpha_1} \cdot \frac{1 + \tan^2 \theta_2' \cdot \cos^2 \alpha_2}{(1 + \tan^2 \theta_2') \cos \alpha_2}$$

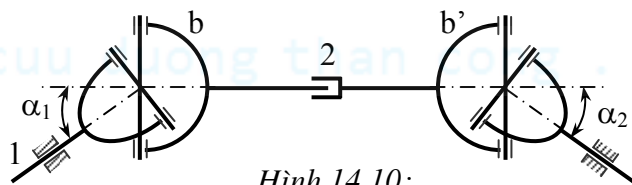
Để  $i_{13}$  bằng hằng số, phải có hai điều kiện :

+  $\alpha_1 = \alpha_2$

+  $\theta_2 = \theta_2'$  (hai góc quay của hai đầu chạc nằm trên trục (2) phải bằng nhau).



Hình 14.9:



Hình 14.10:

Như vậy, trong trường hợp trục (1) và trục (3) nằm trong cùng một mặt phẳng (trục (1) và (3) song song như trên hình 14.9 hay cắt nhau như trên hình 14.10) thì hai chạc (b) và (b') của trục (2) phải nằm trên cùng một mặt phẳng.

### §3. Cơ cấu Man

Cơ cấu Man được dùng để truyền chuyển động quay liên tục của khâu dẫn thành chuyển động quay gián đoạn lúc quay lúc dừng có chu kỳ của khâu bị dẫn. Cơ cấu Man được dùng trong cơ cấu thay dao của máy tự động, cơ cấu đưa phim của máy chiếu phim...

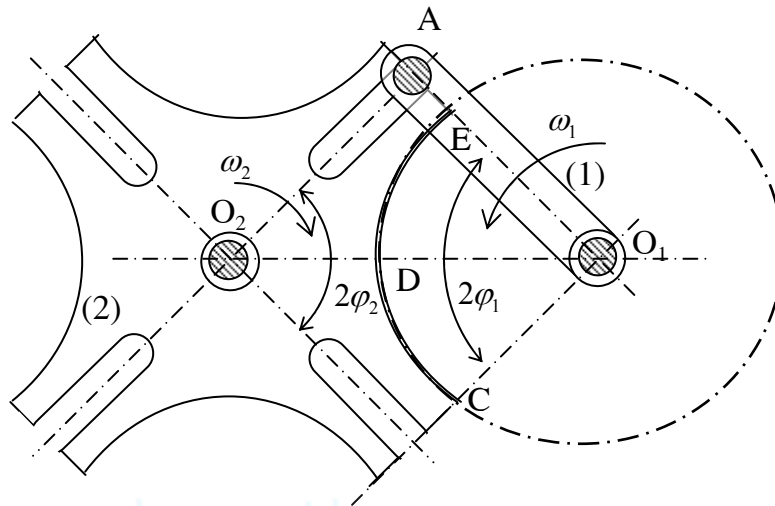
## 1) Cấu tạo

✓ Cơ cấu Man ngoại tiếp gồm một đĩa tròn (1) có lắp chốt A, và đĩa hình sao (2) có nhiều rãnh hướng tâm, đặt đối xứng qua tâm  $O_2$ . Khi đĩa (1) quay, có lúc chốt A lọt vào một rãnh của đĩa (2), khi đó đĩa (2) quay quanh  $O_2$ . Khi chốt A ra khỏi rãnh, đĩa (2) dừng lại (nhờ cung tròn của đĩa (1) cài vào cung tròn EDC của đĩa (2)) (hình 14.11)

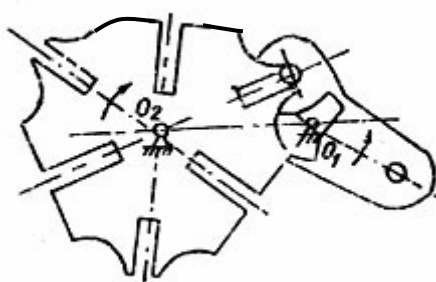
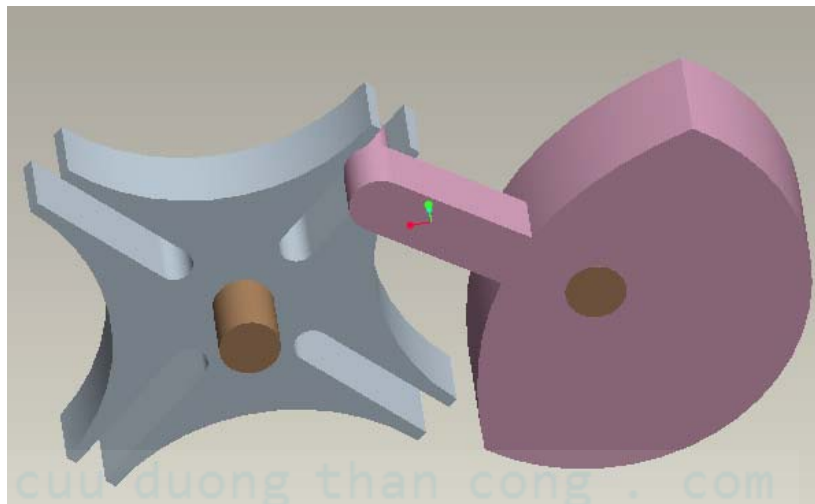
Số chốt trên đĩa (1) có thể bằng 1 hay lớn hơn 1. Số rãnh trên đĩa (2) thường là 4, 6, 8.

### ✓ Ghi chú

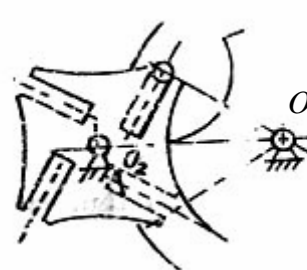
Các chốt và các rãnh trên cơ cấu Man có thể phân bố bất kỳ (khoảng cách từ tâm các chốt đến tâm  $O_2$  có thể không bằng nhau như trên hình 14.12, các rãnh của đĩa (2) có thể không hướng tâm như trên hình 14.1), miễn là chúng phối hợp được với nhau.



Hình 14.11 : Cơ cấu Man



Hình 14.12 :



Hình 14.13:

## 2) Phân tích động học

### a) Số rãnh tối thiểu - Số chốt tối đa

- Trên hình 14.11, ta có:  $2\varphi_2 = \frac{2\pi}{z}$  với  $z$  số rãnh của đĩa.

Để chốt A không bị va đập khi đi vào trong rãnh:  $\widehat{O_2AO_1} = \frac{\pi}{z}$

Suy ra:  $2\varphi_1 = \pi - 2\varphi_2 = \pi\left(1 - \frac{2}{z}\right)$

Gọi  $t_c$  là thời gian chuyển động của đĩa (2);  $t_D$  là thời gian dừng của đĩa (2):

$$t_c = \frac{2\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\pi}{\omega_1} \left(1 - \frac{2}{z}\right)$$

$$t_D = \frac{2\pi - 2\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\pi}{\omega_1} \left(1 + \frac{2}{z}\right) \text{ với: } \omega_1 \text{ là vận tốc góc của đĩa (1): } \omega_1 = \text{hằng số}$$

Tỷ số  $k = \frac{t_c}{t_D}$  gọi là hệ số thời gian chuyển động của cơ cấu:  $k = \frac{t_c}{t_D} = \frac{1 - \frac{2}{z}}{1 + \frac{2}{z}} = \frac{z-2}{z+2}$

Vì  $k > 0$  và  $z$  nguyên nên  $z \geq 3$  hay số rãnh tối thiểu trong cơ cấu Man:  $\boxed{z=3}$

- Để tăng số lần chuyển động của đĩa (2), ứng với một vòng quay của đĩa (1), có thể tăng số chốt trên đĩa (1). Gọi  $m$  là số chốt, góc ở tâm nhỏ nhất tạo giữa hai chốt phải bảo đảm:  $\frac{2\pi}{m} \geq 2\varphi_1$

Hay:  $m \leq \frac{2\pi}{2\varphi_1} = \frac{2}{1 - \frac{2}{z}} = \frac{2z}{z-2} \Rightarrow \text{Số chốt tối đa: } \boxed{m = \frac{2z}{z-2}}$

### b) Tỷ số truyền

Để xác định vận tốc và gia tốc của đĩa 2 ta xét một vị trí bất kỳ của cơ cấu, khi đó tay quay  $O_1A$  và rãnh  $O_2A$  của đĩa tạo với đường trục  $O_1O_2$  các góc lần lượt là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  (hình 14.14)

Trong tam giác  $O_1AO_2$ , ta có:

$$\lambda = \frac{r}{l} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin(180^\circ - \varphi_2 - \varphi_1)} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1)}$$

Suy ra:  $\tan \varphi_2 = \frac{\lambda \sin \varphi_1}{1 - \lambda \cos \varphi_1}$  hay:  $\varphi_2 = \arctg \frac{\lambda \sin \varphi_1}{1 - \lambda \cos \varphi_1}$  (14.10)

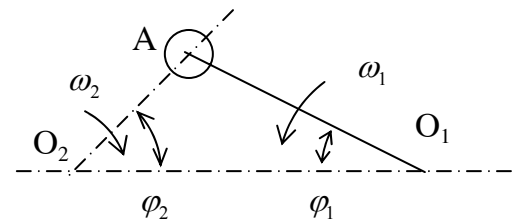
Đạo hàm biểu thức (14.10) theo  $\varphi_1$  ta được:  $\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{\lambda(\cos \varphi_1 - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2}$  (14.11)

Vận tốc của đĩa 2:  $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \Rightarrow \boxed{\omega_2 = \omega_1 \frac{\lambda(\cos \varphi_1 - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2}}$  (14.12)

Gia tốc của đĩa 2 là:  $\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} + \omega_1 \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} \frac{d\varphi_1}{dt}$

Nếu đĩa 1 quay đều ( $\omega_1 = \text{hằng số}$ ) thì:  $\boxed{\varepsilon_2 = \omega_1^2 \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} = \omega_1^2 \frac{\sin \varphi_1 (1 - \lambda^2)}{(1 - 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2)^2}}$  (14.13)

Các công thức (14.12), (14.13) chứng tỏ khi đĩa 1 quay đều ( $\omega_1 = \text{const}$ ) thì đĩa 2 quay không đều.



Hình 14.14 : Cơ cấu Man

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

### NGUYÊN LÝ MÁY

- [1] *Nguyên lý máy*. Đinh Gia Tường, Nguyễn Xuân Lạc, Trần Doãn Tiến. Nxb Đại học và THCN, Hà nội 1969.
- [2] *Hướng dẫn thiết kế đồ án môn học Nguyên lý máy*. Đại học Bách khoa Đà Nẵng xuất bản 1978 (bản in roneo).
- [3] *Nguyên lý máy Tập I*. Đinh Gia Tường, Tạ Khánh Lâm. Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà nội 1995.
- [4] *Nguyên lý máy Tập II*. Đinh Gia Tường, Phan Văn Đồng, Tạ Khánh Lâm. NXB Giáo dục, Hà nội 1998.
- [5] *Ứng dụng tin học trong thiết kế nguyên lý máy*. Đinh Gia Tường, Tạ Khánh Lâm. Nhà xuất bản Giáo dục, Hà nội 1994.
- [6] *Bài tập Nguyên lý máy*. Phan Văn Đồng, Tạ Ngọc Hải. Nxb Khoa học và Kỹ thuật 2002.
- [7] *Nguyên lý máy*. Phan Văn Đồng, Tạ Ngọc Hải, Tập I và Tập II, Đại học Bách khoa Hà nội xuất bản 1982, bản in roneo dành cho sinh viên Tại chức.
- [8] *Nguyên lý máy*, Bùi Thanh Liêm, Nxb Giao thông Vận tải, Hà nội 1981.
- [9] *Cơ sở kỹ thuật cơ khí*. Đỗ Xuân Định, Bùi Lê Gòn, Phạm Đình Sùng. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà nội 2001.
- [10] *Chi tiết cơ cấu chính xác*, Nguyễn Trọng Hùng, Nxb. Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2002
- [11] *Théorie des mécanismes et des machines* □ Artobolevski - Mir Publisher — Moscou 1980.
- [12] *Liaisons et mécanismes*. Pierre Agati, Marc Rossetto. Dunod Paris 1994.
- [13] *Theory of Machines and Mechanisms*. Joseph Edward Shigley, John Joseph Uicker JR. McGraw-Hill Inc., USA 1980.
- [14] *Design of Machinery, An introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines*. Robert L. Norton. McGraw-Hill Inc., Singapore 1992.
- [15] *Systèmes mécaniques : Théorie et dimensionnement*. Michel Aublin et autres. Dunod Paris 1998.